EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. ÜHISKONNATEADUSED
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ОБЩЕСТВЕННЫЕ НАУКИ
PROCEEDINGS OF THE ACADEMY OF SCIENCES OF THE ESTONIAN SSR. SOCIAL SCIENCES

1986, 35, 4

https://doi.org/10.3176/hum.soc.sci.1986.4.01

Урмас СЕПП

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ НА ОСНОВЕ ПРОИЗВОДСТВЕННОГО ПОТЕНЦИАЛА

В экономической литературе под термином «эффективность производства» обычно подразумевается относительная результативность производства, т. е. отношение результата производства к затратам (ресурсам) на его создание в денежном выражении. Если разложить показатель относительной результативности на составляющие, то можно увидеть, что он зависит от уровня максимальной эффективности и степени ее реализации. Максимальная эффективность конкретного предприятия предопределена технико-экономическими параметрами рабочих машин, силовых агрегатов и других элементов производственного аппарата (предположим, что номенклатура используемых материалов, полуфабрикатов и т. д., а также выпускаемой продукции является постоянной). Степень реализации максимальной эффективности зависит от деятельности трудового коллектива (напр., от использования фонда времени работы оборудования и т. д.). Поэтому можно утверждать, что степень реализации максимальной эффективности характеризует эффективность производственной деятельности данного предприятия. Приведенная характеристика имеет немаловажное значение для текущего управления производством. Так как в определенный период производственный аппарат является уже сложившимся, то объектом текущего управления становится главным образом деятельность коллектива предприятия (основной вопрос: как лучше использовать производственные мощности?). Следовательно, с точки зрения управления рациональная информация содержится в показателях, отражающих производственную деятельность. В их число входит и показатель эффективности производственной деятельности (ЭПД).

В данной статье представлена концепция, позволяющая выявить показатель ЭПД. Рассматривается также возможность оценки необходимой для вычисления показателя ЭПД граничной функции с помощью техники линейного программирования. Предлагается алгоритм оценки граничной функции, основанный на соотношении граничной и средней производственной функций. При этом объектом определения эффективности является производственная деятельность в разные периоды функционирования отдельного предприятия.

Концепция

Понятие ЭПД по сути совпадает с концепцией эффективности, выдвинутой М. Дж. Фареллом еще в 1957 г. [1]. М. Дж. Фарелл определяет эффективность как способность производственной организации выпускать конкретную продукцию с минимальными затратами [1, 2]. При этом он выделяет два компонента эффективности. Первый из них отражает физическую эффективность трансформации входа производства в выход производства (М. Дж. Фарелл использует для ее обозначения термин «техническая эффективность»). Второй компонент — «эффективность ассигнования» — характеризует оптимальную комбинацию средств, инвестированных или авансированных в ресурсы производства.

Следуя М. Дж. Фареллу, рассмотрим производственный процесс с двумя входами (капитал K и горючее F) и одним выходом (электроэнергия Q).

Допустим, что установлена граничная функция, отражающая наиболее эффективно протекающий в данных условиях производственный процесс (в этом случае объемы K и F, необходимые для производства Q, наименьшие). Предположим также, что в качестве спецификации граничной функции используется производственная функция типа Кобба—Дугласа.

Изоквант SS' производственной функции (рис. 1) представляет собой критерий оценки эффективности, сравнение с которым показывает эффективность производства в тот или иной период. Производство в периоды, описываемые пунктами (они даны конкретными значениями K и F), остающимися в отношении SS' на северо-востоке по сравнению с граничной функцией, малоэффективно. Все эти пункты характеризуют случай, когда для изготовления данного количества продукции потребляются ресурсы в большем объеме, чем в производстве, описываемом SS'. Пункты, расположенные относительно SS' на юго-западе, нереальны, поскольку SS' определяет высший уровень эффективности.

Техническую эффективность (TE) определенной комбинации K и F (пункт R) М. Дж. Фарелл дефинирует как частное отрезков $0B/0R$, которое выражает соотношение сумм стоимостей ресурсов, требующихся в случае наивысшей и фактической эффективности.[1]

При определении второго компонента эффективности — эффективности ассигнования (AE) — М. Дж. Фарелл рекомендует найти такую комбинацию K и F на SS', для которой сумма $K+F$ была бы минимальной. Основой минимизации затрат является заменяемость факторов производственной функции.[2] $K+F$ имеет минимум в точке E, т. е. в точке соединения изокванта SS' и прямой PP' (PP' определена в отношении K как $K=(C-F\cdot P_F)/P_K$, где $C=F_E\cdot P_F+K_E\cdot P_K$; P_F и P_K — стоимости единицы измерения F и K). Чтобы получить не зависимую от TE, но тем не менее системную с ней оценку AE, следует разделить $0D$ на $0B$. Такое частное отражает в аспекте ассигнования соотношение наиболее благоприятной и фактически используемой комбинации K и F.

Для вывода общей эффективности (UE) надо TE умножить на AE, т. е. $UE=TE\cdot AE$. Выражением UE, таким образом, является $(0B/0R)\cdot(0D/0B)=0D/0R$. В экономическом смысле $0D/0R$ характеризует соотношение минимальной стоимости ресурсов, необходимых для выпуска конкретной продукции, и стоимости фактически применяемых K и F. При этом минимальная стоимость ресурсов определена максимальной эффективностью технологии и оптимальной структурой K и F.

