EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. ÜHISKONNATEADUSED
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ОБЩЕСТВЕННЫЕ НАУКИ
PROCEEDINGS OF THE ACADEMY OF SCIENCES OF THE ESTONIAN SSR. SOCIAL SCIENCES

1986, 35, 1

https://doi.org/10.3176/hum.soc.sci.1986.1.04

Урмас СЕПП

АЛГОРИТМ ОЦЕНКИ РАСПРЕДЕЛЕННОГО ЛАГА

Настоящая работа предпринята с целью обоснования и уточнения некоторых моментов, связанных с алгоритмом определения параметров распределенного лага капитальных вложений, основанный на применении метода приближения [1].

Алгоритм

Коротко напомним суть алгоритма, который является инструментом оценки распределенного лага согласно постановке задачи, заданной формулой

$$K(n)=\sum_t \omega_t F_{n+t-1}+\varepsilon_n, \quad (1)$$

где $K(n)$ — осуществленные в году n капитальные вложения, входящие в стоимость основных фондов;
t — продолжительность запаздывания ввода фондов от начала осуществления капитальных вложений ($t=1, 2, \ldots, t_{\max}$);
F_{n+t-1} — основные фонды, ввод которых соответствует запаздыванию t;
ω_t — коэффициент лагового распределения, показывающий долю стоимости основных фондов в году $n+t-1$, входящую в состав $K(n)$;
ε_n — ошибка уравнения.

В теоретическом плане алгоритм основывается на графической трактовке строительного лага. В связи с этим, как было показано в [1], первым этапом оценки ω_t является определение параметров функции $f(t)$[1]. Для этого можно опираться на следующие закономерности:

1) $\int_0^T f(t)\,dt=L$, где L — продолжительность статистического лага[2];

2) $f(0)=0$ (объем незавершенного строительства равен нулю);

3) $f(T)=1$ (в момент завершения строительства объем осуществленных капитальных вложений равен сметной стоимости введенных основных фондов).

Чтобы решить систему

$$\int_0^T f(t)\,dt=L, \quad f(0)=0, \quad f(T)=1 \quad (2)$$

[1] Функция $f(t)$ отражает траекторию нарастания доли осуществленных капитальных вложений в течение периода строительства (инвестирования). Таким образом, $t=[0, T]$, где T — срок строительства (в терминах формулы (1) — $T=t_{\max}$).

[2] Под термином «статистический лаг» подразумевается средний лаг определенной совокупности. Но, как известно, термином «средний лаг» уже принято отличать лаг как обобщающий показатель оборота капитальных вложений от распределенного лага. Поэтому использование распространенного в литературе термина «статистический лаг» представляется все же целесообразным, поскольку в противном случае следовало бы говорить о среднем среднего лага.

относительно параметров $f(t)$, необходимо предварительно определить L и T. Продолжительность статистического лага на основе макроинформации можно оценить, применив формулу Спектора [2, с. 27] —

$$L=\sum_{i=1}^{m}(H_{\text{Н}i}+F_i+H_{\text{К}i})\,/\,2\sum_{i=1}^{m}F_i; \tag{3}$$

где $H_{\text{Н}i}$ и $H_{\text{К}i}$ — общие объемы незавершенного строительства на начало и конец i-го года ($i=1, 2, \ldots, m$), руб.;

F_i — стоимость введенных в действие основных фондов в i-м году, руб.

Отличительная особенность приведенного алгоритма заключается в том, что в теоретическом плане он отражает процесс образования лага. В этом можно убедиться, представив формулу (3) для случая $n=1$:

$$L=(H_{\text{Н}}+F+H_{\text{К}})\,/\,2F;$$

откуда

$$L=0{,}5+0{,}5(H_{\text{Н}}+H_{\text{К}})/F=0{,}5+\overline{H}/F.$$

Величина $\overline{H}$ в последнем равенстве представляет собой среднегодовую стоимость незавершенного строительства в исследуемой совокупности. $\overline{H}$ составляют капиталовложения, осуществленные как в данном году, так и ранее (при условии, что они в данном году вошли в стоимость незавершенного строительства). Иными словами, $\overline{H}$ — это суммарная стоимость замороженных инвестиций на протяжении строительных работ. Разделив $\overline{H}$ на стоимость введенных в действие основных фондов F, получим относительное число, которое в своем экономическом значении совпадает с суммой $\sum_{t=1}^{T-1}k_t$ в формуле оценки индивидуального лага.[3] Для полного сходства с этой формулой нужно в дополнение к $\overline{H}/F$ ввести продолжительность внутригодового лага. Он в алгоритме Спектора представлен константой 0,5, которая соответствует общепризнанной трактовке продолжительности внутригодового лага.

