EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. VII KÖIDE
TEHNILISTE JA FÜÜSIKALIS-MATEMAATILISTE TEADUSTE SEERIA. 1958, NR. 2

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ VII
СЕРИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ И ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК. 1958, № 2

https://doi.org/10.3176/tech.phys.math.1958.2.01

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ КРУГОВОГО УСЕЧЕННОГО КОНУСА ПОД ДЕЙСТВИЕМ РАВНОМЕРНО РАСПРЕДЕЛЕННОГО ВНЕШНЕГО ДАВЛЕНИЯ

П. В. МЮРСЕПП

Целью настоящей работы является определение критического давления защемленной на контуре конической оболочки вращения. Предполагается, что половина угла конусности φ небольшая $(< 20°)$. Рассматриваются два вида конической оболочки: а) оболочка средней длины и б) короткая оболочка.

Порядок допустимой асимптотической погрешности принимается $h^{0,5}$, где $h = \delta/R$ (δ — толщина оболочки, R — радиус подходящим образом избранного поперечного сечения), т. е. в уравнениях отбрасываются члены, порядок асимптотической величины которых меньше порядка величины главного члена в соотношении $h^{0,5} : 1$.

1. Основные соотношения. Отнесем серединную поверхность оболочки к безразмерным координатам ξ, Θ, причем линии $\xi = \text{const}$ примем за направляющие, а линии $\Theta = \text{const}$ за образующие конической поверхности. Частные производные по ξ обозначим штрихом, частные производные по Θ точкой.

Нахождение критического давления сводится к интегрированию системы линейных дифференциальных уравнений

$$F'''' + 2\frac{F''^{\cdot\cdot}}{\varrho^2} + \frac{F^{\cdot\cdot\cdot\cdot}}{\varrho^4} - \frac{W''}{R_2} = 0, \tag{1.1}$$

$$qR_2\left(W'' + 2\frac{W^{\cdot\cdot}}{\varrho^2}\right) + \frac{F''}{R_2} + \lambda^2\left(W'''' + 2\frac{W''^{\cdot\cdot}}{\varrho^2} + \frac{W^{\cdot\cdot\cdot\cdot}}{\varrho^4}\right) = 0, \tag{1.2}$$

где $q = \frac{p}{2Eh}$, $\lambda^2 = \frac{h^2}{12(1-\nu^2)}$, причем W — прогиб, F — функция напряжения, R_2 — радиус кривизны направляющей оболочки, ϱ — расстояние точки оболочки от оси, p — внешнее гидростатическое давление, E — модуль Юнга, ν — коэффициент Пуассона.

Ищем решения системы (1.1), (1.2) в виде

$$F(\xi, \Theta) = f(\xi)\cos s\Theta, \qquad W(\xi, \Theta) = w(\xi)\cos s\Theta. \tag{1.3}$$

Для определения функций f, w и параметра q получим, отбрасывая малые члены, систему

$$\begin{gathered} 2\frac{s^2}{\varrho^2}f'' - \frac{s^4}{\varrho^4}f + \frac{w''}{R_2} = 0, \\ qR_2\left(w'' - 2\frac{s^2}{\varrho^2}w\right) + \frac{f''}{R_2} + \lambda^2\left(\frac{s^4}{\varrho^4}w - 2\frac{s^2}{\varrho^2}w''\right) = 0. \end{gathered} \tag{1.4}$$

В соответствии с формой решения (1.3) тангенциальные компоненты U, V вектора перемещения представим в виде

$$U(\xi, \Theta) = u(\xi)\cos s\,\Theta, \qquad V(\xi, \Theta) = v(\xi)\sin s\,\Theta. \tag{1.5}$$

Функции $u(\xi)$, $v(\xi)$ определяем из уравнений

$$u' = -\frac{s^2}{\varrho^2}f + \frac{\sin\varphi}{\varrho}f' - \nu f'',$$

$$sv = -w\cos\varphi + \varrho\left[f'' - \nu\left(\frac{\sin\varphi}{\varrho}f' - \frac{s^2}{\varrho^2}f\right)\right],$$

$$-su + \varrho v' - \varrho' v = -2(1+\nu)\left(\frac{s\sin\varphi}{\varrho}f - sf'\right). \tag{1.6}$$