Наряду с изложенным М. Дж. Фареллом возможен и другой подход, а именно — использование в роли критерия эффективности максималь-

---

[1] В этом можно убедиться, используя норму векторов $\overrightarrow{0B}=\sqrt{F_B^2+K_B^2}$ и $\overrightarrow{0R}=\sqrt{F_R^2+K_R^2}$. Поскольку $F_B/K_B=F_R/K_R=n$ и $F_B/F_R=K_B/K_R=l$, то $0B/0R=\overrightarrow{0B}/\overrightarrow{0R}=\sqrt{(K_Bnl)^2+(K_Bl)^2}/\sqrt{(K_Bn)^2+K_B^2}=l$.

[2] Заменяемость факторов выражает различную эффективность производственных ресурсов. Например, если расходы на приобретение оборудования оказываются эффективнее, чем оплата живого труда, необходимая для изготовления того же количества продукции, то с точки зрения рентабельности целесообразно заменить определенную часть живого труда оборудованием.

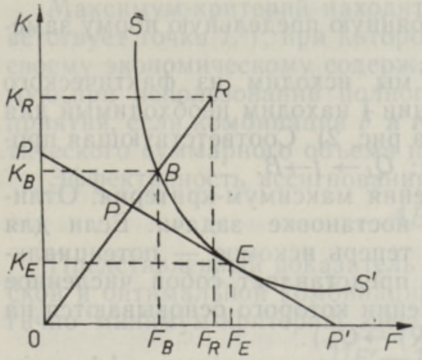

Рис. 1. Графическое представление эффективности в трактовке М. Дж. Фарелла.

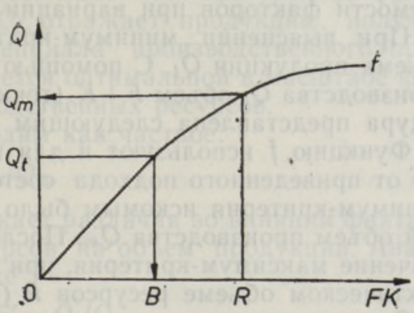

Рис. 2. Связь минимум- и максимум-критериев эффективности.

ного объема продукции, получаемой при фактическом объеме ресурсов.[3, 4] Максимальный объем продукции представляет собой выражение производственного потенциала на данный момент. В отличие от К. В. Решетинского [4, с. 10—11] допустим, что в произвольный период фактическая продукция производственной единицы выражает только часть возможностей производственного потенциала. Лишь в отдельных случаях потенциал загружен полностью. Поэтому эффективность производственной деятельности описывается соотношением потенциальной и фактической продукции (приближение объема продукции к потенциальному свидетельствует о росте, эффективности).

Что же касается того, какой из критериев — минимум или максимум — предпочтительнее, прежде всего зависит от конкретной ситуации. Чтобы повысить эффективность, т. е. уменьшить отклонение фактического показателя от критерия эффективности, следует, в зависимости от типа критерия, либо минимизировать ресурсы, либо максимизировать продукцию. Предпочтительность одной из этих возможностей зависит от стратегических соображений экономической политики. Цели нулевого роста соответствует стремление к минимизации используемых ресурсов, которое сочетается с минимум-критерием эффективности. Если же экономическая политика стимулирует рост производства, то в качестве стандарта эффективности более уместен максимальный объем продукции, т. е. максимум-критерий.

В пользу применения в практических расчетах максимум-критерия говорят вычислительные аспекты. Как мы убедились, минимум-критерий эффективности находят только с помощью изокванта производственной функции (см. рис. 1). Максимум-критерий имеет в этом смысле довольно убедительное преимущество. Так как максимум-критерий по сути представляет собой потенциал производства, то для его вычисления годятся все методы определения потенциала (от нормативных и экономико-математических до математико-статистических).

Максимум-критерий эффективности представляет собой преобразованный минимум-критерий Фарелла. В этом легко убедиться, если вычертить траекторию граничной функции f в двумерном пространстве, образуемой осями Q и FK (рис. 2). Ось Q характеризует изменение продукции, на оси FK размещены ресурсы. Ось FK тождественна лучу $0R$ на рис. 1 — оба отрезка являются изоклинами производственной функ-

³ Такую постановку проблемы впервые предложил К. Р. Тиммер (см., напр., [3]).

⁴ В дальнейшем критерий, используемый при сравнении объема производственных ресурсов, именуется минимум-критерием эффективности. Если же базой сравнения будет максимальная продукция, будем говорить о максимум-критерии.

ции f, т. е. прямыми, отражающими постоянную предельную норму заменяемости факторов при вариации Q.

При выяснении минимум-критерия мы исходим из фактического объема продукции Q_t. С помощью функции f находим необходимый для производства Q_t объем $F+K$ (точка B на рис. 2). Соответствующая процедура представлена следующим рядом: $Q_t \rightarrow f \rightarrow B$.

Функцию f используют и для выявления максимум-критерия. Отличие от приведенного подхода состоит в постановке задачи. Если для минимум-критерия искомым было B, то теперь искомое — потенциальный объем производства Q_m. Последний представляет собой численное значение максимум-критерия, при выявлении которого основываются на фактическом объеме ресурсов R $(R \rightarrow f(R) \rightarrow Q_m)$.

С помощью максимум-критерия оценивается техническая эффективность (TE') как частное отрезков $0Q_t$ и $0Q_m$. Так как оба отрезка начинаются с нулевого пункта оси Q, то

$$TE' = Q_t/Q_m. \tag{1}$$

Формула (1) характеризует степень использования производственного потенциала, причем последний определяется по объему и структуре фактически использованных ресурсов.

