EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. ÜHISKONNATEADUSED
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ОБЩЕСТВЕННЫЕ НАУКИ
PROCEEDINGS OF THE ACADEMY OF SCIENCES OF THE ESTONIAN SSR. SOCIAL SCIENCES

1986, 35, 1

https://doi.org/10.3176/hum.soc.sci.1986.1.03

Юло ЭННУСТЕ

О ВЗАИМОСВЯЗИ МЕЖДУ ТЕОРИЯМИ ЭКОНОМИЧЕСКОГО ПЛАНИРОВАНИЯ И СТОХАСТИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

В статье исследуются вопросы соответствия и согласованности положений теорий экономического планирования и стохастического программирования. Рассматриваются взаимосвязи таких понятий, как возможные экономические условия и вероятностное пространство, адаптивный план и решающие правила и т. д. Разъясняется содержание различных типов ограничений в задачах стохастического программирования и соответствующих им типов двойственных оценок (цен).

Цель статьи — облегчить экономистам формализацию задач планирования, а математикам — улучшить понимание экономического содержания исследуемых ими задач.

1. Вводные замечания

В настоящее время между теориями экономического планирования и стохастического программирования существует немало «недоразумений», поскольку ученые-экономисты само понятие «вероятностное пространство» воспринимают как нечто мистическое, а математики, формулирующие свои задачи в терминах вероятностных пространств, оказываются беспомощными в раскрытии их экономического содержания.

Обоюдные «недоразумения» возникают и при понимании стохастических свойств плановых показателей в задачах и особенно при использовании различных типов ограничений и соответствующих им двойственных оценок.

Поскольку это непонимание порой приводит к содержательной или формальной некорректности в рассмотрении, то представляется необходимым выяснить соответствующие методологические вопросы. Начнем с выяснения соответствия вероятностного пространства и вероятностных (ожидаемых) экономических условий и сценариев. Далее остановимся на понятии стохастических свойств плановых показателей. В заключение рассмотрим некоторые типы ограничений в задачах стохастического программирования и экономическую адекватность соответствующих этим ограничениям двойственных решений или цен, а также координирующих лимитов.

Разумеется, указанные вопросы можно исследовать и шире, рассмотрев взаимосвязь теории экономического планирования при неполноте информации и математической индетерминативной теории оптимальности (в данной терминологии предполагается, что неполноту информации и индетерминизм можно формально описать с помощью стохастических, нечетких, приблизительных и т. д. величин). Но такое обобщенное рассмотрение не входит в задачи данной статьи.

2. Ожидаемые экономические условия и вероятностное пространство

В экономической литературе используются такие понятия, как ожидаемые экономические условия или обстоятельства и сценарии, будущие состояния природы и среды и т. д. В стохастическом же программировании оперируют понятиями: случайные события, σ-алгебры, пространства событий, вероятностные пространства и т. д. Поясним взаимосвязи между понятиями этих различных теорий на примере.

Начнем со статического случая. Пусть ожидаемые экономические условия описываются двумя показателями: производительностью труда и материалоемкостью. Пусть каждому показателю соответствуют три состояния: низкое, среднее и высокое. Таким образом, определены девять ожидаемых экономических исходных условий. Например: высокая производительность и низкая материалоемкость и т. д. Пусть заданы также вероятности этих девяти исходных условий. Теперь в терминах стохастического программирования можем сказать, что у нас есть девять элементарных событий $\omega_1, \ldots, \omega_9$, которые образуют пространство элементарных событий Ω. Одновременно заданы вероятности элементов этого пространства $p(\omega_1), \ldots, p(\omega_9)$. Предположим, что не все ожидаемые исходные условия экономически равноценны и равносущественны, а некоторые из них экономически друг от друга не отличаются, вследствие чего их целесообразно рассматривать совместно, образуя на основе исходных условий ожидаемые наблюдаемые или учитываемые условия или просто условия. Этот переход осуществляется объединением некоторых исходных условий.

Теперь в другой терминологии можем сказать, что на основе случайных элементарных событий заданы случайные события. Пусть последних, к примеру, четыре: $\theta_1=\omega_1$, $\theta_2=(\omega_2, \omega_3)$, $\theta_3=(\omega_4, \omega_5, \omega_6, \omega_7)$ и $\theta_4=(\omega_8, \omega_9)$. Вместе с тем заданы вероятности каждого события. Например, в данном случае $p(\theta_4)=p(\omega_8)+p(\omega_9)$.