При решении задачи будем рассматривать такой вариант краевых условий, который после исключения угловой координаты Θ примет вид

$$u = 0, \quad v = 0, \quad w = 0, \quad w' = 0. \tag{1.7}$$

2. Усеченный конус средней длины. В случае оболочки средней длины из системы (1.4) получим, отбрасывая малые члены, следующее уравнение:

$$w'''' - \left(\frac{2qs^6}{\varrho^3\cos^3\varphi} - \frac{\lambda^2 s^8}{\varrho^6\cos^2\varphi}\right)w + \frac{6\sin\varphi}{\varrho}w''' + \frac{6\sin^2\varphi}{\varrho^2}w'' = 0 \tag{2.1}$$

при краевых условиях

$$w = 0, \qquad w' = 0. \tag{2.2}$$

Обозначим $\alpha = \frac{qs^2}{\cos^3\varphi}$, $\beta^2 = \frac{\lambda^2 s^4}{\cos^2\varphi}$, $a = \frac{l}{2}\sin\varphi$, где l — относительная длина оболочки. Введем переменную $\xi_0 = 2\,\frac{\xi - l'}{l}$, где l' — расстояние, измеренное вдоль образующей конуса от меньшего днища до сечения, радиус которого $\varrho_0 = 1$ является средним геометрическим радиусов ϱ_1 и ϱ_2 обоих днищ, т. е. $\varrho_1\varrho_2 = 1$. Координату ξ_0 влево от выбранного сечения будем считать отрицательной, вправо — положительной (рис. 1).

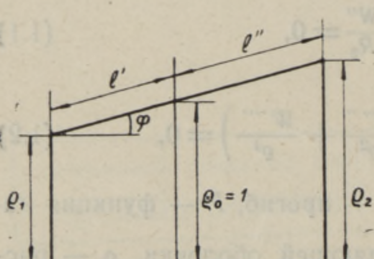

Рис. 1.

Приведенные расстояния днищ конуса от сечения $\varrho_0 = 1$ суть $\xi' = -2\frac{l'}{l}$, $\xi'' = 2\frac{l''}{l}$, их разность $\xi'' - \xi' = 2$. Кроме того, $(1 + a\xi')\,(1 + a\xi'') = 1$.

Из этих условий получим

$$\xi' = -\left(1 - \frac{a}{2}\right), \quad \xi'' = 1 + \frac{a}{2}, \quad l' = \frac{l}{2}\left(1 - \frac{a}{2}\right), \quad l'' = \frac{l}{2}\left(1 + \frac{a}{2}\right). \tag{2.3}$$

Учитывая, что a малый параметр, берем из разложений только члены до a^2 включительно. Замене переменных $\xi_0 = 2\,\frac{\xi - l'}{l}$ соответствует соотношение между дифференциальными операторами $D = \frac{2}{l}\,D_0$, где $D = \frac{\partial}{\partial\xi}$, $\quad D_0 = \frac{\partial}{\partial\xi_0}$.

Уравнение (2.1) принимает вид

$$\left[D_0^4 - \frac{l_1^4}{\varrho^3}\left(2\alpha - \frac{\beta^2}{\varrho^3}\right) + \frac{6a}{\varrho}\ D_0^3 + \frac{6a^2}{\varrho^2} D_0^2\right] w = 0. \qquad (2.4)$$

(Здесь $l_1 = \frac{ls}{2}$). Теперь сделаем замену переменных $x = \frac{1}{a}\ \ln\varrho$, где $\varrho = 1 + a\xi_0$. Этой замене соответствует соотношение $D_0 = \frac{1}{\varrho}\ D_x$. Получим

$$\left[D_x^4 - l_1^4\left(2\varrho\alpha - \frac{\beta^2}{\varrho^2}\right) - a^2 D_x^2\right] w = 0. \qquad (2.5)$$

