

Aasa MAAMÄGI, Sergei MALÖGIN

MAAGI KVALITEEDI STATISTILISEST ANALÜÜSIST

Аса МААМЯГИ, Сергей МАЛЫГИН. О СТАТИСТИЧЕСКОМ АНАЛИЗЕ КАЧЕСТВА РУДЫ

Aasa MAAMÄGI, Sergei MALÖGIN. ON STATISTICAL ANALYSIS OF THE QUALITY OF ORE

Antud on juhuslike suuruste $\{X_i\}_{i=1}^{10}$ arvulised väärtused. Leida on vaja sündmuste

$$\begin{aligned} X_1 \geq a_1, X_2 \leq a_2, X_5 \leq a_5 \quad (\text{või} \quad X_1 \geq a_1, X_2 \leq a_2, X_3 \leq a_3; \\ X_1 \geq a_1, X_4 \leq a_4, X_5 \leq a_5) \quad \text{ja} \quad X_6 \geq a_6, X_7 \leq a_7, X_8 \leq a_8 \end{aligned}$$

tõenäosuste hinnang, $\{a_i\}_{i=1}^{10}$ on fikseeritud. Olgu X_1, X_6 P_2O_5 sisaldus maagis, X_2, X_7 magneesiumoksiidi sisaldus, X_3, X_8 raudoksiidi sisaldus (kõik protsentides).

$$X_4 = 100X_2/X_1, X_5 = 100X_3/X_1, X_9 = 100 X_7/X_6, X_{10} = 100X_8/X_6.$$

Otsitavate sündmuste tõenäosuste

$$P(X_1 \geq a_1, X_2 \leq a_2, X_5 \leq a_5) \quad \text{ja} \quad P(X_6 \geq a_6, X_7 \leq a_7, X_8 \leq a_8)$$

hinnangud on ka maagi kvaliteedi mõeldavateks hinnanguteks, sest need võivad olla aluseks keemiliselt töödeldava maagi osakaalu leidmisel. Analüüsitavate andmete hulk oli $\{X_i\}_{i=1}^5$ puhul 399 (Toolse fosforiidi-maardla) ja $\{X_i\}_{i=6}^{10}$ puhul 304 (Lääne-Kabala). Andmed on saadud R. Päsokilt. Empiiriliste jaotuste põhjal leitud hinnang on väärtuste $a_1 = 8,5, a_2 = 0,6, a_5 = 19,0, a_6 = 10,5, a_7 = 1,0, a_8 = 2,0$ puhul:

$$\bar{P}(X_1 \geq a_1, X_2 \leq a_2, X_5 \leq a_5) = 0,489,$$

$$\bar{P}(X_6 \geq a_6, X_7 \leq a_7, X_8 \leq a_8) = 0,674$$

$$\text{ja} \quad \bar{P}(X_8 \leq a_8) = 1.$$

Andmete statistiline analüüs (vastavate hüpoteeside kontroll) näitas, et juhuslike suuruste $X_1, \ln X_2, \ln X_5, X_6, \ln X_7$ jaotusi võib pidada normaaljaotusteks (keskmised väärtused vastavalt 10,866, $-0,812, 2,696, 13,867, -0,243$ ja dispersioonid 6,104, 0,392, 0,132, 6,665, 0,196); korrelatsiooni $X_6, \ln X_7$ vahel võib pidada nulliks. Valimi põhjal leitud $X_1, \ln X_2, \ln X_5$ korrelatsiooni hinnangud olid järgmised:

$$\begin{vmatrix} 1 & 0,218 & -0,725 \\ 0,218 & 1 & -0,149 \\ -0,725 & -0,149 & 1 \end{vmatrix}$$

Seega $\hat{P}(X_1 \geq a_1) = 0,83, \hat{P}(X_2 \leq a_2) = \hat{P}(\ln X_2 \leq -0,51) = 0,69, \hat{P}(X_5 \leq a_5) = \hat{P}(\ln X_5 \leq 2,94) = 0,75.$

Ning $\hat{P}(X_6 \geq a_6) = 0,90$ ja $\hat{P}(X_7 \leq a_7) = \hat{P}(\ln X_7 \leq 0) = 0,71.$

Järgmised juhuslikud suurused on normaaljaotusega ja juba statistiliselt sõltumatud:

$$X_1^* = 0,399X_1 + 0,023 \ln X_2 - 0,043 \ln X_5 - 4,199,$$

$$X_2^* = 0,094X_1 - 1,636 \ln X_2 - 0,023 \ln X_5 - 2,282,$$

$$X_5^* = 0,432X_1 - 0,032 \ln X_2 + 3,995 \ln X_5 - 15,485$$

ehk

$$\begin{aligned}X_1 &= 2,470(X_1^* + 4,199) + 0,035(X_2^* + 2,282) + 0,027(X_5^* + 15,485), \\ \ln X_2 &= 0,145(X_1^* + 4,199) - 0,609(X_2^* + 2,282) - 0,002(X_5^* + 15,485), \\ \ln X_5 &= -0,266(X_1^* + 4,199) - 0,009(X_2^* + 2,282) + 0,247(X_5^* + 15,485).\end{aligned}$$

Kolme tasapinna löikepunkt on $X_1^* = -0,947$, $X_2^* = -0,719$, $X_5^* = -0,037$. Sellest järeldub ka $\hat{P}(X_1 \geq a_1, X_2 \leq a_2, X_5 \leq a_5) \leq 0,53$.

Ning X_6 , $\ln X_7$ sõltumatuses: $\hat{P}(X_6 \geq a_6, X_7 \leq a_7) = \hat{P}(X_6 \geq a_6) \hat{P}(X_7 \leq a_7) = 0,90 \cdot 0,71 = 0,64$. On arusaadav, et samuti on $P(X_1 \geq a_1, X_2 \leq a_2, X_5 \leq a_5)$ ja $P(X_6 \geq a_6, X_7 \leq a_7, X_8 \leq a_8)$ hinnangud leitud jaotuseaduste põhjal väljaarvutatavad ka teiste $\{a_i\}_{i=1}^{10}$ väärtuste puhul.

Esitanud Ü. Ennuste

Eesti Teaduste Akadeemia
Majanduse Instituut

Toimetusse saabunud
19. VII 1989