Что касается отношения TE и TE', т. е. показателей эффективности, рассчитанных на основе минимум- и максимум-критериев, то следует подчеркнуть, что они равны только в исключительном случае — лишь когда граничная функция f не имеет ускорения ($f''=0$). В остальных ситуациях $TE \neq TE'$. Если $f''>0$, то $TE>TE'$. В противном случае — $f''<0$, $TE<TE'$. Различие уровней TE и TE' обусловлено непринципиальным противоречием. Как видно из рис. 2, оба критерия являются выражением одной и той же функции. Тем не менее численное отличие TE от TE' следует учитывать в практических расчетах. Чтобы разные оценки эффективности были сравнимы, необходимо вести их по одному алгоритму, т. е. использовать либо TE, либо TE'.

На основе максимум-критерия можно оценивать и эффективность ассигнования.

Рассмотрим кривую граничной функции f на плоскости, данной точками K_M, F_M и Q'_L, которая параллельна оси Q (рис. 3). При константной сумме F_R+K_R (линия $K_M F_M$) f зависит от соотношения конкретных значений F и K. Такая динамика f объясняется различной предельной производительностью F и K (в результате замены малоэффективного ресурса более эффективным объем продукции растет).

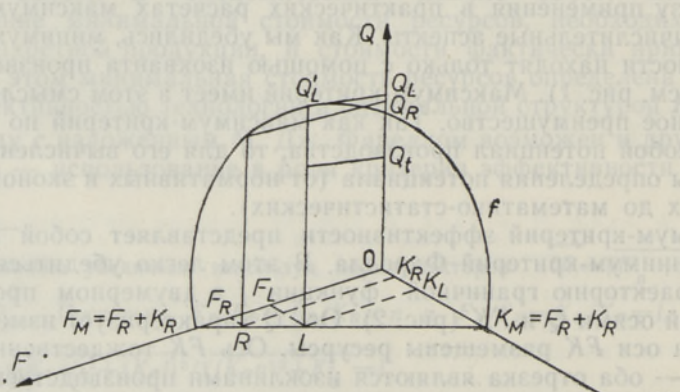

Рис. 3. Графическое представление эффективности ассигнования на основе максимум-критерия.

Максимум-критерий находят комбинацией F и K (на рис. 3 ей соответствует точка L[5]), при которой f имеет максимальный уровень Q_L. По своему экономическому содержанию Q_L отражает продукцию, получаемую при использовании полного потенциала производственного предприятия, если комбинация F и K является оптимальной в масштабе фактического суммарного объема производственных ресурсов.

Эффективность ассигнования находим как частное:

$$AE' = Q_R / Q_L. \tag{2}$$

Представленный показатель выражает различия во влиянии фактической и оптимальной комбинаций ресурсов на объем продукции. Аналогично минимум-критерию здесь также

$$UE' = TE' \cdot AE' = Q_t / Q_L. \tag{3}$$

UE' — это общая эффективность, характеризующая меру использования потенциальных возможностей, которыми располагает рассматриваемый производственный процесс.

Математическая модель коэффициента UE' представляет собой частное от деления фактической продукции на производственный потенциал, образующийся при оптимальной структуре ресурсов. Это соотношение дает суммарную оценку, которая характеризует как интенсивность использования потенциала, т. е. ЭПД, так и результативность формирования самого потенциала.

В заключение следует отметить, что хотя все вышесказанное относилось к двухфакторному производственному процессу, приведенные принципы и формулы действительны и в многофакторном варианте анализа эффективности.

Оценка граничной функции

Основной предпосылкой применения представленного подхода к оценке эффективности является знание граничной функции. В качестве модели граничной функции используем производственную функцию Кобба—Дугласа:

$$q = \prod_i r_i^{\alpha_i}, \tag{4}$$

где q — продукция, α_i — параметры функции, r_i — производственные ресурсы, $i = \overline{1, n}$, n — число ресурсов.

Функция (4) является детерминированной. Теоретически можно использовать также стохастическую модель, имеющую то существенное достоинство, что производство в ней можно трактовать как вероятностный процесс (учитывая возможность производственных простоев, ритмичность поставок и т. д.). К сожалению, практическому определению стохастической модели при оценке ЭПД единичного предприятия препятствует нехватка исходных данных. Временной ряд исходных данных слишком короток для получения достоверных параметров стохастической граничной функции.[6]

---

[5] По вполне понятным причинам L находится на той же изоклине, что и точка E, показывающая наименьшую сумму ресурсов по минимум-критерию (рис. 1). Поэтому соотношение минимум- и максимум-критериев при оценке эффективности ассигнования можно представить себе аналогично положению на рис. 2.

[6] Особенно, если учесть, что граничная функция по горизонту может быть кратко- или среднесрочной. При более длительном промежутке, в течение которого происходят уже существенные изменения производственного процесса, граничная функция выражала бы обобщение, которое не отражает реального производства ни в начале, ни в середине, ни в конце периода.