Множества θ_i образуют класс $A'=(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4)$ в пространстве Ω. Для достижения большей математической строгости (что для практических задач, вообще говоря, не нужно) определим исходя из класса A' класс C, который называют σ-алгеброй: $C=(A, \Omega)$, где $A=m(A')$ — минимальное σ-кольцо над A' [1, с. 42]. Тем самым определено пространство событий (Ω, C). На основе вероятностей элементарных событий определена также вероятность в этом пространстве, которую обозначим через P. Теперь можем определить вероятностное пространство (Ω, C, P).

Предположим далее, что из исходных условий экономически целесообразно образовать еще два существенных экономических условия, например, хорошие условия $\beta_1=(\theta_1, \theta_2)$ и плохие условия $\beta_2=(\theta_3, \theta_4)$. На их основе можем образовать еще одно вероятностное пространство (Ω, D, P). При этом D есть подалгебра алгебры $C: D\subset C$. События β_1 и β_2 назовем в дальнейшем существенными событиями. Если известно, что реализуется существенное событие β_j, тогда вычислимы условные вероятности событий θ_i.

Динамический случай рассмотрим в дискретном времени, так как динамические показатели в экономических задачах обычно агрегированы во времени, задав интервалы времени $t=0, 1, \ldots, v$, где $t=0$ — интервал составления плана.

В экономической литературе под ожидаемыми сценариями понимают, вообще говоря, последовательность будущих условий во времени. Следовательно, на основе случайных сценариев можно также образовать вероятностное пространство. Например, пусть в каждом интервале планового периода возможны две реализации экономических условий β_{1t} и β_{2t}, причем для $t=0$ условие единственно — β_0. На их основе можно для каждого интервала образовать σ-алгебру G_t, $t=1, \ldots, v$. Для всего планового периода: $G=\prod_{t=1}^{v} G_t$. Одновременно на σ-алгебре G задана вероятность P. Тем самым можно определить вероятностное пространство динамической задачи — (Ω, G, P).

В динамических задачах важным является также понятие сценария до интервала t или предшествующего сценария, который обозначим через $\beta^t=(\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_{t-1})$. Здесь можно определить условные вероятности $p(\beta_t/\beta^t)$.

В экономических задачах нужно также учитывать, что структура событий вероятностного пространства (Ω, G, P) и значения их вероятностей зависят от информации, которая имеется в данный момент. С течением времени поступает новая информация, и эти структуры и значения изменяются, причем изменяются в пределах планового периода.

3. Стохастические свойства плановых показателей

Терминология описания стохастических свойств плановых показателей в экономической науке только формируется. В целях облегчения понимания учеными-экономистами соответствующей математической терминологии выделим сначала лишь два типа плановых показателей — независящие и зависящие от вероятностных событий.

Плановые показатели x первого типа, которые не зависят от условий, в экономической науке называются просто планами, фиксированными планами, плановыми проектами и т. д. В литературе по программированию они называются решающими правилами нулевого порядка, детерминированными решениями, программными планами и планами первого этапа в двухэтапном планировании.

Планы $x(\theta)$ второго типа, которые зависят от условий, в экономической науке называются адаптивными планами, планами-прогнозами и т. д., а в программировании — решающими правилами, решениями задачи оперативного стохастического программирования, планом-коррекцией или планом второго этапа двухэтапной задачи. В динамических экономических задачах планирования вначале должен быть фиксированный план, который можно начать реализовывать, а для более поздних этапов планового периода экономически оправданно использование адаптивных планов, причем определения длины планового периода для фиксированного плана — это самостоятельные сложные оптимизационные задачи.

Ввиду инерционного характера экономических процессов плановые периоды растягиваются на годы. Поэтому поступающую в ходе реализации плана новую информацию целесообразно учитывать, используя принцип скользящего планирования, а именно по прошествии одного интервала сдвигать плановый горизонт тоже на один интервал вперед и уточнять при этом структуру параметров задач предыдущих плановых интервалов.

С помощью поступающих данных строится план для нового периода. В результате скользящего планирования в плановом интервале t используется не «точно» адаптивный план $x_t(\theta|I_0)$, а его скоррегированное значение $x_t(\theta|I_{t-1})$, где I_0 и I_{t-1} означают информационное состояние в интервалах 0 и t—1.

Путаница часто возникает в том случае, когда под экономическим планированием понимают, вообще говоря, иерархическую деятельность, тогда как в программировании иерархическое планирование является предметом специальной теории. В иерархическом планировании адаптивные плановые показатели целесообразно разделять еще на две группы: направляемые из центра в подсистемы для выполнения и используемые в центре. Первые назовем гибкими плановыми показателями, вторые — предварительными.

