

<https://doi.org/10.3176/hum.soc.sci.1980.1.02>

Ю. ЭННУСТЕ

О НЕКОТОРЫХ ВОЗМОЖНОСТЯХ СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ СТОХАСТИЧЕСКОГО СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Представил К. Хабихт

В статье поясняются некоторые методологические вопросы совершенствования прикладных моделей и методов стохастического социально-экономического программирования. Рекомендуется: 1) в качестве параметров моделей использовать случайные величины, распределения которых зависят от существенных событий, 2) при детерминации моделей учитывать разные аспекты стохастических моделей и 3) в двухэтапной задаче стохастического программирования учитывать наличие неполной информации и на втором этапе.

Для анализа моделей и их приближенного решения рекомендуется использовать эвристические декомпозиционные методы в сочетании с методами имитации и поиска.

1. Введение

1. Задачи оптимального планирования социально-экономических объектов содержат неполную информацию. Для формализованного моделирования таких задач в настоящее время известны три теории: 1) оптимизация в условиях неопределенности, 2) расплывчатое (нечеткое) программирование и 3) стохастическое программирование.

Можно утверждать, что для прикладных задач социально-экономического планирования из трех названных теорий более подходящим является стохастическое программирование (обзор моделей и методов стохастического программирования см. в [1]). Преимуществом последнего по сравнению с оптимизацией в условиях неопределенности будет учет вероятности (объективной или субъективной) явлений. Это обстоятельство в таких задачах весьма существенно. По сравнению с расплывчатым программированием преимущество стохастического программирования заключается в хорошо развитом математическом аппарате (теория вероятностей). Теория расплывчатых множеств и величин находится еще в стадии развития, и здесь, например, нет даже правил сложения и умножения расплывчатых величин.

2. Несмотря на отмеченные преимущества математического аппарата, стохастическое программирование с точки зрения задач социально-экономического планирования имеет ряд существенных недостатков, пре-

пятствующих его успешному применению: 1) чрезмерно упрощенная структура выработанных моделей, а в связи с этим их несоответствие сложному социально-экономическому содержанию, 2) чрезмерная строгость принципов и методов решения задач, которая не соответствует упрощенности моделей.

Кажется, что выработка стохастического программирования протекала под девизом: жертвовать сложностью моделей ради математической строгости их решения. Но с точки зрения прикладных задач социально-экономического планирования более плодотворным представляется другое: жертвовать строгостью решения в интересах более адекватного и совершенного моделирования.

Исходя из этих замечаний, в статье, во-первых, делается попытка выяснить, какие имеются возможности для усовершенствования стохастических моделей, чтобы они адекватнее соответствовали структуре социально-экономических задач, и, во-вторых, обращается внимание на некоторые упрощенные методы решения моделей.

3. Статья начинается с предварительных методологических замечаний, где приводятся некоторые принципы совершенствования моделей стохастического оптимального программирования. Далее конкретнее рассматривается моделирование случайных величин, зависящих от существенных событий, а также многоаспектная детерминация. Наконец, исследуется приближенное декомпонированное решение моделей, а также моделирование двухэтапных задач и их упрощенное решение.

2. Некоторые принципы совершенствования моделей стохастического программирования

1. В стохастической модели в отличие от детерминистской значения параметров не фиксированы. Поэтому здесь возникает вопрос о взаимных стохастических зависимостях параметров. Используемые модели стохастического программирования опираются в основном на предположение, что параметры стохастически независимы.

Необходимо отметить, что с точки зрения социально-экономических объектов предпосылка независимости параметров оказывается сильным упрощением. Именно для этих объектов зависимое изменение параметров весьма обычное явление. Например, резкое изменение существенных природных, технических или социальных факторов влечет за собой резкое и одновременное изменение в значениях многих характеристик. Описание этого факта независимыми случайными величинами было бы неприемлемым.

