

ТЕОРИЯ СЕМИСЛОЙНОГО ИНТЕРФЕРЕНЦИОННОГО СВЕТО- ФИЛЬТРА, ИСПОЛЬЗУЮЩЕГО ПОЛНОЕ ОТРАЖЕНИЕ И СВОБОДНОГО ОТ ДУБЛЕТНОЙ СТРУКТУРЫ ПОЛОСЫ ПРОПУСКАНИЯ

П. Г. КАРД,

кандидат физико-математических наук

1. Введение

В литературе описаны (см., напр., [1]; обзор и библиография даны в [2]) трехслойные интерференционные светофильтры с использованием полного отражения. Полоса пропускания таких фильтров неизбежно имеет дублетную структуру. Это означает, что место полосы пропускания в спектре зависит от поляризации света (параллельно или перпендикулярно плоскости падения). Вместо одной полосы пропускания получаются две, различающиеся поляризацией. Если подавить одну из полос с помощью анализатора, то дублетность исчезнет, но пропущенный свет будет обладать в максимуме лишь половиной интенсивности падающего света. Дублетная структура полосы пропускания является наиболее крупным недостатком светофильтра с полным отражением, тем более существенным, что в других отношениях фильтр такого типа является одним из лучших (практическое отсутствие поглощения, достаточная во многих случаях узость полосы пропускания).

Здесь мы изложим теорию интерференционного светофильтра с полным отражением, полоса пропускания которого не имеет дублетной структуры. Для этого оказывается достаточным увеличить число слоев с трех до семи.

Рассмотрим сначала кратко трехслойный фильтр. Будем предполагать, что показатель преломления среднего слоя равен показателю преломления ограничивающих сред. Это условие сильно упрощает теорию и в то же время не вносит никаких существенных ограничений. Итак, трехслойный фильтр состоит (рис. 1) из двух одинаковых стеклянных

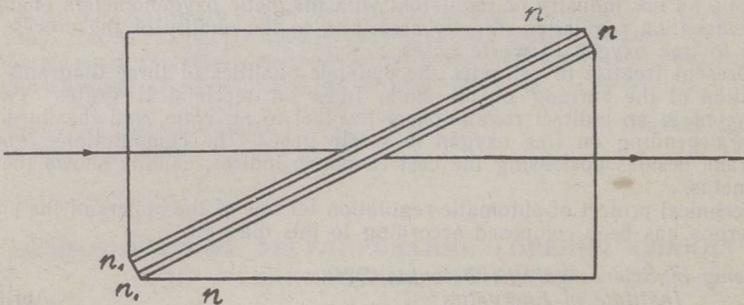


Рис. 1.

призм с показателем преломления n , разделенных трехслойной прослойкой, средний слой которой имеет тот же показатель преломления n , а крайние слои имеют меньший показатель преломления n_1 . Угол падения обозначим через ϑ , причем должно быть выполнено условие полного отражения:

$$\sin \vartheta > \frac{n_1}{n} \equiv v. \quad (1)$$

Обозначим далее волновое число в вакууме через k , толщину крайних слоев через h_1 , толщину среднего слоя через h , сдвиг фазы при полном отражении через φ . Пусть также

$$P = \exp[-2kh_1n\sqrt{\sin^2 \vartheta - v^2}], \quad (2)$$

$$\beta = knh \cos \vartheta. \quad (3)$$

Тогда, пользуясь известными рекуррентными формулами Власова [3], можно получить следующие формулы для амплитудного коэффициента отражения r_3 и амплитудного коэффициента пропускания d_3 :

$$r_3 = \frac{e^{-i\varphi} (1-P) [1 - e^{2i(\beta-\varphi)} + P(e^{2i\beta} - e^{-2i\varphi})]}{(1 - Pe^{-2i\varphi})^2 - (1-P)^2 e^{2i(\beta-\varphi)}}, \quad (4)$$

$$d_3 = \frac{4P \sin^2 \varphi e^{i(\beta-2\varphi)}}{(1 - Pe^{-2i\varphi})^2 - (1-P)^2 e^{2i(\beta-\varphi)}}. \quad (5)$$

