

И. КАГАНОВИЧ, А. ЛАУР, К. ТЕННО

МНОГОЦЕЛЕВОЙ АНАЛИЗ ПРИ ИНТЕРВАЛЬНОМ ЗАДАНИИ ИНФОРМАЦИИ

Представил К. Хабихт

В пределах зоны неопределенности оптимального плана варианты решений равноценны с точки зрения принятого критерия оптимальности. Однако совокупность решений оказывается неоднородной относительно набора признаков, что дает возможность выделить в ее составе качественно различные классы.

Посредством поисковой процедуры, осуществляемой в человеко-машинном режиме, подыскивается пара группировок (классификаций) векторов решений и исходных данных, имеющих наибольшую степень сходства по определенному количественному критерию [1]. Окончательное разбиение возможных вариантов развития системы составляется на основе пересечения классификаций этой пары. Найденные группы можно интерпретировать как различные гипотезы развития исследуемой системы.

Разбиение множества локально-оптимальных планов на существенно различные классы и определение отличительных признаков каждого из них дает основание ввести многокритериальную функцию цели для получения ориентировочной оценки относительной предпочтительности гипотез развития. При этом используется то обстоятельство, что в случае интервального задания информации теряется различие между целевой функцией и ограничениями оптимизационной задачи: лимиты ресурсов, потребности в продукции и другие параметры в принятых границах их значений оказываются переменными величинами. Поэтому из ограничений и целевой функции задачи можно образовать вектор-функцию целей. При таком подходе требуется экспертным или расчетным путем построить «идеальный» вектор целей, соответствующий желательным или экстремальным значениям рассматриваемых целевых показателей [2]. Далее следует определить в той или иной метрике среднее расстояние между значениями целевой вектора-функции и «идеальным» вектором для каждой группы, выявленной на стадии классификации. В результате выявляется группа, ближайшая к этому вектору, т. е. лучшая по набору критериев.

Численные значения частных целевых показателей для их большей сопоставимости могут быть пронормированы на основе весовых коэффициентов, вырабатываемых экспертным путем и уточняемых в ходе машинных экспериментов (по тому же принципу уточняется и «идеальный» вектор целей).

При окончательном выборе варианта развития, что является прерогативой лиц, принимающих решение, информация, которую дает мно-

гоцелевой анализ в условиях неопределенности, может оказаться весьма полезной.

Для реализации представленного подхода к многокритериальному анализу составлена программа ЦЕЛЬ, включенная в комплекс программ по исследованию оптимизационных моделей в условиях неопределенности [3]. Комплекс составлен для ДОС ЕС 1022.

Исходной информацией для программы ЦЕЛЬ служат разбиения зоны неопределенности, т. е. группировки множества локально-оптимальных решений, полученных на предшествующих стадиях исследования [1]. В ходе реализации программы определяется расстояние между каждой целевой вектором-функцией и «идеальным» вектором, а также среднее расстояние для каждой группы.

Алгоритм программы состоит из следующих основных шагов.

1. Вводится «идеальный» вектор целей.
2. Вводятся векторы-функции первой или очередной группы рассматриваемого разбиения.
3. Производится нормирование векторов-функций рассматриваемой группы и «идеального» вектора по формуле:

$$\hat{s}_{ij} = \frac{s_{ij}}{s_j^{\max}}, \quad \begin{matrix} i=1, \dots, n+1, \\ j=1, \dots, m, \end{matrix}$$

где \hat{s}_{ij} — пронормированное значение j -й компоненты i -й вектора-функции;

s_{ij} — первоначальное значение j -й компоненты i -й вектора-функции;
 s_j^{\max} — максимальное значение j -й компоненты рассматриваемых векторов-функций (в том числе «идеального» вектора);

n — число векторов-функций в рассматриваемой группе ($n+1$ -й вектор — «идеальный»);

m — число компонент в векторах-функциях.