Для оценки параметров граничной функции Д. Дж. Айгнер и С. Ф. Чью [5] предлагают методику оптимального планирования. Чтобы воспользоваться ею, необходимо (4) логарифмировать (представляем результаты в матричной символике):

$$Q=RC', \tag{5}$$

где $Q=[\ln q_j]$, $R=[\ln r_{ji}]$, $j=\overline{1, m}$, $C'=[\alpha_i]$, m — число наблюдений.[7]

Необходимые при постановке задачи оптимального планирования ограничения следует выявить из сущности граничной функции. Эта функция, как отмечалось выше, определяет выпуск производственного процесса, проходящего с максимальной эффективностью, т. е. с полной реализацией потенциала. Поэтому основным требованием, предъявляемым граничной функции, является то, что определенный ею объем продукции должен превышать действительный объем продукции рассматриваемого предприятия (или по крайней мере быть равным ему). При формализации такого требования система ограничений принимает следующий вид:

$$RC'\geqslant Q^t, \tag{6}$$

где $Q^t=[\ln q^t_j]$, q^t_j — эмпирический объем продукции.

Логично также, что

$$C'\geqslant 0. \tag{7}$$

В качестве целевой функции Д. Дж. Айгнер и С. Ф. Чью рекомендуют минимизировать остаточные члены граничной функции. Так как остаточные члены, согласно условиям задачи, могут быть только отрицательными, то достаточно ограничиться их линейными значениями в целевой функции:

$$\min l'\varepsilon=\min l'(RC'-Q^t), \tag{8}$$

где $l'=[1,1\ldots 1]$.

Для решения проблемы (6)—(8) подходит произвольный метод линейного планирования. При этом наряду с решением задачи (6)—(8) результаты оптимизационной процедуры дают также уровни технической эффективности всех рассматриваемых наблюдений. Так как $RC'\geqslant Q^t$, то $RC'=Q^t+\varepsilon$. Следовательно, $\varepsilon=RC'-Q^t$, что определено результатами оптимизации. Согласно (5),

$$e^{\varepsilon_j}=(\prod_i r_{ji}^{\alpha_i})/q^t_j. \tag{9}$$

Мы видим, что e^{ε_j} равняется отношению значения граничной функции при j к уровню фактической продукции. По максимум-критерию такое частное представляет собой обратное значение технической эффективности. Следовательно, уровень эффективности при j дает $e^{-\varepsilon_j}$.

Хотя предложенный алгоритм удобен и легко выполним при использовании стандартных программ ЭВМ, он имеет и существенные недостатки. Главный из них состоит в неустойчивости найденных параметров. Так, на основе одной исходной совокупности можно определить граничные функции с различным числом факторов, соотношение параметров которых полностью различается. Например, по определенной функции действенность живого труда при формировании выпуска может в несколько раз превышать действенность основных фондов. При вклю-

[7] Под термином «наблюдение» понимается набор исходных данных, отражающих входы и выход, т. е. r_i и q производственного процесса конкретного предприятия в определенный период времени.

чении в модель дополнительного фактора соответствующее соотношение по новым параметрам часто оказывается противоположным. Понятно, что такая метаморфоза при действующей технологии нереальна. Поэтому нам кажется целесообразным дополнительно к ограничениям, используемым при постановке задачи (6)—(8), сформулировать условия, отражающие соотношение действия отдельных ресурсов при формировании выпуска:

$$\alpha_1 - v_i \alpha_i = 0, \tag{10}$$

где $i = \overline{1, n}$, $v_i = \alpha'_1 / \alpha'_i$, α'_i — параметр средней производственной функции, найденный методом наименьших квадратов.[8]

После добавления таких ограничений оценка граничной функции не представляет оптимизационной проблемы — существует только одно, удовлетворяющее всем ограничениям (6) решение. Удовлетворительное решение дает наблюдение, при котором α_{j1} обретает наибольшее значение:

$$\max_j \alpha_{j1} = \max_j \ln q^t_j \Big/ \sum_i^n (\ln r_{ji}) / v_i.^{9} \tag{11}$$

Остальные параметры найдем через α_1:

$$\alpha_i = \alpha_1 / v_i. \tag{12}$$

Этот подход, эффективный на первый взгляд, страдает существенными недостатками. В этом можно убедиться, если представить его, опираясь на среднюю производственную функцию. Тогда

$$q_j = \prod_i r_{ji}^{\alpha_i} = \prod_i r_{ji}^{\alpha'_i + \Delta\alpha_i}, \tag{13}$$

где

$$\Delta\alpha_i = \alpha'_i (k - 1),$$

$$k = \max_j \left(\ln q^t_j / \ln \prod_i r_{ji}^{\alpha'_i} \right). \tag{14}$$

Из (13) явствует, что $\alpha_i = \alpha'_i + \Delta\alpha_i$. Следовательно, параметр граничной функции, найденный с помощью (11) и (12), равен сумме значения параметра средней производственной функции и какой-то неотрицательной величины $\Delta\alpha_i$.

Значение $\Delta\alpha_i$ может варьироваться в зависимости от k, которое определено отдельным наблюдением. Поэтому $\Delta\alpha_i$ обретает значение, малохарактерное для всей совокупности исходных данных. Вследствие произвольности $\Delta\alpha_i$ найденные с помощью (11) и (12) параметры граничной функции часто оказываются неадекватными (рис. 4).

---

[8] Использование α'_i при определении опирается на предпосылку, что соотношения коэффициентов эластичности остаются неизменными (в рамках определенного технологического процесса), несмотря на режимы работы. Иными словами, предполагается, что если, например, коэффициент эластичности живого труда превышает в малоинтенсивном процессе тот же показатель основных фондов вдвое, то такое соотношение действует и при более интенсивных режимах работы.

[9] Формула выведена из логарифмической модели функции $\ln q^{*t}_j = \sum_i \alpha_i \ln r_{ji} = \sum_i (\alpha_1 / v_i) \ln r_{ji}$.