Ввиду того, что $\varrho = e^{ax}$, можем написать

$$\left[D_x^4 - l_1^4\left(2e^{ax}\alpha - e^{-2ax}\beta^2\right) - a^2 D_x^2\right] w = 0. \qquad (2.6)$$

Разлагая в ряд, получим

$$e^{ax} = 1 + ax + \frac{a^2x^2}{2} + \ldots,\quad e^{-2ax} = 1 - 2ax + 2a^2x^2 + \ldots,$$
$$\alpha = \alpha_0 + a\alpha_1 + a^2\alpha_2 + \ldots \qquad (2.7)$$

Уравнение (2.6) получает вид

$$\{D_x^4 - l_1^4[(2 + 2ax + a^2x^2)(\alpha_0 + a\alpha_1 + a^2\alpha_2) -$$
$$- \beta^2(1 - 2ax + 2a^2x^2)] - a^2 D_x^2\} w = 0 \qquad (2.8)$$

при краевых условиях $w = 0$, $D_x w = 0$.

Установим пределы изменения x.

$$\ln(1 + a\xi_0) = a\xi_0 - \frac{a^2\xi_0^2}{2} + \frac{a^3\xi_0^3}{3} - \ldots,\qquad x = \xi_0 - \frac{a}{2}\xi_0^2 + \frac{a^2}{3}\xi_0^3 - \ldots$$

Если $\xi_0 = \xi'$, тогда $x = -1 + \frac{a^2}{6}$,
если $\xi_0 = \xi''$, тогда $x = 1 - \frac{a^2}{6}$.

Если ограничимся рассмотрением оболочек $l \leqslant 1$, то $\frac{a^2}{6}$ не превышает 4‰. В дальнейшем, учитывая это, принимаем за промежуток изменения $-1 \leqslant x \leqslant 1$.

В уравнении (2.8) принимаем a за параметр возмущений. β^2 является здесь параметром, который сохраняет свое значение во всех приближениях. Собственные значения $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2 \ldots$ находим последовательно по обычным правилам метода возмущения.

Разложением решения w будет

$$w = w_0 + aw_1 + a^2w_2 + \ldots$$

Дифференциальное уравнение для w_0 совпадает с уравнением цилиндрической оболочки

$$[D_x^4 - l_1^4\ (2\alpha_0 - \beta^2)] w_0 = 0. \qquad (2.9)$$

Обозначим $u^4 = 2\alpha_0 - \beta^2$. Уравнению (2.9) удовлетворяет симметричная функция

$$w_0 = A\cos ul_1x + B\,\mathrm{ch}\, ul_1 x. \qquad (2.10)$$

Для удовлетворения краевых условий на краю $x = 1$ величина $ul_1 = \frac{\varkappa}{2}$

должна удовлетворять уравнению $-\operatorname{tg} ul_1 = \operatorname{th} ul_1$. Наименьшее собственное значение соответствует величинам $ul_1 = 2{,}365$ или $\varkappa_0 = 4{,}730$.

Из определения α_0 и β^2 получим для критической нагрузки выражение

$$q_0 = \frac{\alpha_0 \lambda \cos^2\varphi}{\beta}. \tag{2.11}$$

Отсюда вычислим минимальную критическую нагрузку

$$q_{0\min} = \frac{2}{3} \sqrt[4]{3}\, \frac{\varkappa_0 \lambda \sqrt{\lambda}}{l} \cos^{3/2}\varphi \tag{2.12}$$

Этому значению соответствуют величины

$$s^2 = \frac{\varkappa_0}{l} \sqrt[4]{\frac{3\cos^2\varphi}{\lambda^2}}, \quad B = 0{,}7260\, A. \tag{2.13}$$

Для нахождения первой поправки функции прогиба w_1 обозначим $ul_1 x = x_1$, тогда $D_x = ul_1 D_{x_1}$ и на основании (2.8) получим для w_1 уравнение

$$(D_{x_1}^4 - 1)\, w_1 = \frac{2}{u^4}\left[\alpha_1 + (\alpha_0 + \beta^2)\frac{x_1}{ul_1}\right] w_0. \tag{2.14}$$