В отличие от L значение T определить трудно.[4] Поэтому здесь следовало бы воспользоваться методом приближения. Следуя этому методу, присвоим T значения в интервале, куда, очевидно, войдет и реальное T. Найдем для каждого T^i (на основе эмпирического опыта $T^i=[2L-0{,}5L;\ 2L+0{,}75L]$, т. е. $T^i=[1{,}5L;\ 2{,}75L]$)[5] параметры $f(t)$ как решение системы $\int_0^{T^i}f(t)\,dt=L$ и $f(T^i)=1$. При этом будем иметь дело с тремя вариантами (рисунок)[6]: а) $T^i<2L$ (бо́льшая часть капитальных вложений осуществляется в начальный период строительства); б) $T^i=2L$ (капитальные вложения распределяются равномерно на про-

---

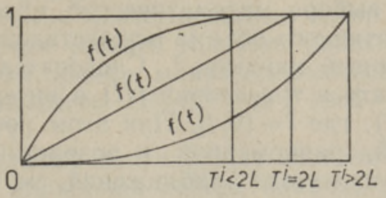
[3] Формулу определения продолжительности индивидуального L можно представить в преобразованном виде — $L=\sum_{t=1}^{T-1}k_t+u$, где T — строительный период, годы; k_t — доля капиталовложений, осуществленных на конец года t, в сметной стоимости объекта (k_t показывает строительный задел по относительному объему вложений); u — внутригодовой лаг, показывающий длительность замораживания вложений в течение года их осуществления.

[4] T можно выяснить только путем прямого расчета, который из-за разбросанности исходных данных практически невыполним.

[5] Достаточно, если шаг изменения T^i составляет 0,1 года.

[6] В принципе возможны еще два обобщенных варианта роста капитальных вложений — вложения осуществляются главным образом либо в первые и последние годы T, либо в средний период T. Как показано в [1], для строительства в целом оба случая нехарактерны.

тяжении всего строительства); в) $T^i>2L$ (бо́льшая часть капитальных вложений реализуется в последние годы и месяцы строительства).



С помощью параметров $f(t)$ вычислим значения ω_t для каждого T^i:

$$\omega^i_{T^i-g+1-m}=f(T^i-g)-f(T^i-c), \tag{4}$$

где $g=0,1,\ldots, T^i-m$; $m=\begin{cases} 1, \text{ если } T^i \text{ — целое число,} \\ T_d, \text{ если } T^i \text{ — не целое число;} \end{cases}$

T_d — дробная часть T^i (напр., если $T^i=2{,}3$, то $T_d=0{,}3$); $c=1, 2, \ldots, T^i$.

Для проверки качества показателей T^i и ω^i_t вычислим теоретические капитальные вложения за анализируемый период:

$$K^i_n=\sum_{g=0}^{T^i-m} F_{n+g}\omega^i_{T^i-g+1-m}, \tag{5}$$

где n — год анализируемого периода; $n=[1, m]$;

m — количество лет в анализируемом периоде.

Насколько точно смоделированный ряд инвестиций совпадает с фактическим, исследуем с помощью средней ошибки аппроксимации:

$$\bar{v}^i=\frac{1}{m}\sum_{n=1}^{m}\frac{|K_n-K^i_n|}{K_n}\cdot 100. \tag{6}$$

Чем меньше $\bar{v}^i$, тем ближе T^i и ω^i_t к их реальным значениям. Следовательно, наиболее адекватны истинным те значения T^i и ω^i_t, при которых $\bar{v}^i$ минимальна.

Спецификация $f(t)$

Основной проблемой, возникающей при оценке ω_t, является определение функции $f(t)$, с помощью которой изображается процесс осуществления капитальных вложений.

