EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. IX KÖIDE
TEHNILISTE JA FÜÜSIKALIS-MATEMAATILISTE TEADUSTE SEERIA. 1960, NR. 1

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ IX
СЕРИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ И ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК. 1960, № 1

https://doi.org/10.3176/tech.phys.math.1960.1.03

ТЕОРИЯ АХРОМАТИЧЕСКИХ МНОГОСЛОЙНЫХ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫХ ПОЛЯРИЗАТОРОВ

П. КАРД,

кандидат физико-математических наук

1. Введение

В литературе последних 10—15 лет описаны интерференционные поляризаторы, позволяющие получать широкие пучки поляризованного света. По сравнению с другими поляризаторами (поляризационные призмы, поляроиды) интерференционные поляризаторы обладают рядом преимуществ, главное из которых состоит в том, что они могут быть изготовлены не только для видимой, но и для инфракрасной области спектра, где поляризаторы других типов неприменимы (см. обзор [1]). Как известно, частичная поляризация света имеет место уже при отражении от простой границы раздела (например от поверхности стекла). Если угол падения равен углу Брюстера, то отраженный свет поляризован полностью, а прошедший частично. Интенсивность отраженного света может быть увеличена путем нанесения на поверхность стекла однослойной или многослойной пленки; при этом следует надлежащим образом выбрать толщины и показатели преломления слоев. Чтобы сделать такой поляризатор эффективным также в проходящем свете, берется стопа стеклянных пластинок, покрытых с обеих сторон пленками. Подобные поляризаторы описаны, например, в статье [2], а теорию интерференционных поляризаторов этого типа можно найти в работе [3].

Наряду с интерференционными поляризаторами типа стеклянной стопы употребляются интерференционные поляризаторы другого типа. Они состоят из двух одинаковых (или неодинаковых) стеклянных призм, имеющих в сечении равнобедренный треугольник. На боковую грань, соответствующую основанию треугольника, наносится многослойная пленка, которая затем закрывается другой призмой. Такого типа поляризаторы описаны в статьях [4—6]; обзор см. в [1] и [7]. Однако, полная их теория до сих пор отсутствует. Настоящая работа ставит своей целью заполнить этот пробел.

Нужно сказать, что между обоими типами интерференционных поляризаторов — типа стопы и типа призмы — нет глубокой принципиальной разницы. Стеклянная пластинка с нанесенной на одну ее сторону многослойной пленкой вполне подобна по своему действию поляризатору типа призмы. И в том, и в другом случае существенным является наличие интерференции в слоях пленки. Разница состоит лишь в том, что в поляризаторе типа стопы поверхность стекла покрывается обычно только одним слоем, причем недостаточное поляризующее действие (в проходящем свете) этой пленки компенсируется применением нескольких пленок (нескольких пластинок, покрытых пленками с обеих сторон). Интерференция между этими отдельными пленками отсутствует. Наоборот, в поляризаторе типа призмы имеется только одна поляризующая пленка, но, будучи многослойной, она обладает достаточным поляризующим действием. Конечно, ничто не мешает еще более повысить эффективность поляризатора типа призмы, располагая последовательно два или даже больше таких поляризаторов. Мы имели бы тогда поляризатор в виде «стопы призм».

Из сказанного вытекает, что излагаемая ниже теория поляризатора типа призмы применима в принципе и к поляризатору типа стопы. По сравнению с теорией Месснера [3], предлагаемая здесь теория обладает преимуществами большей простоты и общности. Особое внимание будет в нашей теории обращено на ахроматичность поляризатора.