Решение этого уравнения имеет следующий вид:

$$w_1 = \frac{1}{D_{x_1}^4 - 1}\left\{\frac{2}{u^4}\left[\alpha_1 + (\alpha_0 + \beta^2)\, \frac{x_1}{ul_1}\right] w_0\right\}. \tag{2.15}$$

При применении оператора $\frac{1}{D_{x_1}^4 - 1}$ имеем в виду соотношение

$$\begin{aligned}(D^4 - 1)\, gw &= (D^4 g)\, w + 4D^3 g Dw + 6D^2 g D^2 w + 4Dg D^3 w = \\ &= g'''' w + 4g''' w' + 6g'' w'' + 4g' w'''.\end{aligned} \tag{2.16}$$

Отсюда выводим разложение обратного оператора

$$\frac{1}{D^4 - 1}\, gw = \frac{1}{4}\int g\, dx \cdot w' - \frac{3}{8} gw + \frac{5}{16} g' w''' - \frac{5}{32} g'' w'' + \frac{1}{64} g''' w' + \ldots \tag{2.17}$$

Здесь w является каким-нибудь решением уравнения $(D^4 - 1)\, w = 0$, g — полином относительно того переменного, по которому взяты производные. Равенство (2.17) можно легко проверить, применяя оператор $D^4 - 1$ к обеим сторонам равенства.

Из определения β^2 и выражения (2.13) следует, что $\frac{\beta^2}{u^4} = 3$; кроме того, поскольку $\alpha_0 = \frac{1}{2}(u^2 + \beta^2)$, то можем вместо (2.15) написать

$$w_1 = \frac{1}{D_{x_1}^4 - 1}\left[\left(\frac{2\alpha_1}{u^4} + 10\frac{x_1}{ul_1}\right) w_0\right]. \tag{2.18}$$

Сюда относятся краевые условия $w = 0$, $D_{x_1} w = 0$ на обоих краях. В уравнении (2.18) собственное значение $\alpha_1 = 0$, так как ему соответствует нечетная собственная функция. При этом достаточно удовлетворить краевым условиям только на одном краю.

По формуле (2.16)

$$w_1 = \frac{1}{D_{x_1}^4 - 1}\left(\frac{10}{ul_1} x_1 w_0\right) = \frac{5}{4}\frac{x_1^2}{ul_1} w_0{}' - \frac{15}{4}\frac{x_1}{ul_1} w_0 + C w_0{}' + D w_0{}'''. \qquad (2.19)$$

Определяя постоянные, получим

$$w_1 = \frac{5}{4}\left(\frac{x_1^2}{ul_1} - ul_1\right) w_0{}' - \frac{15}{4}\frac{x_1}{ul_1} w_0. \qquad (2.20)$$

Аналогичным путем получим и вторую поправку

$$w_2 = -\frac{1197}{32}\frac{x_1}{u^2 l_1^2} w_0{}''' + \left[\frac{25}{16}\left(\frac{1}{2}\frac{x_1^4}{u^2 l_1^2} - x_1^2\right) + C\right] w_0{}'' +$$

$$+ \left[\left(\frac{\alpha_2}{2u^4} + \frac{75}{16}\right) x_1 - \frac{391}{48}\frac{x_1^3}{u^2 l_1^2}\right] w_0{}' + \frac{873}{32}\frac{x_1^2}{u^2 l_1^2} w_0. \qquad (2.21)$$

На основании краевых условий $w_2(ul_1) = 0$, $D_{x_1}\, w_2(ul_1) = 0$ получим

$$C = 19{,}90, \qquad \alpha_2 = -0{,}44u^4$$

и минимальная критическая нагрузка будет иметь вид

$$q_{\min} = q_{0\min}\,(1 - 0{,}22a^2). \qquad (2.22)$$

Поправка к нулевому значению минимальной критической нагрузки в промежутке безразмерных длин оболочки $\frac{1}{3} \leqslant l \leqslant 1$ при обычных относительных толщинах не превышает 5‰, и ее не надо учитывать. Такая малая поправка обусловлена удачным выбором радиуса R поперечного сечения для определения относительной длины оболочки. Радиус R можно выбрать и в среднем сечении оболочки, как это делается в случае цилиндрической оболочки. Но в таком случае метод возмущения не дает такой хорошей сходимости, как в рассмотренном случае, и поправка оказывается большей, но не превышает допустимой погрешности.