Одна возможность формализованного описания названного вида стохастической зависимости заключается в следующем: параметры модели описываются случайными величинами, распределения которых зависят от т. н. существенных событий. При этом при помощи существенных событий описываются события, значительно влияющие на характеристики всего объекта. А при помощи зависимых от существенных событий случайных величин описывается совместное влияние многочисленных менее значительных и имеющих локальное влияние событий на значения данных характеристик. В параграфе 3 рассматриваются конкретные вопросы формализации представленного принципа моделирования.

2. Одним методическим элементом стохастического программирования является детерминация случайных величин. Для этого используются два принципа: статистический и вероятностный. В первом случае пере-

ход от случайных величин к детерминированным осуществляется с помощью статистических моментов (средние значения, дисперсии и ковариации), во втором — как определение вероятности преодоления заданных констант. Соответственно этому сложились два типа задач. Для краткости ограничимся рассмотрением лишь статистического типа, хотя приведенные рассуждения распространяются и на вероятностный тип.

Детерминация — это замена более сложного стохастического описания более простым детерминистским. Например, случайная величина заменяется ее средним значением. Таким образом, здесь имеет место упрощение, при этом недопустимо абстрагирование существенных аспектов моделируемого явления. При детерминировании социально-экономических моделей в этом отношении особо следует учитывать следующие обстоятельства: 1) при детерминации случайных результатов плана важно учитывать как их средние, так и предельные (наилучшие и наихудшие) значения; 2) при детерминации плана в целевой функции целесообразно комбинированно учитывать как эффект плана, так и потерю эффекта, связанную с реализацией определенных условий.

При детерминировании модели учет всех этих обстоятельств приводит нас к составлению т. н. многоаспектно детерминированных моделей. Понятно, что подобные модели относительно сложны, но их адекватность выше. В параграфе 4 более конкретно рассматриваются некоторые проблемы многоаспектной детерминации и одна наглядная модель.

3. В течение времени существующая (априорная) информация о параметрах планируемого социально-экономического объекта дополняется. Это обстоятельство в моделях стохастического двухэтапного программирования описывается в общем виде так, что в начале второго этапа предполагается наличие полной апостериорной информации. Это предположение в данном случае опять-таки сильное упрощение, поскольку фактически к началу второго этапа в социально-экономических задачах только часть информации уточнена. Поэтому адекватнее моделировать так, чтобы в начале второго этапа информация (апостериорная) была бы также неполной. В таком случае планы второго этапа складываются как относительно «осторожные» и более реальные. Сказанное относится и к многоэтапным задачам. В параграфе 6 даются некоторые конкретные замечания о моделях, в которых и на втором этапе учитывается неполная информация.

4. Модели стохастического оптимального программирования, содержащие несколько аспектов детерминации, описывающие неполноту информации последующих этапов и опирающиеся на случайные величины, зависящие от существенных событий, с точки зрения их решения крайне сложны. При их решении, очевидно, целесообразно ограничиться применением приближенных методов, а цель решения важно видеть не столько в определении строгого математического оптимума, сколько в анализе задачи [2, 3].

С точки зрения анализа задачи удобнее всего использовать прежде всего декомпозиционные методы. Декомпонирование задач целесообразно начать на основе аспектов детерминации. Полученные подзадачи являются задачами отдельных аспектов (которые взаимосвязаны). Их точное решение также весьма сложно и часто нецелесообразно. Здесь следует воспользоваться методами имитации и поиска. На этих вопросах кратко остановимся в параграфах 5 и 6.

3. О моделировании задач при помощи случайных величин, зависящих от существенных событий

1. Стохастическое моделирование плановых задач позволяет описать несколько видов планов. В зависимости от того, на основании какой информации (априорной или апостериорной) происходит определение плана, различаются соответственно два класса планов — априорные и апостериорные. Последние зависимы от поступающей в дальнейшем дополнительной информации, первые же от нее не зависимы. В обоих классах можно выделить два типа планов: точечные и распределенные. В первом случае дается точечная оценка плана, во втором — распределение плана. Выбор подходящего вида плана делается на основании содержательных соображений (здесь мы на этом вопросе не останавливаемся).