Отсюда легко выводится:

$$\frac{R_3}{D_3} = \frac{(1-P)^2 [\sin(\beta-\varphi) - P \sin(\beta+\varphi)]^2}{4P^2 \sin^4 \varphi}, \quad (6)$$

где R_3 и D_3 — энергетические коэффициенты отражения и пропускания. Кроме того, положив

$$d_3 = \sqrt{D_3} e^{i\rho}, \quad (7)$$

находим из (5):

$$\tan \rho = \frac{-\cos \varphi [\sin(\beta-\varphi) + P^2 \sin(\beta+\varphi)] + 2P \sin \beta}{-\sin \varphi [\sin(\beta-\varphi) - P^2 \sin(\beta+\varphi)]}, \quad (8)$$

где знаки числителя и знаменателя совпадают со знаками $\sin \rho$ и $\cos \rho$. Для получения полного пропускания ($R_3 = 0$) следует положить

$$\sin(\beta-\varphi) - P \sin(\beta+\varphi) = 0,$$

т. е.

$$\tan \beta = \frac{(1+P) \tan \varphi}{1-P}. \quad (9)$$

Это равенство определяет [совместно с формулой (3)] местонахождение полосы пропускания. Но так как значения φ для параллельной и перпендикулярной поляризаций сильно различаются, то в результате место полосы пропускания в спектре зависит от поляризации, т. е. неизбежно возникает та дублетная структура, о которой говорилось выше.

2. Семислойный фильтр

Чтобы устранить дублетную структуру полосы пропускания, перейдем к семислойному фильтру, беря две одинаковых трехслойных прослойки, описанных выше, и помещая между ними еще один слой с показателем преломления n и с толщиной h' , причем обозначим

$$\beta' = knh' \cos \vartheta. \quad (10)$$

На рис. 2 показана схема такого семислойного фильтра.

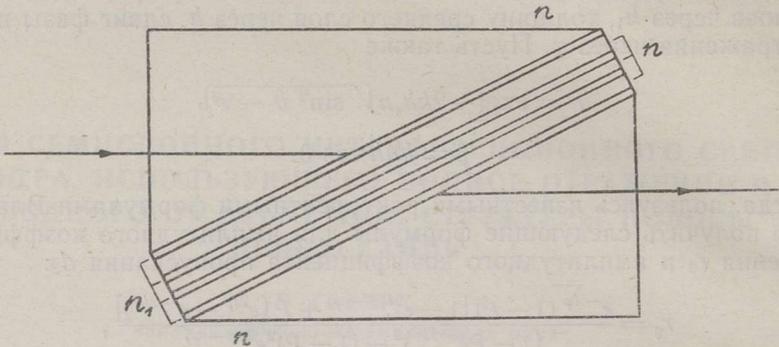


Рис. 2.

Амплитудный коэффициент отражения r_7 семислойного фильтра напишется в виде (что также получается из формул Власова):

$$r_7 = \frac{r_3(d_3^* + d_3 e^{2i\beta'})}{d_3^* + d_3 r_3^* e^{2i\beta'}}. \quad (11)$$

Отсюда можно вычислить энергетический коэффициент отражения $R_7 = |r_7|^2$.

$$R_7 = \frac{4R_3 \cos^2(\beta' + \varrho)}{D_3^2 + 4R_3 \cos^2(\beta' + \varrho)}; \quad (12)$$

далее, если $D_7 = 1 - R_7$ есть энергетический коэффициент пропускания, то

$$\frac{R_7}{D_7} = \frac{4R_3}{D_3} \left(1 + \frac{R_3}{D_3}\right) \cos^2(\beta' + \varrho). \quad (13)$$

Теперь нетрудно достигнуть, чтобы при одном определенном значении частоты было $R_7 = 0$ для обеих поляризаций; именно, при одной какой-либо поляризации в силу $R_3 = 0$, а при другой — в силу $\cos(\beta' + \varrho) = 0$. При этом, однако, следует позаботиться также о том, чтобы ширина полосы пропускания была для обеих поляризаций одинаковой или почти одинаковой.