На рис. 4 точками обозначены те значения q_j^t, для которых действительно неравенство $q_j^t > \bar{f}$. Здесь отражен экстремальный случай, когда $\sum_i \alpha'_i < 1$ и k, найденный согласно (14) отношением $\ln q_a^t / \ln \prod_i r_{ai}^{\alpha'_i}$, имеет значение, при котором $\sum_i \alpha_i > 1$. Вследствие этого f имеет тенденцию, полностью отличающуюся от тенденции $\bar{f}$. Если $\bar{f}$ показывает, что рост производства ведет к уменьшению отдачи r_i, то по f росту производства сопутствует повышение отдачи r_i. Учитывая то обстоятельство, что $\bar{f}$ является теоретическим обобщением всех наблюдений, в то время как f, найденная с помощью (11) и (12), отражает лишь одно наблюдение, то адекватной можно считать тенденцию развития средней функции. Следовательно, граничная функция, оцененная формулами (11) и (12), ошибочна.

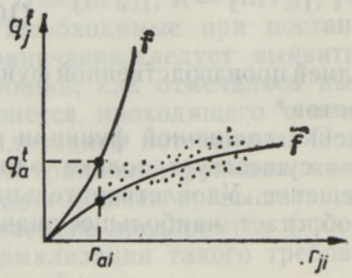

Рис. 4. Граничная f и средняя производственная $\bar{f}$ функции.

Чтобы устранить присущий алгоритму (11) и (12) недостаток, целесообразно для качественной оценки граничной функции исходить из всей совокупности исходных данных. Для этого рекомендуем подход, основанный на сравнении граничной и средней производственной функций.

Из вышеприведенного известно, что f отражает производство, проходящее с максимальной эффективностью. Производство, проходящее со средней эффективностью, представляется с помощью $\bar{f}$. Составляем аналогично (1) показатель технической эффективности:

$$\overline{TE'} = \bar{f}/f, \tag{15}$$

где $\overline{TE'}$ — показатель средней эффективности.

Так как $\bar{f} = \prod_i r_i^{\alpha'_i}$ и $f = \prod_i r_i^{\alpha_i}$, то

$$\overline{TE'} = \prod_i r_i^{-\Delta\alpha_i}, \tag{16}$$

где $\Delta\alpha_i = \alpha_i - \alpha'_i$.

По (15)

$$f = \bar{f}/\overline{TE'}. \tag{17}$$

Учитывая (16), можно граничную функцию выразить следующим образом:

$$f = \bar{f} \prod_i r_i^{\Delta\alpha_i}, \tag{18}$$

откуда явствует, что граничная функция представляет собой произведение средней производственной функции $\bar{f}$ и компонента $\prod_i r_i^{\Delta\alpha_i}$. Так как $\bar{f}$ известна, то для определения f необходимо оцентиь $\prod_i r_i^{\Delta\alpha_i}$. Для этого будем опираться на динамические свойства $\prod_i r_i^{\Delta\alpha_i}$. Ю. Эннусте отмечает, что форма (15) свидетельствует о тенденции изменения $\overline{TE'}$ при изменении масштаба производства. Если, например, определены f и $\bar{f}$, то увеличение масштаба в l раз (т. е. рост всех r_i в l раз) влечет за собой уменьшение $\overline{TE'}$ в $l^{-\sum\limits_t \Delta\alpha_t}$ раз.[10]

Следовательно, TE' является функцией g от масштаба:

$$\overline{TE'}_j = g(M_j), \tag{19}$$

где M_j — показатель масштаба.

Когда $M_j = \prod\limits_i r_{ji}^{\alpha'_i / \sum\limits_t \alpha'_t}$, $g(M_j)$ можно специфицировать в форме M_j^{λ}.[11] Такой M_j представляет собой в сущности разновидность геометрической средней. В отличие от традиционной модели геометрической средней в модели M_j показатели степени изменяются по i (обычная средняя имеет при всех i одинаковые значения показателей степени). Взвешивание показателей степени в M_j логически обосновано. Вследствие этого показатель масштаба более всего связан с такими r_i, которые

---

[10] Если $\overline{TE'}(0) = \prod\limits_i r_{0i}^{\alpha'_t} \Big/ \prod\limits_i r_{0i}^{\alpha_t} = \prod\limits_i r_{0i}^{-\Delta\alpha_t}$ и $\overline{TE'}(1) = \prod\limits_i (lr_{0i})^{\alpha'_t} \Big/ \prod\limits_i (lr_{0i})^{\alpha_t} = \prod\limits_i (lr_{0i})^{-\Delta\alpha_t}$, то $\overline{TE'}(1)/\overline{TE'}(0) = l^{-\sum\limits_t \Delta\alpha_t}$.