Отказываясь от допущения $\varrho_0 = 1$, получим для конуса $q_{\min} = \varrho_0^{-2/3} q_{0\min}$, что при $\varrho_0 = \cos\varphi$ совпадает с выражением минимальной критической нагрузки цилиндра, радиус которого $R = 1$[1].

3. **Короткий усеченный конус.** В случае короткой оболочки из системы (1.4) получим

$$w'''' - \left(\frac{2qs^6}{\varrho^3\cos^3\varphi} - \frac{\lambda^2 s^8}{\varrho^6\cos^2\varphi}\right) w + \frac{6\sin\varphi}{\varrho} w''' + \left(\frac{5qs^4}{\varrho\cos^3\varphi} - \frac{4\lambda^2 s^6}{\varrho^4\cos^2\varphi}\right) w'' = 0. \qquad (3.1)$$

Если к полученному уравнению применим обозначения, принятые в § 2, и проведем указанные там же преобразования, то уравнение (3.1) примет вид

$$D_x^4 w + l_1^2(5D_x^2 w - 2l_1^2 w)\ \left(1 + ax + \frac{a^2x^2}{2}\right)(\alpha_0 + a\alpha_1 + a^2\alpha_2) +$$

$$+ l_1^2(l_1^2 w - 4D_x^2 w)\beta^2(1 - 2ax + 2a^2x^2) = 0 \qquad (3.2)$$

при краевых условиях

$$(-l_1^2 + \nu D_x^2)\, w = 0, \quad [l_1^2 + (2+\nu) D_x^2] D_x w = 0 \qquad (3.3)$$

на обоих краях [1].

При коротком цилиндре [1] выяснилось, что член $5\alpha_0 - 4\beta^2$ оказывается при критической нагрузке $q_{\min}$ почти равным нулю. Принимая

$5\alpha_0 - 4\beta^2 = 0$, делаем незначительную ошибку, учитывая, что поправка мала и мало изменяется вблизи точки минимума.

Дифференциальное уравнение для w_0 следующее:

$$D_x^4 w_0 - l_1^4 (2\alpha_0 - \beta^2) w_0 = 0. \tag{3.4}$$

К полученному уравнению относятся краевые условия (3.3), где вместо w подставлено w_0. Уравнению (3.4) удовлетворяет функция (2.10). Из краевых условий получаем

$$u^2 = \frac{1}{2(1+\nu)} \frac{\operatorname{tg}\frac{\varkappa}{2} + \operatorname{th}\frac{\varkappa}{2}}{\operatorname{tg}\frac{\varkappa}{2} - \operatorname{th}\frac{\varkappa}{2}}. \tag{3.5}$$

Из условий $u^4 = 2\alpha_0 - \beta^2$, $5\alpha_0 - 4\beta^2 = 0$ вытекает, что $\frac{\beta^2}{u^4} = \frac{5}{3}$. Отсюда, в свою очередь, следует

$$\frac{u^2}{l^2} = 4\sqrt[4]{\frac{3}{5}}\,\frac{\varepsilon^2}{\cos\varphi}, \qquad \frac{u}{l} = 2\sqrt[4]{\frac{3}{5}}\,\frac{\varepsilon}{\sqrt{\cos\varphi}},$$

где $\varepsilon = \frac{\sqrt{\lambda}}{l}$. Далее находим

$$u^2 = \frac{u}{l_1}\cdot u l_1 = \sqrt[4]{\frac{3}{5}}\,\frac{\varepsilon\varkappa}{\sqrt{\cos\varphi}},$$

на основании чего можно (3.5) написать в виде

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{\cos\varphi}}{2(1+\nu)\varkappa}\sqrt[4]{\frac{5}{3}}\,\frac{\operatorname{tg}\frac{\varkappa}{2} + \operatorname{th}\frac{\varkappa}{2}}{\operatorname{tg}\frac{\varkappa}{2} - \operatorname{th}\frac{\varkappa}{2}}. \tag{3.6}$$