Выбор искомой математической модели зависит в первую очередь от ограничений, заданных системой (2). Чтобы предложенный нами алгоритм был реализован, модель $f(t)$ должна обеспечить единственное решение системы (2). Это значит, что связь аргумента и функции должна быть выражена элементарной зависимостью. Иначе, если $f(t)$ содержит $\ln t$, e^t, a^t и другие формы, сложнее мультипликативной или аддитивной, решения системы (2) не позволяют однозначно выяснить параметры $f(t)$. Относительно системы (2) спецификация $f(t)$ ограничена и тем, что число параметров $f(t)$ определено числом входящих в нее уравнений.

Что касается свойств $f(t)$, то она должна быть прежде всего определенной в промежутке $t=[0, T]$. Это особенно важно в пункте $t=0$ (учитывая реальный оборот капитальных вложений $f(0)=0$), поскольку в случае применения функций, у которых $\lim_{t \to 0} f(t) \neq 0$, окончательно оценить значения параметров нельзя.

Кроме того, при выборе математической модели нужно учитывать и то, что рост кумулятивного объема осуществленных капитальных вложений имеет постоянный характер.[7] Следовательно, такой динамике должна соответствовать и траектория $f(t)$ в интервале $t=[0, T]$. Иными словами, $f(t) > f(t-i)$, где $i=(0, t]$. При этом рост $f(t)$ должен происходить с убывающей, равномерной и возрастающей скоростью (это требование вытекает из метода приближения, см. рисунок).

Рассмотрение элементарных функций позволяет сделать вывод, что предъявляемым к спецификации $f(t)$ требованиям удовлетворяют только степенная функция и некоторые модели, входящие в число полиномов. Представим эти функции в формализованном виде:

1. Степенная функция $f(t)=a_1 t^{a_2}$.
2. Квадратичная функция $f(t)=a_1 t + a_2 t^2$ (поскольку $f(0)=0$, то $a_0=0$).
3. Кубическая функция 1 $f(t)=a_1 t + a_2 t^3$.
4. Кубическая функция 2[8] $f(t)=a_1 t^2 + a_2 t^3$.

При этом необходимо иметь в виду, что квадратичная и кубические функции не всегда отвечают необходимым для спецификации $f(t)$ ограничениям. Поясним сказанное. Условие $f(t) > f(t-i)$ действительно только тогда, когда $f(t)=[0, 1]$, где $t=[0, T]$, т. е. $f(t) \geqslant 0$ и $f(t) \leqslant 1$. Требование $f(t) \geqslant 0$ выполняет лишь кубическая функция 1. Зато квадратичная функция и кубическая функция 2 могут в определенных ситуациях иметь интервалы t, в которых $f(t) < 0$. Для этих ситуаций характерно, что подавляющая доля вложений осуществляется в последние годы периода T (эмпирический анализ показал, что рассматриваемые функции имеют отрицательные значения при таких распределениях вложений, когда $L/T < 0{,}33$).[9]

Обе эти функции, а также кубическая функция 1 не полностью подчиняются ограничению $f(t) \leqslant 1$. Последнее неравенство оказывается недействительным при $L/T > 0{,}6$, т. е. когда инвестиции вкладываются главным образом в начальные месяцы или годы T.

Единственной функцией, удовлетворяющей всем условиям, является степенная. Возможность же использования ее в качестве модели $f(t)$ вызывает определенные сомнения. Дело в том, что по своей природе (скорость степенной функции выражается как $f'(t)=a_1 a_2 t^{a_2 - 1}$) она дает точные аппроксимации лишь траекториям с крутым подъемом или с крутым спуском. Иными словами, степенная функция может быть качественным инструментом при моделировании роста капитальных вло-

---

[7] Если, например, в первом году T вложено 30% инвестиционных средств, а во втором году — 20%, то по кумулятивному расчету к концу первого года будет реализовано 30% суммарного объема капитальных вложений, а к концу второго года — 20+30=50%.

[8] При выводе кубических функций предполагалось, что $f(t)=\sum_{j=1}^{3} a_j t^j$. Так как $f(0)=0$, то возможны три варианта разложения $f(t)$:
а) в случае $a_1=0$ $f(t)=a_2 t^2 + a_3 t^3$;
б) в случае $a_2=0$ $f(t)=a_1 t + a_3 t^3$;
в) в случае $a_3=0$ $f(t)=a_1 t + a_2 t^2$ (совпадает с квадратичной функцией).