В целях удобства интерпретации некоторые, часто встречающиеся виды назовем: априорный точечный план определенным и апостериорный точечный гибким.

Рассмотрение моделей со всеми видами планов крайне усложнило бы трактовку. Поэтому в целях обзорности первоначально ограничимся рассмотрением только определенного плана, — следовательно, только одноэтапных задач. В параграфе 6 анализируются отдельно двухэтапные модели, содержащие и гибкие планы.

2. Для формализованного моделирования задач используем следующие обозначения и предположения.

Существенное событие обозначим через $\omega \in \Omega = \{1, \dots, z\}$, где Ω множество существенных событий и z их число. Существенные события можно моделировать как случайные или как неопределенные. В первом случае определяются вероятности их появления (объективные или субъективные), обозначим их $p(\omega)$, $\sum p(\omega) = 1$. Во втором случае вероятности не определяются.

План социально-экономического объекта обозначим $x = (x_j)$, $j \in N = \{1, \dots, n\}$, где N множество плановых показателей и n их число. Предполагаем, что на план наложено прямое ограничение: $x \in X$.

Пусть множество зависимых от плана показателей результатов (показателей затрат-выпусков и т. д.) будет $M = \{1, \dots, m\}$. Результат (интенсивности или состояния потоков) обозначим $q = (q_i)$, $i \in M$. Предполагаем, что результат зависит от плана и эту зависимость описывает стохастическая функция результата $q = q(\alpha(\omega), x)$, где $\alpha(\omega)$ вектор случайных параметров функции результата. Предполагаем, что при заданном ω $\alpha(\omega)$ — случайный вектор, причем для каждого $\omega \in \Omega$ заданы распределения $\alpha(\omega)$. Например, $\alpha(\omega)$ может быть задано в следующем виде: $\alpha(\omega) = \alpha k_\omega + r_\omega$, где α случайная величина (случайность исходит из существенных событий), а k_ω и r_ω заданные параметры, соответствующие существенному событию ω .

Далее предполагаем, что для результата q в случае события ω устанавливается определенная цель $\beta(\omega)$, которой он «должен достичь». Разницу $q(\alpha(\omega), x) - \beta(\omega) = \xi(\gamma(\omega), x)$ условно назовем конечным результатом, где вектор $\gamma(\omega) = (\alpha(\omega), \beta(\omega))$. Эффективность плана x пусть показывает функция $\varphi = \hat{\varphi}(\xi(\gamma(\omega), x)) = \varphi(\gamma(\omega), x)$.

В итоге можем сформулировать модель оптимального программирования

$$\langle \max \rangle_{x \in X} \varphi(\gamma(\omega), x), \quad (1)$$

где содержание «max» определяется при детерминации модели.

4. О многоаспектной детерминации моделей

1. Как уже было сказано, для более адекватной детерминации моделей нужно учитывать разные аспекты случайных величин. При этом учет разных аспектов в целевой функции модели целесообразно описывать при помощи соответствующих весовых коэффициентов. По существу, такие коэффициенты выражают относительную содержательную значимость каждого аспекта, и их величины определяются экспертно.

Общее формализованное описание учета многих аспектов крайне объемно. Ниже ограничимся рассмотрением только одной наглядной модели, в которой в целевой функции показатель эффективности учитывается комбинированно с его минимальным значением и средним значением потери эффективности. При детерминации ограничений учитываются как их определенные минимальные, так и средние значения.