[11] В этом можно убедиться, представив f в виде $f = \prod\limits_i r_i^{\alpha'_t} \prod\limits_i r_i^{\Delta\alpha_t}$. Тогда, аналогично 10-й ссылке, $\overline{TE'}(1)/\overline{TE'}(0) = \prod\limits_i l_i^{-\Delta\alpha_t}$, где $l_i = r_{1i}/r_{0i}$ — индекс роста i-го ресурса. Преобразуем $\prod\limits_i l_i^{-\Delta\alpha_t} = \prod\limits_i l_i^{v'_t \Delta\alpha_1}$ (обозначим это выражение через A), где $v'_i = \Delta\alpha_i / \Delta\alpha_1$. Теперь представим f с помощью компонента M^{λ} — $f = \prod\limits_i r_i^{\alpha'_t} M^{\lambda}$. В этом случае $\overline{TE'}(1)/\overline{TE'}(0) = M_0^{\lambda}/M_1^{\lambda}$. Поскольку $M = \prod\limits_i r_i^{\alpha'_i / \sum\limits_t \alpha'_t}$, то $M_0^{\lambda}/M_1^{\lambda} = \prod\limits_i l_i^{-\lambda\alpha'_i / \sum\limits_t \alpha'_t} = \prod\limits_i l_i^{-\lambda v_t \alpha'_1 / \sum\limits_t \alpha'_t}$ (обозначим это выражение через B), где $v_i = \alpha'_i/\alpha'_1$. Учитывая, что $\alpha_i = k\alpha'_i$ (согласно (13)), нетрудно убедиться, что $v'_i = v_i$. Для этого преобразуем

$$v'_i = \frac{\alpha_i - \alpha'_i}{\alpha_1 - \alpha'_1} = \frac{k\alpha'_i - \alpha'_i}{k\alpha'_1 - \alpha'_1} = \frac{k\alpha'_1 v_i - \alpha'_1 v_i}{k\alpha'_1 - \alpha'_1} = \frac{v_i \alpha'_1 (k-1)}{\alpha'_1 (k-1)} = v_i.$$

При равенстве v'_i и v_i компоненты $l_i^{v_t}$ и $l_i^{v'_t}$ в A и B тождественны. Следовательно, чтобы действительно существовало равенство $A = B$, надо, чтобы и $\Delta\alpha_1 = \lambda \dfrac{\alpha_1}{\sum\limits_i \alpha_i}$.

Последнее равенство можно доказать из $f = \bar{f} M^{\lambda}$, идентичного $f = \bar{f} \prod\limits_i r_i^{\lambda\alpha_i / \sum\limits_t \alpha_t}$. Выразим из последнего

$$\lambda \frac{\alpha'_1}{\sum\limits_i \alpha'_i} = \frac{\ln f - \ln \bar{f}}{\sum\limits_i v_i \ln r_i} = \frac{\alpha_1 \sum\limits_i v_i \ln r_i - \alpha'_1 \sum\limits_i v_i \ln r_i}{\sum\limits_i v_i \ln r_i} = \alpha_1 - \alpha'_1 = \Delta\alpha_1.$$

Так как $\lambda \dfrac{\alpha_1}{\sum\limits_i \alpha_i} = \Delta\alpha_1$ и $l_i^{v_t} = l_i^{v'_t}$, то $A = B$. Следовательно, и $\prod\limits_i r_i^{\Delta\alpha_t} = M^{\lambda}$, что и требовалось доказать.

имеют в производственном процессе более высокое значение (предполагается, что $\alpha'_i / \sum_i \alpha'_i$ характеризует вклад i-го ресурса в формирование продукции). Если, например, оценивается масштаб производства предприятия, где объем продукции связан в основном с применением живого труда, то рост основных фондов не оказывает существенного действия на изменение объема продукции, а следовательно, и на масштаб производства.

Чтобы оценить функцию $g(M_j) = M_j^\lambda$, воспользуемся формулой (1), которая определяет показатель технической эффективности TE'.

Согласно (1), техническая эффективность на основании данных j-го наблюдения (TE'_j) выражается отношением фактической продукции q^t_j к потенциальной q_j. Поскольку потенциальная продукция определена граничной функцией, то, учитывая (17) и (19), получаем

$$TE'_j = q^t_j / \prod_i r_{ji}^{\alpha'_i} M_j^\lambda, \tag{20}$$

откуда

$$M_j^\lambda \cdot TE'_j = q^t_j / \prod_i r_{ji}^{\alpha'_i}.$$

Обозначим наблюдения, при которых $q^t_j > \prod_i r_{ji}^{\alpha'_i}$, символом $\hat{j}$ (фактический объем продукции превышает теоретический, рассчитанный на основе средней производственной функции).

Предположим, что $q^t_{\hat{j}}$ являются выражениями граничной функции. Тогда $TE'_{\hat{j}} = 1$ и

$$M_{\hat{j}}^\lambda = q^t_{\hat{j}} / \prod_i r_{\hat{j}i}^{\alpha'_i}. \tag{21}$$

Так как значения $q^t_{\hat{j}} / \prod_i r_{\hat{j}i}^{\alpha'_i}$ и $M_{\hat{j}}$ известны, можно $q^t_{\hat{j}} / \prod_i r_{\hat{j}i}^{\alpha'_i}$ представить функцией от $M_{\hat{j}}$. Это даст возможность оценить λ. Найдем значение λ методом наименьших квадратов. Найденный λ представляет собой среднюю оценку коэффициента эластичности, отражающую воздействие изменения $M_{\hat{j}}$ на изменение $q^t_{\hat{j}} / \prod_i r_{\hat{j}i}^{\alpha'_i}$. С экономической точки зрения λ выражает влияние роста масштаба на изменение обратного значения показателя эффективности $\overline{TE'}$. Если, действительно, все $q^t_{\hat{j}}$ являются выражениями граничной функции, то и все $q^t_{\hat{j}} / \prod_i r_{\hat{j}i}^{\alpha'_i}$ должны находиться на кривой $M_{\hat{j}}^\lambda$. В действительности же ситуация сложнее. После вычисления λ обычно выясняется, что некоторая часть $q^t_{\hat{j}} / \prod_i r_{\hat{j}i}^{\alpha'_i} > M_{\hat{j}}^\lambda$, а остальные $q^t_{\hat{j}} / \prod_i r_{\hat{j}i}^{\alpha'_i} < M_{\hat{j}}^\lambda$. Следовательно, в реальности $q^t_{\hat{j}} / \prod_i r_{\hat{j}i}^{\alpha'_i} = M_{\hat{j}}^\lambda + \varepsilon_{\hat{j}}$ ($\varepsilon_{\hat{j}}$ — остаточный член функции).