Из условия $5\alpha_0 - 4\beta^2 = 0$ получим для ψ, если $q = \frac{2}{3}\sqrt[4]{3}\,\varkappa_0\lambda\varepsilon\cos^{3/2}\varphi\cdot\psi$, выражение

$$\psi = \frac{6}{5}\sqrt[4]{\frac{5}{9}}\,\frac{\varkappa}{\varkappa_0}. \tag{3.7}$$

Учитывая, что $\frac{\beta^2}{u^4} = \frac{5}{3}$ и $\frac{\alpha_0}{u^4} = \frac{4}{3}$, то для первой поправки прогиба w_1 получим следующее уравнение:

$$\left(D_{x_1}^4 - 1\right) w_1 = \left(2\frac{\alpha_1}{u^4} + 12\frac{x_1}{\varkappa}\right) w_0 - \left(5\frac{\alpha_1}{u^2} + 40u^2\frac{x_1}{\varkappa}\right) D_{x_1}^2 w_0 \tag{3.8}$$

с краевыми условиями на обоих краях

$$(-1 + \nu u^2 D_{x_1}^2) w_1 = 0, \quad [D_{x_1} + (2+\nu) u^2 D_{x_1}^3] w_1 = 0. \tag{3.9}$$

Собственное значение $\alpha_1 = 0$, так как уравнению (3.8) удовлетворяет нечетная собственная функция. Ввиду нечетности собственной функции достаточно удовлетворить краевым условиям только на одном краю.

На основании формулы (2.17)

$$w_1 = -5u^2\frac{x_1^2}{\varkappa}\,w_0''' + 15u^2\frac{x_1}{\varkappa}\,w_0'' + \frac{3}{2}\frac{x_1^2}{\varkappa}\,w_0' - \frac{9}{2}\frac{x_1}{\varkappa}\,w_0 + $$
$$+ Cw_0' + D[w_0' + 2(1+\nu) u^2 w_0''']. \tag{3.10}$$

Здесь $w_0' = D_{x_1} w_0$ и т. д.

Аналогичным способом получим выражение для второй поправки прогиба w_2, из которого можно определить поправку критической нагрузки. Минимальная критическая нагрузка короткой оболочки получается в следующем виде

$$q = q_{0\min}\psi(1 + 0{,}5a^2). \tag{3.11}$$

Здесь поправка не превышает 1% от нулевого приближения и, следовательно, ею можно пренебречь так же, как при оболочке средней длины. Формула для минимального критического давления принимает тогда вид

$$p = \frac{8}{5}\sqrt[4]{\frac{5}{3}}\sqrt{12(1-\nu^2)}\ E\,\frac{L^4}{R_{\text{г}}^4}\cos^{\frac{3}{2}}\varphi\cdot\varkappa\varepsilon^5, \tag{3.12}$$

где L — длина оболочки, $R_{\text{г}}$ — средний геометрический радиусов обоих днищ усеченного конуса.

Функция $\psi = \psi(\varepsilon)$ представлена на рис. 2.

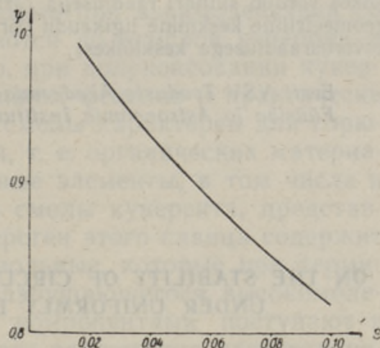

Рис. 2.

Таким образом показано, что при допустимой погрешности $h^{0,5}$ можно для определения минимальной критической нагрузки конической оболочки средней и короткой длины ограничиться нулевыми приближениями, которые при $\varrho_0 = \cos\varphi$ совпадают с соответствующими выражениями минимальной критической нагрузки для цилиндрической оболочки. Это значит, что критические нагрузки конуса и цилиндра при одинаковых длинах и толщинах совпадают, если главный радиус кривизны конуса $R_2 = \frac{R_{\text{г}}}{\cos\varphi}$ совпадает с радиусом цилиндра. При $L \leqslant R_{\text{г}}$ вполне допустимо заменить $R_{\text{г}}$ средним арифметическим (R) днищ конуса (в случаях, рассмотренных в статье, средний геометрический радиус кривизны почти совпадает со средним арифметическим и ввиду этого может быть заменен последним).