Итак, рассмотрим многослойную пленку из N слоев, имеющих показатели преломления $n_1, n_2, \ldots, n_N$. Пленка ограничена средами с показателями преломления n_0 и n_{N+1}. Все среды будем считать изотропными и непоглощающими, а дисперсией будем пренебрегать. Пусть свет падает из среды с показателем преломления n_0. Обозначим через k волновое число в вакууме, через $h_1, h_2, \ldots, h_N$ — толщины своев, через ϑ_0 — угол падения и через $\vartheta_1, \vartheta_2, \ldots, \vartheta_{N+1}$ — углы преломления. Пусть

$$\alpha_r = kn_rh_r, \qquad r = 1, 2, \ldots, N \tag{1}$$

Так как при наклонном падении света коэффициенты отражения и пропускания зависят от поляризации, то и отражающая и пропускающая способность нашей пленки зависит от поляризации. Можно выбрать показатели преломления, толщины слоев и угол падения таким образом, что коэффициент отражения компоненты, поляризованной в плоскости падения (индекс $\|$), будет близок к нулю, а коэффициент отражения компоненты, поляризованной перпендикулярно плоскости падения (индекс $\perp$), будет близок к единице. Наоборот, коэффициенты пропускания будут близки, соответственно, к единице или к нулю. Таким образом, пленка делит падающий параллельный пучок естественного света на два пучка почти равной интенсивности, поляризованные линейно в двух взаимно-перпендикулярных направлениях.

Поляризующее действие зависит и от длины волны, так как существенное значение имеют выраженные через длину волны толщины слоев [т. е. величины α_r, согласно выражению (1)]. Поэтому возникает проблема создания возможно более ахроматичного поляризатора. В нижеследующей теории ахроматичность поляризатора и является одним из основных требований.

2. Теория

В нашей теории мы воспользуемся методом эффективных параметров многослойного покрытия, сформулированным в другой статье автора (см. [8]). Согласно этому методу, вычисление коэффициентов отражения и пропускания света при наклонном падении на данное покрытие сводится к аналогичной проблеме для нормального падения света на «эффективное» покрытие. Последнее имеет следующие параметры:

$$\left.\begin{aligned} n_r^{\|} &= \frac{n_r}{\cos\vartheta_r} = \frac{n_r^2}{\sqrt{n_r^2 - n_0^2\sin^2\vartheta_0}} \\ n_r^{\perp} &= n_r\cos\vartheta_r = \sqrt{n_r^2 - n_0^2\sin^2\vartheta_0} \end{aligned}\right\} \qquad r = 0, 1, \ldots, N+1 \tag{2}$$

$$\alpha_r^{\|} = \alpha_r^{\perp} = \alpha_r\cos\vartheta_r, \qquad r = 1, 2, \ldots, N \tag{3}$$

Как видно из формулы (2), эффективные параметры различны для двух поляризаций; этим учитывается различие коэффициентов отражения и пропускания для разных поляризаций.

В нижеследующем нужно различать случаи нечетного и четного числа слоев. В первом случае положим $N = 2m + 1$, во втором $N = 2m$. Пусть, далее, все слои по эффективной толщине будут четвертьволновые, т. е.

$$kn_r h_r \cos\vartheta_r = \frac{\pi}{2}, \qquad r = 1, 2, \ldots, N \tag{4}$$

Тогда для энергетических коэффициентов отражения $R^{\parallel}$ и $R^{\perp}$ получим следующие общеизвестные формулы:

$$R^{\parallel}_{2m+1} = \left[\frac{(n^{\parallel}_1 n^{\parallel}_3 \ldots n^{\parallel}_{2m+1})^2 - n^{\parallel} n^{\parallel}_0 (n^{\parallel}_2 n^{\parallel}_4 \ldots n^{\parallel}_{2m})^2}{(n^{\parallel}_1 n^{\parallel}_3 \ldots n^{\parallel}_{2m+1})^2 + n^{\parallel} n^{\parallel}_0 (n^{\parallel}_2 n^{\parallel}_4 \ldots n^{\parallel}_{2m})^2}\right]^2 \tag{5}$$

$$R^{\perp}_{2m+1} = \left[\frac{(n^{\perp}_1 n^{\perp}_3 \ldots n^{\perp}_{2m+1})^2 - n^{\perp} n^{\perp}_0 (n^{\perp}_2 n^{\perp}_4 \ldots n^{\perp}_{2m})^2}{(n^{\perp}_1 n^{\perp}_3 \ldots n^{\perp}_{2m+1})^2 + n^{\perp} n^{\perp}_0 (n^{\perp}_2 n^{\perp}_4 \ldots n^{\perp}_{2m})^2}\right]^2 \tag{6}$$