Если нормирование считается ненужным, этот шаг алгоритма опускается.

4. Вычисляются расстояния между каждой вектором-функцией рассматриваемой группы и «идеальным» вектором по следующей формуле:

$$d_k = \sqrt{\sum_{j=1}^m l_j^2 (s_{kj} - s_{n+1,j})^2}, \quad k=1, \dots, n,$$

где l_j — весовой коэффициент j -й компоненты вектора-функции;

s_{kj} — значение j -й компоненты k -й вектора-функции в рассматриваемой группе;

$s_{n+1,j}$ — значение j -й компоненты «идеального» вектора.

Вычисляется также среднее значение расстояния для группы:

$$\bar{d} = \frac{\sum_{k=1}^n d_k}{n}.$$

5. Выводятся значения расстояний.

6. Проверяется, обработаны ли все группы. Если это так, работа программы считается законченной, в противном случае следует повторение алгоритма, начиная с шага 2.

Излагаемый метод многоцелевого анализа реализован на основе задачи оптимизации энерготопливо-химического комплекса в северо-восточной Эстонии [4]. В рамках исследования по прогнозному анализу этого комплекса с учетом неопределенности генерированы зоны неопределенности для пары взаимных оптимизационных задач — на максимум производства электроэнергии и на минимум годовых приведенных затрат, объемом в 322 и 305 локально-оптимальных вариантов решения [1]. В результате машинного и содержательного анализа этих зон получены соответствующие разбиения (см. табл. 1 и 2), где выде-

Таблица 1

Структура зоны неопределенности
для задачи на максимум
производства электроэнергии

Номер группы	Число вариантов	Номер группы	Число вариантов
I	50	XII	8
II	18	XIII	5
III	43	XIV	4
IV	5	XV	4
V	21	XVI	2
VI	14	XVII	2
VII	34	XVIII	3
VIII	23	XIX	2
IX	28	XX	3
X	30	XXI	2
XI	20	XXII	1

Таблица 2

Структура зоны неопределенности
для задачи на минимум годовых
приведенных затрат

Номер группы	Число вариантов	Номер группы	Число вариантов
I	95	XII	1
II	56	XIII	1
III	33	XIV	1
IV	28	XV	1
V	28	XVI	1
VI	23	XVII	1
VII	20	XVIII	1
VIII	4	XIX	1
IX	4	XX	1
X	2	XXI	1
XI	1	XXII	1

лены группы похожих локально-оптимальных вариантов, рассматриваемые как качественно различные гипотезы развития исследуемого комплекса. Эти разбиения служат исходным материалом для многоцелевого анализа. Компонентами «идеального» вектора в данном случае выбирались значения целевых функций и те значения компонент вектора ограничений, которые варьировались в заданных интервалах при формировании зон неопределенности (см. табл. 3).

Таблица 3

«Идеальные» векторы целей

Номер компоненты	Наименование компонент	Единицы измерения	Задача максимизации	Задача минимизации
1	а) Производство электроэнергии	млрд. кВт-ч	25	—
	б) Приведенные затраты	млн. руб.	—	1000
2	Ресурсы нефти	млн. т	12	12
3	Ресурсы природного газа	млн. м ³	800	800
4	Производство мазута	млн. т	2	2
5	Производство светлых нефтепродуктов	млн. т	1,6	1,6
6	Производство олефинов	тыс. т	470	470
7	Производство нитроаммофоски	тыс. т	800	800
8	а) Производство электроэнергии	млрд. кВт-ч	—	25
	б) Лимит приведенных затрат	млн. руб.	1000	—
9	Производство полуциклового электро-энергии	млрд. кВт-ч	6,5	6,5
10	Лимит рабочей силы	тыс. чел.	18	18

Таблица 4

Результаты определения очередности (порядковых мест) групп по признаку близости к «идеальному» вектору целей