Если учесть, что спецификация $M_{\hat{j}}^\lambda$ правильно отражает реальную динамику $\overline{TE'}$ при изменении масштаба производства, а это было доказано, то отклонения $M^{\lambda}_{\hat{j}}$ от $q^t_{\hat{j}} / \prod_i r^{\alpha'_i}_{\hat{j}i}$ обусловлены лишь вариациями уровня $TE'_{\hat{j}}$ по $\hat{j}$. Если $q^t_{\hat{j}} \neq q_{\hat{j}}$, то по (20) $q^t_{\hat{j}} = q_{\hat{j}} \cdot TE'_{\hat{j}}$. Представим $q_{\hat{j}} \cdot TE'_{\hat{j}} / \prod_i r^{\alpha'_i}_{\hat{j}i} = M^{\lambda}_{\hat{j}} + \varepsilon_{\hat{j}}$. Так как $q_{\hat{j}} / \prod_i r^{\alpha'_i}_{\hat{j}i} = M^{\lambda}_{\hat{j}}$, то $M^{\lambda}_{\hat{j}} \cdot TE'_{\hat{j}} = M^{\lambda}_{\hat{j}} + \varepsilon_{\hat{j}}$. Отсюда

$$M^{\lambda}_{\hat{j}} (TE_{\hat{j}} - 1) = \varepsilon_{\hat{j}}, \tag{22}$$

как и предполагалось.

Так как $M^{\lambda}_{\hat{j}}$ оценивается методом наименьших квадратов, то $\varepsilon_{\hat{j}}$ имеет нормальное распределение математическим ожиданием $E(\varepsilon_{\hat{j}}) = 0$. Из (22) видно, что в этом случае нормальное распределение должна иметь и вариация $TE'_{\hat{j}}$ по $\hat{j}$. При этом математическое ожидание $E(TE'_{\hat{j}}) = 1$ (если $\varepsilon_{\hat{j}} = 0$, то $TE'_{\hat{j}} = 1$, откуда $E(TE'_{\hat{j}}) = 1$).

Последнее равенство показывает, что при спецификации $M^{\lambda}_{\hat{j}}$ средний по $\hat{j}$ уровень показателя $TE'_{\hat{j}}$ должен равняться единице. При $\varepsilon_{\hat{j}} \neq 0$ может $E(TE'_{\hat{j}}) = 1$ лишь при условии, что имеются $TE'_{\hat{j}} < 1$ и $TE'_{\hat{j}} > 1$. Учитывая сущность граничной функции, можно утверждать, что максимальный уровень $TE'_j = 1$. Поэтому $TE'_j > 1$ свидетельствует, что форма M^{λ}_j недостаточна при оценке λ методом наименьших квадратов для формирования граничной функции. Чтобы добиться ситуации $TE'_{\hat{j}} \leqslant 1$, следует в $g(M_{\hat{j}})$ дополнительно включить коэффициент пропорциональности β:

$$g'(M_{\hat{j}}) = \beta M^{\lambda}_{\hat{j}}. \tag{23}$$

Этот коэффициент позволяет перемещать кривую $M^{\lambda}_{\hat{j}}$ так, чтобы все эмпирические значения $g'(M_{\hat{j}})$ стали меньше теоретических (рис. 5). Для этого следует β определять по формуле

$$\beta = \max_{\hat{j}} \left(\frac{q^t_{\hat{j}}}{\prod_i r^{\alpha'_i}_{\hat{j}i}} \right) \Big/ M^{\lambda}_{\hat{j}}. \tag{24}$$

После оценки β компонент $g'(M_{\hat{j}})$ определен, а поскольку известна и средняя производственная функция, то граничная функция также

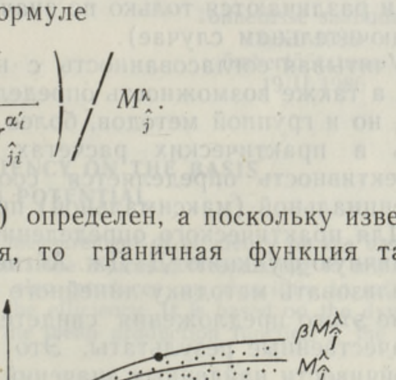

Рис. 5. Кривые функций $M^{\lambda}_{\hat{j}}$ и $\beta M^{\lambda}_{\hat{j}}$ (точками обозначены значения $q^t_{\hat{j}} / \prod_i r^{\alpha_i}_{\hat{j}i}$).

является определенной. Таким образом, определение граничной функции включает четыре этапа:

1. Оценка средней производственной функции $\bar{f}_j = \prod\limits_i r_{ji}^{\alpha'_i}$ методом наименьших квадратов.
2. Оценка функции $g_{\hat{j}} = M_j^{\lambda}$ методом наименьших квадратов.
3. Оценка параметра β в функции $g'_{\hat{j}} = \beta M_{\hat{j}}^{\lambda}$ (β вычисляется по формуле (24)).
4. Составление граничной функции $f_j = \beta \prod\limits_i r_{ji}^{\alpha'_i} M_{\hat{j}}^{\lambda}$.