ЛИТЕРАТУРА

1. П. В. Мюрсепп, Об устойчивости круговой цилиндрической оболочки под действием равномерно распределенного внешнего давления, Известия АН ЭССР. Серия техн. и физ.-мат. наук, т. VI, № 4, 1957.

Институт физики и астрономии
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию
25 X 1957

ÜHTLASE VÄLISRÕHU ALL OLEVA TÜVIKOONUSEKUJULISE PÖÖRDKOORIKU STABIILSUSEST

P. Müürsepp

Resümee

Töös käsitletakse kinnitatud äärtega tüvikoonusekujulise pöördkooriku kahte põhijuhtu: keskmise pikkusega ja lühikest koorikut.

Võrrandite tuletamisel on avaldistest välja jäetud kõik liikmed, mille asümptootiline suurusjärk on võrreldes võrrandisse jäänud suurima liikmega väiksem kui $h^{0,5}:1$, kusjuures h on kooriku paksuse ja sobivalt valitud ristlõike raadiuse suhe.

Näidatakse, et kui kooriku suhtelise pikkuse määramiseks võetav raadius ϱ_0 on tüvikoonuse põhjade raadiuste geomeetriline keskmine, siis minimaalse kriitilise koormise määramiseks häiremeetodi abil piisab null-lühendi arvutamisest. Esimene parand osutub nulliks, teine aga tuleb tunduvalt väiksem kui $h^{0,5}$. Kui tüvikoonuse minimaalse kriitilise koormise avaldises võetakse $\varrho_0 = \cos\varphi$, siis saadakse kriitilise koormise avaldis silindrilise kooriku jaoks [1]. Teiste sõnadega: võrdsete pikkuste ja paksuste puhul langevad koonuse ja silindri kriitilised koormised ühte, kui koonuse peakõverusraadius kesklõikes võrdub silindri raadiusega (artiklis käsitletud juhtudel on põhjade kõverusraadiuste geomeetriline keskmine ligikaudu võrdne nende aritmeetilise keskmisega ja seega koonuse kõverusraadiusega kesklõikes).

Eesti NSV Teaduste Akadeemia
Füüsika ja Astronoomia Instituut

Saabus toimetusse
25. X 1957

ON THE STABILITY OF CIRCULAR FRUSTUMS OF CONE-SHAPED SHELLS UNDER UNIFORMLY DISTRIBUTED EXTERNAL PRESSURE

P. Müürsepp

Summary

The paper deals with two principal cases of circular frustums of cone-shaped shells of short and medium length having clamped edges.

In deriving the equations the requirement of asymptotic accuracy $h^{0.5}$ has been taken into consideration, i.e. all terms the order of the ratio of which to the largest term in the equation is asymptotically less than $h^{0.5}$, have been omitted in the expressions. Here h means the ratio of the thickness of the shell to the radius of an adequately selected cross section.

It has been pointed out that if the radius ϱ_0 used for determining the relative thickness of the shell represents the proportional mean of the radii of both bases of the truncated cone, then it suffices to find the zero-approximation by means of the perturbation method in order to determine the minimum critical load. The first correction turns out to be zero, while the second will be considerably less than the asymptotic degree of approximation. If in the expression for the minimum critical load of the frustum of the cone we take $\varrho_0 = \cos\varphi$, we get the expression of the critical load for a cylindrical shell. [1] In other words the critical loads for cone and cylinder of equal length and thickness will coincide, if the principal radius of curvature of the cone in the middle section is equal to that of the cylinder (in the cases dealt with in the paper the proportional mean of the basical radii of curvature is practically equal to the arithmetical mean, and may be replaced by the radius of curvature in the middle section of the cone).

Academy of Sciences of the Estonian S.S.R.,
Institute of Physics and Astronomy

Received
Oct. 25, 1957