3. Пример

Рассмотрим один конкретный вариант фильтра подобного типа, именно такой, в котором для середины полосы пропускания

$$\cos \beta = \cos \beta' = 0,$$

т. е.

$$\left. \begin{aligned} \beta_0 &= k_0 n h \cos \vartheta = (2l + 1) \frac{\pi}{2}, \\ \beta'_0 &= k_0 n h' \cos \vartheta = (2l' + 1) \frac{\pi}{2}, \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

где l и l' — целые числа; через k_0 обозначена частота в середине полосы пропускания, а соответствующие значения β и β' обозначены через β_0 и β_0' .

В силу (9) нужно теперь выбрать

$$\varphi^{\parallel} = 90^{\circ} \quad (15)$$

(индекс \parallel означает параллельность электрического вектора плоскости падения). Формулы, известные из теории полного отражения

$$\left. \begin{aligned} \tan \frac{\varphi^{\parallel}}{2} &= \frac{\sqrt{\sin^2 \vartheta - v^2}}{v^2 \cos \vartheta} \\ \tan \frac{\varphi^{\perp}}{2} &= \frac{\sqrt{\sin^2 \vartheta - v^2}}{\cos \vartheta}, \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

дают тогда:

$$\sin^2 \vartheta = \frac{v^2(v^2 + 1)}{v^4 + 1} \quad (17)$$

и

$$\tan \frac{\varphi^{\perp}}{2} = v^2, \quad (18)$$

откуда

$$\cos \varphi^{\perp} = \frac{1 - v^4}{1 + v^4}. \quad (19)$$

Теперь формула (6) в силу (14) дает $\frac{R_3}{D_3} = 0$ при $\beta = \beta_0$ (для \parallel — поляризации). Соответствующее значение P обозначим через P_0 , причем, согласно (2) и (3), будем иметь

$$P_0^{\beta} = P^{\beta_0}. \quad (20)$$

Теперь мы должны выбрать P_0 таким образом, чтобы при $\beta = \beta_0$ было

$$\tan \varrho^{\perp} = 0, \quad (21)$$

так как должно быть $\cos(\beta_0' + \varrho^{\perp}) = 0$. Подставляя для этого в формулу (8) $\cos \beta = \cos \beta_0 = 0$, $P = P_0$ и $\tan \varrho = \tan \varrho^{\perp} = 0$, находим с учетом (19):

$$\cos \varphi^{\perp} = \sqrt{\frac{2P_0}{1 + P_0^2}}, \quad (22)$$

следовательно

$$\frac{2P_0}{1 + P_0^2} = \left(\frac{1 - v^4}{1 + v^4} \right)^2. \quad (23)$$

Эта формула определяет выбор P_0 , т. е. толщины слоев с малым показателем преломления, в зависимости от v (или наоборот).

Теперь вычислим $\left(\frac{R_3}{D_3}\right)^{\parallel}$ и $\left(\frac{R_3}{D_3}\right)^{\perp}$. По формуле (6), учитывая (15) и (22), находим:

$$\left(\frac{R_3}{D_3}\right)^{\parallel} = \frac{(1 - P^2)^2 \cos^2 \beta}{4P^2}, \quad (24)$$

$$\left(\frac{R_3}{D_3}\right)^\perp = \frac{(1+P_0^2)(1-P)^2[2P_0(1-P)^2 + (1+P)^2(1-P_0)^2]}{4P^2(1-P_0)^4} \cos^2(\beta + \mu), \quad (25)$$