Номер группы	Число вариантов	По всем компонентам вектора		Без учета целевой функции		Без учета лимита затрат		Без учета целевой функции и затрат		Сумма мест по отдельным компонентам	Номер места	Общая сумма мест	Итоговый средний номер места
		расстояние	номер места	расстояние	номер места	расстояние	номер места	расстояние	номер места				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
I	50	0,804	11	0,569	9	0,794	11	0,556	8	85	9-11	124	10
II	18	0,675	5	0,526	4	0,667	6	0,515	4	67	4	86	5
III	43	0,557	2	0,506	1	0,547	2	0,495	1	55	1	61	1
IV	5	0,541	1	0,524	3	0,515	1	0,497	2	70	5	77	2
V	21	0,761	8	0,515	2	0,750	8	0,499	3	57	2	78	3
VI	14	0,660	4	0,553	6	0,646	4	0,517	6	76	6	96	6
VII	34	0,746	7	0,567	7	0,733	7	0,549	7	77	7	105	7
VIII	23	0,588	3	0,531	5	0,580	3	0,521	5	65	3	81	4
IX	28	0,844	12	0,616	11	0,821	12	0,585	12	85	9-11	132	11
X	30	0,772	9	0,587	10	0,755	9	0,564	10	85	9-11	123	9
XI	20	0,799	10	0,619	12	0,733	10	0,584	11	95	12	138	12
XII	8	0,688	6	0,568	8	0,657	5	0,557	9	78	8	106	8
XIII	5	0,983	14	0,722	14	0,963	14	0,692	15	102	14	159	14
XIV	4	0,896	13	0,620	13	0,879	13	0,594	13	104	15	156	13
XV	4	1,061	15	0,732	15	1,033	15	0,690	14	99	13	158	15

Вначале было проанализировано разбиение зоны неопределенности для задачи на максимум производства электроэнергии. Эта работа велась в следующем порядке.

Первый этап анализа — вычисление для рассматриваемых групп средних расстояний* до «идеального» вектора с учетом всех компонент (см. табл. 4, графа 3). На основе этих расстояний для групп получен порядковый ряд предпочтений (см. табл. 4, графа 4). Определены средние расстояния до «идеального» вектора: без учета первой компоненты векторов-функций (производство электроэнергии), без учета восьмой компоненты (лимит затрат) и без учета обеих этих компонент (см. табл. 4, графы 5, 7 и 9).

Исключение показателя производства электроэнергии объясняется тем, что в данной задаче он играет роль целевой функции и, следовательно, является линейной комбинацией всех остальных целевых показателей, выступающих здесь как ограничения. Исключение лимита затрат в этом варианте расчета вызвано существенным отличием величины затрат (по модулю) от значения других компонент вектора целей. По всем названным вариантам получены ряды предпочтения (см. табл. 4, графы 6, 8 и 10). На основании этих результатов можно сказать, что предпочтительной в смысле соответствия «идеальному» вектору целей является группа III. С ней конкурирует группа IV, но последняя представляет собой исключение в силу ее малочисленности (содержит только пять решений).

Второй этап анализа — вычисление десяти вариантов расстояний (по каждой компоненте «идеального» вектора в отдельности) и определение соответствующих рядов предпочтения. Для сравнения с предыдущими результатами для каждой группы определены суммы мест в этих рядах (см. табл. 4, графа 11). Сравнением сумм мест подтверждается преимущество группы III. Особенно это заметно, если учесть все полученные ряды предпочтения (см. табл. 4, графа 13).

Следовательно, в числе рассматриваемых гипотез развития исследуемого комплекса наиболее предпочтительна та, которая определена локально-оптимальными решениями группы III.

Характерно, что здесь постоянно и со сравнительно большой интенсивностью представлена переменная x_{26} . Во всех решениях рассматриваемой группы постоянно имеются такие переменные: x_1 , x_3 , x_7 , x_{10} , x_{36} , x_{37} , x_{39} и x_{42} . Переменные x_2 и x_{31} отсутствуют только в одном решении и с определенным допущением их можно также считать характерными для данной группы.