[9] Частное L/T характеризует распределение капитальных вложений по периодам T. В принципе подобная характеристика инвестиционного процесса рекомендована и Г. С. Яковлевым [3, с. 65]. Правда, Г. С. Яковлев разработал этот показатель в виде T/L. С точки зрения интерпретации все же более целесообразной представляется наша формула, поскольку значения показателя в ней варьируются в промежутке от 0 до 1, а не от 0 до бесконечности, как у показателя Яковлева. Итак, если капиталовложения распределяются в течение T поровну, то $L/T=0{,}5$. В ситуации, когда основная часть инвестиций осуществляется в начале строительного периода, $L/T=(0{,}5;\ 1)$ и, наоборот, если капитальные вложения в большем объеме реализуются в последние годы T, то $L/T=(0;\ 0{,}5)$.

жений только тогда, когда подавляющая часть средств инвестируется либо в первый, либо в последний год T. Но поскольку макроэкономический лаг отражает средний оборот капитальных вложений, то нетипичные аспекты отдельных инвестиционных актов в нем сглаживаются. Следовательно, и случаи резкого годового роста объема осуществленных вложений с точки зрения макроэкономического лага нереальны (напр., в промышленности ЭССР за 1968—1980 гг. $\omega_1=0{,}2134$, $\omega_2=0{,}3588$, $\omega_3=0{,}4277$).

Менее резкую динамику капитальных вложений в течение T точнее должен отражать по априорной оценке один из представленных полиномов (в подобной ситуации ограничения спецификации $f(t)$ для полиномов удовлетворены). Чтобы установить, какой же из них выбрать для оценки коэффициентов ω_t, была исследована адекватность этих функций при заданных распределениях капитальных вложений (причем $T=[2, 4]$, $L=[0{,}1; 0{,}9]$; напр., $T=3$ годам, $\omega_1=0{,}1$, $\omega_2=0{,}4$, $\omega_3=0{,}5$).

Так как значение T по рассматриваемым вариантам было заранее определено, то для решения системы (2) потребовалось установить лишь продолжительность L. Далее мы нашли соответствующие для каждого набора T и L параметры разных спецификаций $f(t)$, с помощью которых определили четыре структуры ω_t. Сравнение этих структур с фактической характеризовало адекватность рассматриваемых моделей исходному распределению в отдельных ситуациях. Результаты анализа свидетельствовали о том, что относительно зоны вариации L/T предпочтительны разные модели. Так, при $L/T=(0{,}5; 0{,}6)$, т. е. при относительно равномерном распределении вложений, более качественную аппроксимацию дала квадратичная функция. В случае $L/T=(0; 0{,}5)$ лучшей оказалась кубическая функция 1, а в интервале $L/T=(0{,}6; 1)$, как и подчеркивалось выше при оценке распределенного лага, подходила только степенная функция.

Поскольку различия в теоретических рядах, полученных с помощью квадратичной функции и кубической функции 1, в промежутке $L/T=(0{,}5; 0{,}6)$ незначительны, а при $T=2$ отсутствуют вовсе, то в практических расчетах лага целесообразно применять в этом интервале кубическую зависимость. В таком случае кубическая функция 1 охватывает интервал $L/T=(0; 0{,}6)$, т. е. $T=[1{,}6667L; 2{,}75L]$, а степенная функция — $L/T=(0{,}6; 1)$, т. е. $T=[1{,}5L; 1{,}6667L]$. Следовательно, вместо трех функций можно пользоваться двумя, что уменьшит объем вычислений, а также упростит процедуру оценки коэффициентов ω_t.

Чтобы связать представленные выводы с алгоритмом оценки лага, сформулируем три практические рекомендации:

1. Коэффициенты ω_t следует вычислять при $T^i=[1{,}5L; 1{,}6667L]$ с помощью $f(t)=a_1t^{a_2}$.
2. Если $\bar{v}^i$ имеет наименьшее значение при $T^i<1{,}6667L$, то найденные коэффициенты ω_t лагового распределения можно считать действительными.
3. Если $\bar{v}^i$ принимает минимальное значение в крайнем пункте рассматриваемого интервала (т. е. $T^i=1{,}6667L$), то процедуру оценки распределенного лага в промежутке $T^i=[1{,}6667L; 2{,}75L]$ следует продолжить кубической функцией 1.