4. Об адекватности стохастических ограничений

Не все комбинации плановых показателей и ограничений стохастических задач экономически равноценны. От выбора ограничений зависит содержание двойственных решений или цен, а также координирующих лимитов. Для выяснения этих вопросов рассмотрим три типа ограничений, а также некоторые их сочетания.

Жесткие ограничения, или $(\operatorname{mod} P)$-ограничения, содержательно хорошо согласуются с гибкостью адаптивных планов:

$$f_i(x(\theta), \theta) \geqslant 0 \quad (\operatorname{mod} P), \tag{1а}$$

где i — индекс ограничения $i=1, \ldots, n$ и $(\operatorname{mod} P)$ означает, что ограничение должно выполняться почти для всех условий. Последнее обеспечивает адаптивность плана $x(\theta)$.

Для пояснения такого рода ограничений приведем следующий пример (линейное ограничение):

$$\xi_0(\theta) - \xi_1(\theta) x_1(\theta) - \xi_2(\theta) x_2(\theta) \geqslant 0 \quad (\operatorname{mod} P); \tag{1б}$$

где $\xi_0(\theta)$ — например, запас ресурса, $\xi_1(\theta)$ и $\xi_2(\theta)$ — удельные затраты этого ресурса для деятельностей 1 и 2, а $x_1(\theta)$ и $x_2(\theta)$ — интенсивности этих деятельностей.

Тот же тип ограничений может оказаться, однако, слишком жестким или слишком «осторожным» для фиксированного плана:

$$f_i(x, \theta) \geqslant 0 \quad (\operatorname{mod} P), \tag{1в}$$

так как здесь требуется, чтобы этот план удовлетворял ограничению почти для всех условий, что трудно выполнимо. Технически это проявляется в неразрешимости соответствующих задач.

В случае жесткого ограничения (1) соответствующее ему двойственное решение $y_i(\theta)$ оказывается адаптивным, т. е., другими словами, цена зависит от экономических условий θ. Например, если имеются два условия θ_1 и θ_2, то у ресурса есть две цены. Добавим также, что если решение задачи осуществляется на основе координации лимитами, то различным экономическим условиям соответствуют различные лимиты, т. е. лимиты адаптивны [2].

Средние ограничения, или статистические, хорошо согласуются с фиксированными планами:

$$Mf_i(x, \theta) \geqslant 0, \tag{2а}$$

так как план x может в некоторых условиях нарушать эти ограничения, компенсируя «перевыполнением» их в каких-то других условиях. Однако жесткость плана не позволяет нарушать их чрезмерно. Это явление назовем жестким компенсированием ограничений.

Однако ограничение этого типа в случае адаптивного плана $x(\theta)$ может стать экономически абсурдным:

$$Mf_i(x(\theta), \theta) \geqslant 0, \tag{2б}$$

так как здесь вследствие адаптивности плана может возникнуть сильная т. н. адаптивная компенсация, которая заключается в следующем. Например, в некоторых условиях θ_s план $x(\theta_s)$ может сильно нарушить i-е ограничение $(f_i(x(\theta_s), \theta_s) \ll 0)$, т. е. это нарушение можно компенсировать при благоприятных условиях k «перевыполнением» ограничения i $(f_i(x(\theta_k), \theta_k) \gg 0)$. Экономически же такое компенсирование невозможно и тем самым план $x(\theta)$ нереален.

В случае средних ограничений соответствующие им двойственные переменные y_i фиксированы, т. е. в такой системе фиксированы как цены, так и координирующие лимиты. Координирование этими ценами и лимитами не обеспечивает жесткого выполнения ограничений.

В отношении жесткости промежуточное положение между предыдущими ограничениями занимают т. н. ограничения по вероятности:

$$P(f_i(\ldots; \theta) \geqslant 0) \geqslant \alpha. \tag{3}$$

Соответствующее данному ограничению двойственное решение также фиксировано и показывает оценку (цену) жесткости. Последнее обладает прозрачным теоретическим смыслом, однако практически для экономической науки чуждо.

Кроме того, экономически значимыми являются комбинированные ограничения и соответствующие им двойственные оценки. Экономически содержательно, например, ограничение

$$M[f_i(x(\beta), \theta | D] \geqslant 0 \quad (\mathrm{mod}\, P). \tag{4}$$

Условие (4) требует, чтобы почти для любого существенного условия $\beta \in D$ ограничение i было в среднем выполнимо, причем план адаптивен в отношении существенных событий. Например, план в среднем выполнен как в хороших, так и в плохих условиях. Ясно, что здесь i-я цена адаптивна в отношении существенных событий $y_i = y_i(\beta)$. Другими словами, цены различны только для различных существенных событий.