Для характеристики приведенного алгоритма следует сказать, что его использование обеспечивает в результате параметры граничной функции, которые достоверно отражают эффективность производства в условиях изменения масштаба. По сравнению с задачей (6)—(8) предложенный алгоритм обеспечивает ненулевые значения всех параметров граничной функции. При этом соотношение параметров отвечает истинному взаимоотношению воздействий на продукцию соответствующих факторов.

Преимущество вышеприведенного алгоритма перед формулами (11) и (12) состоит в том, что он позволяет при определении уровней параметров граничной функции исходить не из одного наблюдения, а из всей совокупности исходных данных. Это обеспечивает адекватность оценок параметров граничной функции.

Заключение

1. Чтобы определить эффективность производственной деятельности (важнейшей характеристики эффективности с точки зрения текущего управления производством), необходимо воспользоваться концепцией эффективности Фарелла.
2. В рамках концепции Фарелла при оценке эффективности возможны два подхода. Один из них представляет критерием эффективности минимальный объем ресурсов, необходимый для выпуска фактического объема продукции (минимум-критерий). В альтернативном варианте в качестве критерия выступает максимальный объем продукции, получаемый при фактическом объеме ресурсов (максимум-критерий).
3. Так как оба критерия являются отражениями одной концепции, принципиального противоречия между ними нет. Максимум- и минимум-критерии различаются только по значению (равенство их возможно лишь в исключительном случае).
4. Учитывая согласованность с намерением увеличить объем продукции, а также возможность определения критерия не только одним методом, но и группой методов, более убедительным представляется применять в практических расчетах максимум-критерий. Согласно ему, эффективность определяется соотношением объемов фактической и потенциальной (максимальной) продукции.
5. Для практического определения эффективности необходимо оценить граничную функцию. Д. Дж. Айгнер и С. Ф. Чью рекомендуют для этого использовать методику линейного планирования. Практическое применение этого предложения свидетельствует, что данный алгоритм дает некачественные результаты. Это выражается в первую очередь в неустойчивости найденных значений параметров граничной функции.
6. На наш взгляд, при оценке граничной функции полезно исходить из фактического соотношения параметров средней производственной функции. Это можно делать двумя путями: 1) на основе наблюдения,

отражающего наиболее эффективное производство; 2) на основе динамики граничной функции по отношению к средней производственной функции при изменении масштаба производства. Адекватную оценку параметров граничной функции обеспечивает второй путь.

7. Динамику граничной функции относительно средней производственной функции выражает компонент масштаба. Он выступает в форме функции обратного значения показателя эффективности от показателя масштаба производства. Правильной спецификацией этой функции является степенная функция.

8. Параметры степенной функции определяются в два этапа. Методом наименьших квадратов оценивается коэффициент эластичности. После этого находится коэффициент пропорциональности на основе данных наблюдений, отражающий наиболее эффективное производство.

Определенный таким образом компонент масштаба включается в среднюю производственную функцию, в результате чего она трансформируется в граничную функцию.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Farell, M. J.* The measurement of productive efficiency. — J. Roy. Statist. Soc. A, 1957, **CXX**, 253—281.
2. *Farell, M. J., Fieldhouse, M.* Estimating efficient production functions under increasing returns to scale. — J. Roy. Statist. Soc. A, 1962, **CXXV**, 252—267.
3. *Timmer, C. P.* Using a probabilistic frontier production function to measure technical efficiency. — J. Polit. Econ., 1971, **LXXIX**, 776—794.
4. *Решетинский К. В.* Об обобщающей оценке экономического потенциала и эффективности общественного производства (постановка проблемы). — В кн.: Актуальные проблемы социально-экономической статистики. М., 1984, 7—14.
5. *Aigner, D. J., Chu, S. F.* On estimating the industry production function. — Amer. Econ. Rev., 1968, **LVIII**, 826—839.

Институт экономики
Академии наук Эстонской ССР

Представил
К. Хабихт

Поступила в редакцию
13/XI 1985
После переработки
19/II 1986

Urmas SEPP

EFEKTIIVSUSE HINDAMINE TOOTMISPOTENTSIAALI ALUSEL

Artiklis on käsitletud efektiivsuse hindamist tootmise potentsiaalsete karakteristikute alusel ja esitatud vastavad näitarvud nii efektiivsuse miinimum- kui ka maksimumkriteeriumi kasutamisel. On näidatud efektiivsuse määramiseks vajaliku rajafunktsiooni hindamise algoritm, mis põhineb rajafunktsiooni ja keskmise tootmisfunktsiooni dünaamilisel vahekorral tootmismastaabi muutumise puhul.

Eesti NSV Teaduste Akadeemia
Majanduse Instituut

Toimetusse saabunud
13/XI 1985
ümbertöötatuna
19/II 1986

Urmas SEPP

MEASUREMENT OF EFFICIENCY ON THE BASIS OF PRODUCTION POTENTIAL

In the present article the author deals with the measurement of efficiency on the basis of potential characteristics of production. He presents the indices corresponding to minimum as well as maximum criteria of efficiency. He also produces an algorithm to estimate the frontier function necessary for determining the efficiency. It is based on the dynamic relationship between the frontier function and the mean production function if the scale of production is changing.

Academy of Sciences of the Estonian SSR,
Institute of Economics

Received
Nov. 13, 1985
after revision
Feb. 19, 1986