Пример

Пусть имеется произвольный ряд стоимости введенных в эксплуатацию по годам основных фондов F_n (табл. 1). Определены продолжительность T (3 года), а также коэффициенты распределенного лага: $\omega_1=0{,}2$; $\omega_2=0{,}3$; $\omega_3=0{,}5$. На основе этих коэффициентов и с помощью формулы $K_n=\omega_3F_n+\omega_2F_{n+1}+\omega_1F_{n+2}$ рассчитаны годовые объемы осуществленных капитальных вложений K_n (табл. 1).

Таблица 1

Исходные данные для оценки распределенного лага, млн. руб.

Год	F_n	K_n	$K_n^{3,0}$
1	100	108	108,222
2	120	123	123,407
3	110	132	132,889
4	150	159	159,481
5	160	168	168,222
6	180	181	181,259
7	170	186	187,704
8	200	207	207,333
9	210		
10	220		
11	230		

Таблица 2

Средняя ошибка аппроксимации, %

T^i	1,8 *	1,9 *	2,0 *	2,0
$\bar{V}^i$	3,4401	3,3160	3,0764	3,2749
T^i	2,1	2,2	2,3	2,4
$\bar{V}^i$	2,5742	2,0335	1,5969	1,2675
T^i	2,5	2,6	2,7	2,8
$\bar{V}^i$	1,0125	0,7654	0,6176	0,4834
T^i	2,9	3,0	3,1	3,2
$\bar{V}^i$	0,4203	0,3581	0,4902	0,5799
T^i	3,3	3,4		
$\bar{V}^i$	0,6621	0,7187		

* Рассчитаны на основе $f(t)=a_1t^{a_2}$.

Аналогично практическому определению распределенного лага нам известны: 1) временные ряды капитальных вложений и введенных фондов; 2) продолжительность L ($L=0,2\times2,5+0,3\times1,5+0,5\times0,5=1,2$ года). Для использования описанного выше подхода таких данных достаточно. Остальные исходные показатели — T и структура ω_t — понадобятся в стадии проверки качества найденных нами результатов (насколько теоретические характеристики лага совпадают с исходными).

Согласно алгоритму, в первую очередь необходимо определить тот интервал, в который предположительно войдет реальное значение T. Нижняя граница этого отрезка равна $1,2\times1,5=1,8$, верхняя — $1,2\times2,75=3,3$, причем предельное значение T^i в случае использования спецификации $f(t)=a_1t^{a_2}$ равняется $1,2\times1,67\approx2,0$. Следовательно, область определения степенной функции составляет [1,8; 2,0], а функции $f(t)=a_1t+a_2t^3$ — [2,0; 3,3].

Как отмечалось выше, оценка ω_t определяется в два этапа. На первом из них в качестве модели $f(t)$ применяется степенная функция. Начальная задача — выяснить параметры $f(t)$. Для этого надо решить следующую систему уравнений (является разложением системы (2)):

$$a_1T^{i(a_2+1)}/(a_1+1)=L, \quad a_1T^{ia_2}=1,$$

откуда $a_2=T^i/L-1$ и $a_1=(T^{ia_2})^{-1}$. Для каждого T^i находим коэффициенты ω_t. Если, например, $T^i=1,8$, то $a_1=0,745356$ и $a_2=0,5$. По формуле (4) $\omega_2^{1,8}=f(1,8)-f(0,8)=0,333333$ и $\omega_1^{1,8}=f(0,8)-f(0)=0,666667$. На основе этих коэффициентов вычисляем теоретические капитальные вложения (формула (5)). При $T^i=1,8$ инвестиции в году n следует вычислять как $K_n^{1,8}=F_n\omega_2+F_{n+1}\omega_1=0,666667F_n+0,333333F_{n+1}$. Соответствие найденных таким способом капитальных вложений эмпирическому ряду проверяется с помощью средней ошибки аппроксимации. Как явствует из динамики $\bar{v}^i$ (табл. 2), этот показатель принимает минимальное значение в крайней точке анализируемого периода. Отсюда следует, что фактическая продолжительность T не входит в интервал [1,8; 2,0]. Поэтому приступим к второму этапу оценки ω_t. Согласно вышеприведенному изложению, выяснение распределенного лага продолжается в промежутке $T^i=[2,0; 3,3]$ с помощью функции $f(t)=a_1t+a_2t^3$.