где

$$\tan \mu = \frac{(1-P)\sqrt{2P_0}}{(1-P_0)(1+P)}, \quad 0^\circ < \mu < 90^\circ. \quad (26)$$

Кроме того, следует вычислить q^\parallel и q^\perp как функции β и P . Из формулы (8) с помощью (15) и (22) находим:

$$\tan q^\parallel = \frac{2P \sin \beta}{(1+P^2) \cos \beta}, \quad (27)$$

$$\tan q^\perp = \frac{2(P-P_0)(1-PP_0) \sin \beta + (1-P_0)(1-P^2)\sqrt{2P_0} \cos \beta}{-(1-P_0)(1-P^2)\sqrt{2P_0} \sin \beta + (1-P_0)^2(1+P^2) \cos \beta}, \quad (28)$$

где знаки числителей и знаменателей, как и в формуле (8), совпадают со знаками $\sin q^\parallel, \perp$ и $\cos q^\parallel, \perp$.

Формулы (24)–(28) вместе с формулой (13) определяют $\left(\frac{R_7}{D_7}\right)^\parallel$ и $\left(\frac{R_7}{D_7}\right)^\perp$ в зависимости от β , β' и P_0 . Что касается P , то, согласно (20), эта величина также зависит от P_0 и β . Заменяя, согласно (3), (10) и (14),

$$\beta' = \frac{2l'+1}{2l+1} \beta, \quad (29)$$

перепишем формулу (13) в виде:

$$\frac{R_7}{D_7} = \frac{4R_3}{D_3} \left(1 + \frac{R_3}{D_3}\right) \cos^2\left(\frac{2l'+1}{2l+1} \beta + \rho\right). \quad (30)$$

Этой формулой вместе с (24)–(28) определяется полоса пропускания фильтра.

Чтобы получить возможно более узкую полосу пропускания, следует взять возможно малое значение P_0 и возможно большое значение β_0 . Однако, слишком малое значение P_0 делает, согласно (23), ν слишком близким к единице, что невыгодно, так как тогда угол падения по (16) оказывается слишком большим. Поэтому P_0 следует выбирать умеренно малым; достаточная узость полосы пропускания обеспечивается тогда путем увеличения β_0 (т. е. l). Целесообразным же выбором l' можно достигнуть приближенной одинаковости ширины полосы пропускания для обеих поляризаций.

Чтобы убедиться в этом, вычислим полуширину Δk полосы пропускания. Для этого следует положить $\beta = \beta_0 + \Delta\beta$, $P = P_0$ и $\frac{R_7}{D_7} = 1$. Таким образом, из формул (24)–(28) и (30), пренебрегая высшими степенями P_0 , находим:

$$\Delta\beta^\parallel = P_0$$

или, в силу (14),

$$\left(\frac{\Delta k}{k}\right)^\parallel = \frac{2P_0}{\pi(2l+1)}. \quad (31)$$

Далее, для $\Delta\beta^\perp$ находим следующее уравнение:

$$\frac{\Delta\beta^{\perp 2}}{P_0^2} (\Delta\beta^\perp + \sqrt{2P_0})^2 \left[1 + \frac{(\Delta\beta^\perp + \sqrt{2P_0})^2}{4P_0^2} \right] \left(\frac{2l'+1}{2l+1} + \frac{\sqrt{2P_0}}{\Delta\beta^\perp + \sqrt{2P_0}} \right)^2 = 1.$$

Подставляя сюда $\Delta\beta^\perp = \Delta\beta^\parallel = P_0$, находим:

$$\frac{2l'+1}{2l+1} = -\frac{\sqrt{2P_0}}{2}.$$

Отсюда видно, поскольку $2l+1 > 0$, что следует выбрать $2l'+1$ значительно меньшим, чем $2l+1$ (например, $2l+1=5$, $2l'+1=1$). Тогда $\Delta\beta^\parallel$ и $\Delta\beta^\perp$ будут отличаться мало, и за полуширину можно принять выражение (31), приближенно верное для обеих поляризаций.