Ниже приведены интервалы, в пределах которых оказались значения постоянных базисных переменных в III группе решений:

x_1	0,964—1,0
x_2	0,236—13,294
x_3	1,0
x_7	0,265—1,065
x_{10}	0,598—1,989
x_{26}	1,848—3,178
x_{31}	0,420—1,030
x_{36}	3,640—7,142
x_{37}	0,497—2,858
x_{39}	7,946—27,185
x_{42}	0,501—6,496

* При анализе рассматриваются только первые 15 групп, так как остальные малочисленны. Во всех расчетах использованы пронормированные векторы-функции.

По экономическому содержанию группы III и IV представляют варианты развития рассматриваемого комплекса на основе энерготехнологической схемы использования сланца с полным сжиганием продуктов полукоксования (без химической переработки) на новой электростанции (x_{26}). В группе III мощность электростанции достигает 5700—9300 МВт, целевое производство электроэнергии составляет 20—32 млрд. кВт·ч**. К группе IV относятся варианты решения с наибольшим целевым производством электроэнергии: 32—35 млрд. кВт·ч (мощность электростанции 9600—10000 МВт). Естественно, что при учете всех компонент векторов-функций предпочтительней оказалась группа IV, а при исключении компоненты «производство электроэнергии» — группа III.

Следует иметь в виду, что достаточно высокий объем производства электроэнергии по вариантам решения, принадлежащим к данным двум группам, возможен лишь с некоторыми допущениями, сделанными при постановке задачи. Главное из этих допущений — то, что азотно-сернистое загрязнение, соответствующее нижней границе интервала значений этой величины для энерготехнологической схемы использования сланца, принято весьма низким. Это имитирует ситуацию, когда новая энергетическая мощность находится на расстоянии 35—40 км от г. Нарвы, при условии отсутствия действующих в настоящее время мощностей.

Следует также отметить, что в качестве природоохранных ограничений задачи рассматривались лишь лимиты на загрязнение воздуха, поскольку предполагалось, что загрязнение воды и почвы полностью устранено (для этого предусмотрены соответствующие затраты). Однако в действительности технические мероприятия для полного устранения подобного загрязнения не разработаны. Кроме того не учтено то обстоятельство, что зола, получаемая при энерготехнологической переработке сланца в установках с твердым теплоносителем («черная» зола), весьма опасна для живой природы, а ее обезвреживание при помощи дожигания сопровождается дополнительным сернистым загрязнением.

Аналогичным образом были проанализированы девять основных групп разбиения зоны неопределенности для задачи на минимум годовых приведенных затрат (см. табл. 2). Предпочтительными оказались группы V и VII. Группа VII по содержанию совпадает с предпочтительной группой задачи максимизации. Решения группы V характеризуются тем, что вместо переменной x_{26} здесь представлена переменная x_{24} . По содержанию это означает развитие производства электроэнергии на основе прямого сжигания сланца как более экономичного метода (минимум затрат) по сравнению с энерготехнологией.

На заключительном этапе из множества вариантов решений задачи на максимум, вошедших в 15 рассматриваемых групп, выделены те варианты, для которых расстояние между вектором-функцией и «идеальным» вектором по одной компоненте оказалось меньшим, чем в среднем для всего множества. Это разбиение проведено 10 раз — по числу компонент вектора целей. Таким путем образовано 10 подмножеств решений.

Для выявления предпочтительных локально-оптимальных решений определено пересечение всех подмножеств: В результате оказалось, что в найденном пересечении находится только решение 63 (см. табл. 5).