$$R^{\parallel}_{2m} = \left[\frac{n^{\parallel}(n^{\parallel}_1 n^{\parallel}_3 \ldots n^{\parallel}_{2m-1})^2 - n^{\parallel}_0 (n^{\parallel}_2 n^{\parallel}_4 \ldots n^{\parallel}_{2m})^2}{n^{\parallel}(n^{\parallel}_1 n^{\parallel}_3 \ldots n^{\parallel}_{2m-1})^2 + n^{\parallel}_0 (n^{\parallel}_2 n^{\parallel}_4 \ldots n^{\parallel}_{2m})^2}\right]^2 \tag{7}$$

$$R^{\perp}_{2m} = \left[\frac{n^{\perp}(n^{\perp}_1 n^{\perp}_3 \ldots n^{\perp}_{2m-1})^2 - n^{\perp}_0 (n^{\perp}_2 n^{\perp}_4 \ldots n^{\perp}_{2m})^2}{n^{\perp}(n^{\perp}_1 n^{\perp}_3 \ldots n^{\perp}_{2m-1})^2 + n^{\perp}_0 (n^{\perp}_2 n^{\perp}_4 \ldots n^{\perp}_{2m})^2}\right]^2 \tag{8}$$

В этих формулах положено $n \equiv n_{N+1}$.

Потребуем, чтобы $R^{\parallel} = 0$ и $R^{\perp} \approx 1$. Из первого условия, согласно выражению (2), находим

$$\frac{(n_2^2 - n_0^2 \sin^2\vartheta_0)(n_4^2 - n_0^2 \sin^2\vartheta_0) \cdots (n_{2m}^2 - n_0^2 \sin^2\vartheta_0)}{(n_1^2 - n_0^2 \sin^2\vartheta_0)(n_3^2 - n_0^2 \sin^2\vartheta_0) \cdots (n_{2m+1}^2 - n_0^2 \sin^2\vartheta_0)} =$$

$$= \frac{n_0 n^2 (n_2 n_4 \ldots n_{2m})^4}{(n_1 n_3 \ldots n_{2m+1})^4 \cos\vartheta_0 \sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2\vartheta_0}} \tag{9}$$

если $N = 2m + 1$, и

$$\frac{(n_2^2 - n_0^2 \sin^2\vartheta_0)(n_4^2 - n_0^2 \sin^2\vartheta_0) \ldots (n_{2m}^2 - n_0^2 \sin^2\vartheta_0)}{(n_1^2 - n_0^2 \sin^2\vartheta_0)(n_3^2 - n_0^2 \sin^2\vartheta_0) \ldots (n_{2m-1}^2 - n_0^2 \sin^2\vartheta_0)} =$$

$$= \frac{n_0 (n_2 n_4 \ldots n_{2m})^4 \sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2\vartheta_0}}{n^2 \cos\vartheta_0 (n_1 n_3 \ldots n_{2m-1})^4} \tag{10}$$

если $N = 2m$.

Выражение для $R^{\perp}$ приводится с помощью этих формул и формулы (2) к виду

$$R^{\perp}_{2m+1}=\left[\frac{(n_1 n_3 \ldots n_{2m+1})^4-n_0^2 n^2(n_2 n_4 \ldots n_{2m})^4}{(n_1 n_3 \ldots n_{2m+1})^4+n_0^2 n^2(n_2 n_4 \ldots n_{2m})^4}\right]^2 \tag{11}$$

$$R^{\perp}_{2m}=\left[\frac{n^2(n_1 n_3 \ldots n_{2m-1})^4-n_0^2(n_2 n_4 \ldots n_{2m})^4}{n^2(n_1 n_3 \ldots n_{2m-1})^4+n_0^2(n_2 n_4 \ldots n_{2m})^4}\right]^2 \tag{12}$$