Кроме главного максимума пропускания в точке $\beta = \beta_0$, очевидно, будут иметь место побочные максимумы, которые, однако, для разных поляризаций не совпадают. Поэтому их можно устранить путем комбинирования данного фильтра с другим таким же, отличающимся лишь перестановкой поляризаций и соответствующим изменением угла падения. Это значит, что вместо (15), (17) и (18) будем иметь $\varphi^\perp = 90^\circ$, $\sin^2 \vartheta = \frac{1+\nu^2}{2}$, $\tan \frac{\varphi^\parallel}{2} = \frac{1}{\nu^2}$, в формуле (19) изменится знак правой части, а

остальные формулы после замены $\sqrt{2P_0} \rightarrow -\sqrt{2P_0}$ и $\parallel \rightleftharpoons \perp$ останутся те же. Оба фильтра могут быть объединены в одну систему путем оптического контакта призм.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Ф. Тигнер, Some current developments in multilayer optical films, Journ. phys. et radium, **11**, 444, 1950.
2. Г. В. Розенберг, Многолучевая интерферометрия и интерференционные светофильтры, II, Успехи физических наук, **47**, 173, 1952.
3. А. Г. Власов и др., Просветление оптики, ОГИЗ, М.—Л., 1946.

Тартуский государственный
университет

Поступила в редакцию
26 VIII 1957

TÄIELIKU PEEGELDUMISEGA JA LÄBILASKERIBA DUBLETSE STRUKTUURITA SEITSMEKIHILISE INTERFERENTS-VALGUSFILTRI TEOORIA

P. Kard,

füüsika-matemaatikateaduste kandidaat

Resümee

Kolmekihilistel täieliku peegeldumisega valgusfiltritel on mõningaid häid eeliseid, kuid nende oluliseks puuduseks on läbilaskeriba dubletne struktuur. Selle vea kõrvaldamine on võimalik sel teel, et kaks ühesugust kolmekihilist kombineeritakse koos nende vahel oleva lisakihi üheks seitsmekihiliseks süsteemiks. Artiklis esitatakse niisuguse seitsmekihilise interferentsfiltri teooria. Ilma et üldisus oluliselt kannataks, eeldatakse teooria lihtsustamise eesmärgil, et paarisnumbrilistel kihtidel on sama murdumisnäitaja mis prismadelgi. On tuletatud dubletse struktuuri kõrvaldamiseks tarvilikud üldised tingimused ja esitatakse üksikasjalik arvutus konkreetse näite jaoks. Lõpuks on näidatud, et läbilaskvuse kõrvalmaksimumid kahe erineva polarisatsioonisuuna jaoks ei ühti. Seetõttu on võimalik need maksimumid maha suruda kahekordse filtri abil, mis koosneb kahest järjestikkus asetatud seitsmekihilisest filtrist.

Tartu Riiklik Ülikool

Saabus toimetusse
26. VIII 1957

THEORY OF 7-LAYER INTERFERENCE FILTERS WITH FRUSTRATED TOTAL REFLECTION AND WITHOUT DOUBLET STRUCTURE OF THE PASS BAND

P. Kard

Summary

The three-layer frustrated total reflection filters have some good advantages, but also the considerable defect consisting in the doublet structure of the pass band. The elimination of this shortcoming is possible by combining two identical three-layer films with an additional layer between them to one 7-layer system. The theory of such 7-layer interference filter is given in this paper. In order to simplify the theory without essential loss of generality, it is assumed that the refractive index of even-order layers is the same as that of prisms. The general conditions necessary for the elimination of the doublet structure, are obtained, and a detailed computation of an example is given. Finally it is pointed out that the secondary maxima of transmission do not coincide for two directions of polarization. Therefore one can suppress them by means of a duplex-filter consisting of two successively placed 7-layer filters.

Tartu State University

Received
August 26, 1957