В качестве примера опишем ситуацию, когда план в интервале $t+1$ фиксируется только за один шаг вперед и определяется реализацией события β_{ts} в интервале t. Этот план должен статистически удовлетворять ограничениям при реализации условий $\beta_{t+1, z}$. Получаем ограничение

$$\sum_z p_z \cdot [\xi_0(\beta_{t+1, z}) - \xi(\beta_{t+1, z}) x_{t+1}(\beta_{ts})] \geqslant 0,$$

которое должно выполняться для любого β_{ts}. Тем самым получаем $s=1, \ldots, v$ ограничений, соответственно числу условий v в интервале t, и v цен, отвечающих данному ограничению.

В теории стохастического программирования ограничение (4) обычно описывается с помощью следующей конструкции:

$$M[f_i(x(\theta), \theta | D] \geqslant 0 \quad (\mathrm{mod}\, P) \tag{5}$$

и решение двойственной задачи получается в форме $y_i(\theta)$, где $x(\theta)$ и $y_i(\theta)$ — D-измеримые величины.

5. Заключение

В отношении целевых функций ограничимся следующими замечаниями. В стохастическом программировании в качестве целевой функции обычно рассматривается среднее значение (математическое ожидание). Но при этом надо иметь в виду, достаточен ли экономически необходимый учет риска. Например, в случае линейной функции эффекта значение риска не учитывается. При динамической сепарабельной нелинейной функции эффекта значение риска также не учитывается, что следует из экономической аксиоматики [3, с. 233]. Следовательно, если учет риска необходим, то названные целевые функции следует дополнить, например, дисперсией эффекта.

Заканчивая, заметим, что приведенные пояснения предназначались не столько для облегчения составления и решения конкретных численных задач экономического стохастического программирования, сколько для качественного анализа абстрактных стохастических экономических моделей, а также для облегчения понимания экономического содержания его результатов. Углубление исследований и улучшение сотрудничества между экономистами и математиками именно в этом направлении помогут выяснить «большие проблемы экономики», а именно проблемы математических основ функционирования экономико-планового механизма при недостатке информации.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Колмогоров А. Н., Фомин С. В.* Элементы теории функций и функционального анализа. М., 1972.
2. *Эннусте Ю.* Принципы декомпозиционного решения стохастической двухэтапной оптимизационной задачи и их экономическая интерпретация. — Изв. АН ЭССР. Обществ. н., 1981, № 3, 268—273.
3. *Sinn, H.-W.* Economic Decisions under Uncertainty. Amsterdam, 1983.

Представил К. Хабихт

Институт экономики
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию
31/V 1985

Ülo ENNUSTE

MAJANDUSLIKU PLANEERIMISE JA STOHHASTILISE PROGRAMMEERIMISE TEOORIATE SEOSTEST

Artiklis on käsitletud majandusliku planeerimise teooria ja stohhastilise programmeerimise mõistete vastavuse ja seisukohtade kooskõlastamise küsimusi. On vaadeldud vastavust sellistes mõistepaarides nagu loodetavad majanduslikud tingimused ja tõenäosusruum, adaptiivne plaan ja lahendavad reeglid jne., samuti selgitatud stohhastiliste programmeerimisülesannete kitsenduste tüüpide ja neile vastavate duaalhindade tüüpide majanduslikku sisu.

Artikli eesmärk on hõlbustada majandusteadlastel formaliseerida oma planeerimisülesandeid ja matemaatikutel paremini mõista nende poolt uuritavate ülesannete majanduslikku sisu.

Eesti NSV Teaduste Akadeemia
Majanduse Instituut

Toimetusse saabunud
31. V 1985

Ülo ENNUSTE

ON THE INTERRELATIONS OF THE THEORY OF ECONOMIC PLANNING AND STOCHASTIC PROGRAMMING

The author discusses the problems concerning the correspondence of the terms of the theory of economic planning and stochastic programming, and co-ordination of standpoints. The correspondence of such pairs of terms like expected economic conditions and probability space, adaptive plan and solving rules, etc. is treated. The economic contents of the types of the constraints of the problems of stochastic programming and the types of the respective dual prices are also dealt with. The paper aims at helping economists formalize their planning problems and mathematicians understand better the economic contents of the problems studied.

Academy of Sciences of the Estonian SSR,
Institute of Economics

Received
May 31, 1985