Для выполнения условия $R^{\perp}\approx 1$ нужно, чтобы все n с нечетным индексом были возможно велики, а все n с четным индексом возможно малы или же наоборот. Отсюда вытекает, прежде всего, что наиболее выгодно иметь двухкомпонентную прослойку, т. е.

$$n_1=n_3=n_5\ldots \text{ и } n_2=n_4=n_6\ldots$$

Тогда условия (9) и (10) перепишутся в следующей форме:

$$\frac{(n_2^2-n_0^2\sin^2\vartheta_0)^m}{(n_1^2-n_0^2\sin^2\vartheta_0)^{m+1}}=\frac{n_0 n^2 n_2^{4m}}{n_1^{4m+4}\cos\vartheta_0\sqrt{n^2-n_0^2\sin^2\vartheta_0}},\qquad N=2m+1 \tag{13}$$

$$\frac{(n_2^2-n_0^2\sin^2\vartheta_0)^m}{(n_1^2-n_0^2\sin^2\vartheta_0)^m}=\frac{n_0 n_2^{4m}\sqrt{n^2-n_0^2\sin^2\vartheta_0}}{n^2 n_1^{4m}\cos\vartheta_0},\qquad N=2m \tag{14}$$

а формулы (11) и (12) примут вид

$$R^{\perp}_{2m+1}=\left(\frac{n_1^{4m+4}-n_0^2 n^2 n_2^{4m}}{n_1^{4m+4}+n_0^2 n^2 n_2^{4m}}\right)^2 \tag{15}$$

$$R^{\perp}_{2m}=\left(\frac{n^2 n_1^{4m}-n_0^2 n_2^{4m}}{n^2 n_1^{4m}+n_0^2 n_2^{4m}}\right)^2 \tag{16}$$

Условие $R^{\perp}\approx 1$ требует, очевидно, чтобы $n_1\ll n_2$ или $n_1\gg n_2$. Таким образом, имеем четыре варианта: 1) $n_1\ll n_2$, $N=2m+1$; 2) $n_1\gg n_2$, $N=2m+1$; 3) $n_1\ll n_2$, $N=2m$; 4) $n_1\gg n_2$, $N=2m$.

Выведенные условия достаточны для того, чтобы рассматриваемая система действовала как поляризатор при одной определенной частоте, фиксированной условием (4). Однако от поляризатора обычно требуется, чтобы он был применим в некотором более или менее широком спектральном интервале. Как будет показано ниже, это требование, действительно, удовлетворяется со значительной степенью точности.

3. Пример

Рассмотрим численный пример, иллюстрирующий нашу теорию. Из четырех вариантов, упомянутых в предыдущем параграфе, выберем первый. Он представляется наиболее выгодным, хотя остальные варианты мало ему уступают. Пусть $n=n_0$ и $\vartheta_0=45°$. Далее, выберем $n_1=1{,}35$ (криолит) и $n_2=2{,}3$ (сернистый цинк). Возьмем девятислойную прослойку ($m=4$). Тогда формула (13) дает

$$\frac{(2n_2^2 - n^2)^4}{(2n_1^2 - n^2)^5} = \frac{n^2 n_2^{16}}{n_1^{20}} \tag{17}$$

Решая это уравнение относительно n, находим

$$n = 1{,}627 \tag{18}$$

Таков должен быть показатель преломления призм.

Для вычисления коэффициентов отражения и пропускания $R^{\perp}$ и $D^{\parallel}$ воспользуемся формулами, выведенными автором в статьях [9–10]. Подставляя в эти формулы эффективные значения показателей преломления и обозначая $\alpha^{\parallel} = \alpha^{\perp}$ через α, находим

$$\frac{R^{\parallel}}{D^{\parallel}} = 0{,}0132(\sin 9\alpha + \sin\alpha\cos 2\alpha\cos 4\alpha)^2 \tag{19}$$

$$\frac{1}{D^{\perp}} = 369{,}2 - 696{,}2\cos 2\alpha + 587{,}1\cos 4\alpha - 439{,}3\cos 6\alpha + 288{,}5\cos 8\alpha -$$

$$- 163{,}2\cos 10\alpha + 77{,}0\cos 12\alpha - 28{,}6\cos 14\alpha + 7{,}48\cos 16\alpha - 1{,}01\cos 18\alpha \tag{20}$$