** Целевое производство электроэнергии складывается из компонент базисной и полупиковой электроэнергии.

Таблица 5

Структура пересечений по 10-ти и 9-ти подмножествам
лучших локально-оптимальных решений

Номер варианта решения	Компоненты вектора цели									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
63	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
27	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
58	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
186	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
230	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
231	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
274	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
283	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*

Крестики в табл. 5 означают, что расстояние между соответствующей компонентой вектора целей данного решения и «идеальным» значением оказалось меньшим, чем в среднем по рассматриваемому множеству решений. Соответственно, отсутствие крестика означает, что данное решение по данной компоненте находится на расстоянии до «идеала», превышающем среднее.

Наконец, при помощи соответствующих пересечений выделены варианты решения, расстояние которых до «идеала» меньше среднего по девяти компонентам. Таких решений — семь. В этом смысле по третьей компоненте вектора целей оказалось шесть решений, далеких от «идеала», и по шестой — одно решение (см. табл. 5).

Приведенные в табл. 5 решения оказались наилучшими по всем рассматриваемым критериям или большинству из них. Интересно отметить, что вариант решения 63, а также 43% решений в пересечениях по девяти подмножествам принадлежат к группе III, признанной наилучшей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Прогнозный анализ многоотраслевого комплекса в условиях неопределенности (на примере энерготопливо-химического комплекса). Ред. И. Каганович. Таллин, 1980, 182 с.
2. Тамм М. И. Компромиссное решение задачи линейного программирования с несколькими целевыми функциями. — Экономика и математические методы, 1973, т. IX, вып. 2, с. 328—329.
3. Лаур А. Комплекс программ для исследования линейных оптимизационных моделей при интервальном задании информации. — Изв. АН ЭССР. Обществ. н., 1980, т. 29, № 3, с. 294—295.
4. Каганович И. З. О комплексном анализе территориально-производственных проблем с учетом экологических факторов. — Экономика и математические методы, 1977, т. XIII, вып. 5, с. 998—1007.

Институт экономики
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию
26/VIII 1980

I. KAGANOVITS, A. LAUR, K. TENNO

MITMESIHILINE ANALUUS INTERVALLIDENA ESITATUD
LÄHTEANDMETE KORRAL

Artiklis on esitatud mitmesihilise optimeerimise meetod, rakendatuna mudelile, milles osa eksogeenseid parameetreid on määratud võimalike väärtuste intervallidena. On lähitud eeldusest, et vaadeldava mudeli analüüsi eelmistel etappidel on optimaalse lahendi määramatuse piirkonna moodustav lahendite hulk jaotatud kvalitatiivselt erinevatesse gruppidesse. Seejärel on koostatud eesmärkide vektorfunktsioon ja määratud iga vaadeldava lahendivariandi kaugus etteantud ideaalsest eesmärkide vektorist, samuti iga grupi keskmine kaugus ideaalist. Selliselt on leitud eesmärkidele paremini vastav grupp.

On koostatud vastav programm arvutile EC 1022 ning lisatud see optimaalse lahendi määramatuse piirkonna analüüsi programmide kompleksi. Meetodi kasutamist on näidatud konkreetse ülesande baasil.

Eesti NSV Teaduste Akadeemia
Majanduse Instituut

Toimetusse saabunud
26. VIII 1980

I. KAGANOVITCH, A. LAUR, K. TENNO

MULTIGOAL ANALYSIS WITH INTERVAL INITIAL DATA

In the article a method of multigoal optimization is presented for a model where part of exogenous parameters are determined as intervals of their possible values. The set of optimal solutions forming the zone of uncertainty is assumed to have been divided into qualitatively different groups at previous stages of analysis. Next, the structure of the vector function of goals is composed, and the «ideal» variant of the vector determined. Then the distance to the «ideal» vector of goals for every solution of the zone of uncertainty as well as the average distance to the «ideal» for every group of solutions is computed. Thus, the group best for the given goals is found.

A corresponding program for the EC 1022 computer is compiled and added to the complex of programs for analyzing the zone of uncertainty. The use of this method is illustrated on the basis of real data.

Academy of Sciences of the Estonian SSR,
Institute of Economics

Received
Aug. 26, 1980