Начнем опять с определения параметров $f(t)$. Разложим систему (2) в виде

$$a_1 T^{i2}/2 + a_3 T^{i4}/4 = L, \quad a_1 T^i + a_2 T^{i3} = 1,$$

откуда

$$a_2 = (2T^i - 4L)/T^{i4} \quad \text{и} \quad a_1 = (1 - a_3 T^{i3}) T^i.$$

Здесь тоже для каждого T^i найдем структуру ω_t, на основе которой вычислим теоретические капитальные вложения и среднюю ошибку аппроксимации (табл. 2). Наименьшее значение $\bar{v}^i$ имеет при $T^i = 3{,}0$ (т. е. совпадает с фактической продолжительностью строительного периода). В этом случае $\omega_1 = 0{,}2148148$; $\omega_2 = 0{,}3037036$ и $\omega_3 = 0{,}4814816$. Приведенная лаговая структура хорошо отражает исходную (0,2; 0,3; 0,5), а смоделированный с ее помощью временной ряд капитальных вложений близок к фактическому (табл. 1). Отсюда следует два вывода:

1. Примененная спецификация $f(t)$ является адекватной.[10]
2. Представленный метод обеспечивает достаточную точность оценки распределенного лага.

[10] Для сравнения: при $T^i = 3$ степенная функция дает следующие значения коэффициентов: $\omega_1 = 0{,}192450$, $\omega_2 = 0{,}351881$, $\omega_3 = 455669$; квадратичная функция: $\omega_1 = 0{,}2$, $\omega_2 = 0{,}3333332$; $\omega_3 = 0{,}4666668$; кубическая функция 2: $\omega_1 = 0{,}1303704$; $\omega_2 = 0{,}3925926$, $\omega_3 = 0{,}437037$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Сепп У.* Оценка параметров распределенного лага капитальных вложений. — Изв. АН ЭССР. Обществ. н., 1984, № 1, 8—18.
2. Методические рекомендации по определению экономической эффективности капитальных вложений в действующее производство. Свердловск, 1980.
3. *Яковлев Г. С.* Влияние фактора времени на эффективность капитальных вложений. — В кн.: Проблемы политической экономии и региональной экономики. Свердловск, 1978.

Представил К. Хабихт

Институт экономики
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию
9/I 1985

Urmas SEPP

JAOTATUD VIITAJA HINDAMISE ALGORITM

Artiklis on esitatud täiendused jaotatud viitaja parameetrite hindamise algoritmile. Et vaadeldud algoritmi teoreetiliseks aluseks on ehitusviitaja graafiline käsitlus, siis on eriliselt tähtis kapitaalmahutuste kasvu peegeldava funktsiooni spetsifikatsioon. On jõutud järeldusele, et sobivaim spetsifikatsioon on esitatav kuupfunktsiooni kujul. On toodud arvnäide (tinglikel lähteandmetel), millest ilmneb kasutatud spetsifikatsiooni, aga ka algoritmi kui terviku küllaldane adekvaatsus.

Eesti NSV Teaduste Akadeemia
Majanduse Instituut

Toimetusse saabunud
9. I 1985

Urmas SEPP

THE ALGORITHM OF AN ESTIMATION OF A DISTRIBUTED LAG

The author suggests some supplements for the algorithm of an estimation of the parameters of a distributed lag. As this algorithm is theoretically based on the graphic treatment of construction lag, special importance is assigned to the specification of the function that reflects the increase of capital investments. A conclusion has been drawn that the most suitable specification can be presented in the shape of a cubic function. The author has presented a numeric example (based on conventional initial data) which reveals the sufficient adequateness of the used specification and also that of the algorithm as a whole.

Academy of Sciences of the Estonian SSR,
Institute of Economics

Received
Jan. 9, 1985