Результаты вычислений по этим формулам даны в нижеследующей таблице:

$\alpha°$	90	85/95	80/100	75/105	70/110	65/115	60/120
$R^{\perp}$ %	99,96	99,96	99,94	99,89	99,70	98,75	88,02
$D^{\parallel}$ %	100,00	99,94	99,34	98,35	98,35	99,52	99,94
β_R	1,000	0,999	0,987	0,968	0,967	0,990	0,999
β_D	0,999	0,999	0,999	0,998	0,994	0,975	0,786

Величины β_R и β_D обозначают здесь степени поляризации, т. е. $\beta_R = \frac{R^{\perp} - R^{\parallel}}{R^{\perp} + R^{\parallel}}$ и $\beta_D = \frac{D^{\parallel} - D^{\perp}}{D^{\parallel} + D^{\perp}}$.

Из приведенной таблицы видно, что в интервале $65° \leqslant \alpha \leqslant 115°$, соответствующем интервалу 7000 Å $\geqslant \lambda \geqslant$ 3950 Å, т. е. всему видимому спектру, степень поляризации β_R в отраженном свете отклоняется от единицы не более чем на 0,032, а степень поляризации β_D в проходящем свете не более чем на 0,025. Указанный интервал α в любой другой области спектра (например в инфракрасной области) также равен почти целой октаве.

Как было отмечено выше, дальнейшее повышение эффективности поляризатора в проходящем свете возможно путем последовательного пропускания света через две одинаковых прослойки описанного состава.

Аналогично, чтобы повысить степень поляризации отраженного света, целесообразно поставить на пути отраженного пучка второй поляризатор, работающий на отражение, или, еще лучше, на пропускание.

Если бы мы выбрали вместо первого второй вариант, т. е. положили бы в формуле (17) $n_1 = 2{,}3$ и $n_2 = 1{,}35$, то нашли бы $n = 1{,}666$. В этом случае значения $D^{\parallel}$ были бы несколько ниже приведенных в таблице (кроме $D^{\parallel} = 100\%$ при $\alpha = 90°$), а значения $R^{\perp}$ были бы еще ближе к единице (так, при $\alpha = 90°$ было бы $R^{\perp} = 99{,}98\%$). Поэтому второй вариант был бы предпочтительнее лишь в том случае, если поляризатор предназначается для более узкой области спектра.

Заметим, наконец, что, согласно формулам (13) и (14), значения показателей преломления призм нужно выбирать в зависимости от угла падения. В предыдущем примере мы выбрали $n = n_0$ и $\vartheta_0 = 45°$. Очевидно, можно выбрать иной угол падения, а также отказаться от условия $n = n_0$. Это означает, что наша теория допускает большое количество конкретных вариантов, причем все они дают фактически сходные результаты.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. В. Розенберг, Многолучевая интерферометрия и интерференционные светофильтры, I, Успехи физ. наук, **47**, 3, 1952.
2. F. Abelès, Les applications des couches minces en polarimétrie, J. phys. et radium, **11**, 403, 1950.
3. R. Messner, Die theoretischen Grundlagen optischer Interferenzpolarisatoren, Feinwerktechnik, **57**, 142, 1953.
4. M. Banning, Practical methods of making and using multilayer filters, J. Opt. Soc. America, **37**, 792, 1947.
5. H. Schröder, R. Schlafer, Verlustfreie optische Interferenz-Polarisatoren, Zs. f. Naturforschung, **4a**, 576, 1948.
6. Ф. А. Маковский, Стеклянный интерференционный поляризатор с малыми потерями света, Журнал техн. физики, **24**, 1859, 1954.
7. Г. В. Розенберг, Оптика тонкослойных покрытий, Физматгиз, Москва, 1958.
8. П. Г. Кард, Теория двухкомпонентных многослойных диэлектрических покрытий, Тр. ИФА АН Эст. ССР, № 5, 54, 1957.
9. П. Г. Кард, Аналитическая теория оптических свойств многослойных диэлектрических покрытий, Оптика и спектроскопия, **2**, 236, 1957.
10. П. Г. Кард, Теория просветляющих многослойных покрытий, Оптика и спектроскопия, **2**, 245, 1957.

Тартуский государственный университет

Поступила в редакцию
8. IX 1959

AKROMAATILISTE MITMEKIHILISTE INTERFERENTSPOLARISAATORITE TEOORIA

P. Kard,

füüsikalis-matemaatiliste teaduste kandidaat

Resümee

Prisma tüüpi mitmekihiline interferentspolarisaator koosneb kahest kokkupandud klaasprismast, millede vahel asetseb mitmekihiline vahekile. Kile parameetrid, prismade murdumisnäitajad ja langemisnurga peab valima nii, et langemistasandis polariseeritud komponendi peegeldumiskoefitsient oleks lähedane 0-le ja langemistasandiga risti polariseeritud komponendi peegeldumiskoefitsient lähedane 1-le. Seega jaotab polarisaator langeva loomuliku valguse kimbu kaheks lineaarselt polariseeritud võrdse intensiivsusega kimbuks. Seejuures on nõutav võimalikult suur akromaatilisus, s. o. polarisaator peab olema efektiivne võimalikult laias spektrivahemikus.

Artiklis esitatakse ülalkirjeldatud tüüpi polarisaatorite teooria. Näidatakse, et kui võtta kõik kihid võrdse optilise paksusega ning vaheldumisi võimalikult suure ja võimalikult väikese murdumisnäitajaga, siis saab, olenevalt langemisnurgast, prismade murdumisnäitajad valida nii, et polarisaator on kõrge efektiivsusega peaaegu ühe oktaavi laiuses spektrivahemikus (näit. kogu nähtava spektri ulatuses).

Peegeldunud valguse osas erineb polarisatsiooniaste ühe konkreetse näite puhul 1-st üiimalt 0,032 võrra, läbinud valguse osas aga üiimalt 0,025 võrra.

Kirjeldatud tüüpi polarisaatori efektiivsust saab tõsta veelgi, kui asetada peegeldunud ja läbinud kiirte ette täiendavad sama tüüpi polarisaatorid. Niisugune liitpolarisaator on analoogiline teist tüüpi polarisaatoriga, mis kujutab endast õhukeste kihtidega kaetud klaasplaatide pakki.

Tartu Riiklik Ülikool

Saabus toimetusse
8. IX 1959

THEORY OF ACHROMATIC MULTILAYER INTERFERENCE POLARIZERS

P. Kard

Summary

A prismatic multilayer interference polarizer consists of two composed glass prisms with a multilayer film between them. The parameters of the film, the refractive indices of the prisms and the angle of incidence should be chosen so as to obtain the reflectance of the component parallel to the incidence plane near to zero, and the reflectance of the component perpendicular to the incidence plane near to unity. Thus the polarizer divides the incident beam of unpolarized light into two linear polarized beams with equal intensities. In addition, the polarizer must be achromatic, i. e. it must work in as broad a spectral interval as possible.

In this paper a theory of the polarizers of this type is presented. It is shown that, if one takes all the layers having equal optical thicknesses and alternately high and low refractive indices, one can choose the angle of incidence and the refractive indices of the prisms in such a way, that the polarizer is greatly effective in the broad spectral interval (nearly equal to one octave, e. g. to the whole visible region).

In a particular numerical example the degree of polarization differs from unity at the most by 0.032 in reflected light and by 0.025 in transmitted light.

One can still more increase the efficiency of the polarizer of the described type by placing additional polarizers of the same type in the way of reflected and transmitted beams. Such a composed polarizer is analogous to the polarizers of another type consisting of a pile of coated glass plates.

Tartu State University

Received
Sept. 8th, 1959