2. Вышеуказанное и модель (1) позволяют сформулировать в качестве примера следующую детерминированную модель:

$$\max_x \{c \min_{\omega} \min_{\gamma} E\varphi(\gamma(\omega), x) - d \min_{\gamma} E\eta(\gamma(\omega), x)\}, \quad (2a)$$

$$\min_{\omega} E\zeta(\gamma(\omega), x) \geq b, \quad (2б)$$

$$E_{\gamma, \omega} \zeta(\gamma(\omega), x) \geq g, \quad (2в)$$

$$x \in X, \quad (2г)$$

где c и d весовые коэффициенты эффекта аспектов, E символ средних значений. Функция $\eta(\gamma(\omega), x) = [\varphi(\gamma(\omega), x(\gamma(\omega))) - \varphi(\gamma(\omega), x)]^2$ выражает потерю эффективности, и здесь $x(\gamma(\omega))$ гибкий оптимальный план (т. е. соответствующий каждой реализации $\gamma(\omega)$ оптимальный план). В модели (2) минимальные значения приняты только на основании событий $\omega \in \Omega$. А на основании значений параметров γ , соответствующих событию ω , взяты только средние значения.

Таким образом, в модели (2) учтены определенное минимальное значение эффекта и среднее значение потери эффекта. В ограничениях в модели учитываются также определенные минимальные и средние значения. Поэтому определенный на основе такой модели план значительно достовернее, нежели план, учитывающий меньше аспектов.

5. О декомпонированном решении многоаспектных моделей

1. Многоаспектные детерминированные модели имеют относительно большую размерность, и для их приближенного решения и анализа целесообразно использовать методы декомпозиции. Названные модели естественно прежде всего декомпонировать на основе аспектов. Получаемые в результате такого декомпонирования подмодели содержат полный план объекта x , или здесь имеет место покрывающая (конъюнктивная) в отношении плана декомпозиция.

В случае покрывающей декомпозиции для координации моделей в работе [4, с. 87] представлен эвристический итеративный метод (метод совмещения), основной принцип которого заключается в следующем. Целевые функции подмоделей дополняются штрафными функциями, причем величина штрафа на шаге k зависит от расстояния решения данной подмодели от решений остальных подмоделей.

2. На основании описанного метода, например, на базе модели (2) получим следующую систему подзадач:

$$\max_{x_m^k} c \min_{\omega, \gamma} E\varphi(\gamma(\omega), x_m^k) - r^k (x_m^k - x_s^{k-1})^2, \quad (3a)$$

$$\min_{\omega, \gamma} E\varrho(\gamma(\omega), x_m^k) \geq b, \quad (3б)$$

$$x_m^k \in X, \quad (3в)$$

$$\min_{x_s^k, \gamma, \omega} E \eta(\gamma(\omega), x_s^k) + r^k (x_s^k - x_m^{k-1})^2, \quad (3г)$$

$$E \varrho(\gamma(\omega), x_s^k) \geq g, \quad (3д)$$

$$x_s^k \in X,$$

где k индекс шага итерации, x_m план первой подмодели (модели эффекта) и x_s план второй подмодели (модели потери эффекта).

Из системы (3) видно, что решение, получаемое из одноаспектной задачи (без совмещения), не обязательно должно быть правильным.

6. Вопросы постановки и решения двухэтапных моделей с учетом неполной информации на втором этапе

1. Двухэтапные модели содержат два класса плановых показателей: априорные и апостериорные. В целях упрощения рассмотрим модели только с точечными планами, т. е. модели, на первом этапе которых имеется определенный план и на втором — гибкий. Во избежание недоразумений добавим, что двухэтапная задача не обязательно описывает динамическую задачу, последнюю можно описать также и одноэтапно. Этапность определяется тем, учитывается ли дополнительная информация (если это возможно) или не учитывается.

2. Опишем схематически одну двухэтапную модель, в которой и на втором этапе учитывается неполная информация. Показатели первого этапа модели обозначим индексом I, а показатели второго этапа — индексом II. Показатели, увязывающие этапы между собой, обозначим соответственно парами индексов I II и II I. Для ясности описания откажемся от многоаспектной детерминации и построим модель в крайне упрощенном виде, предполагая, что случайными являются только существенные события и их вероятности равны. При детерминации исходим только из учета средних значений. План первого этапа x_I определенный, а план второго этапа гибкий в отношении событий первого этапа: $x_{II} = x_{II}(\omega_I)$. Равные вероятности событий позволяют выразить средние значения в виде сумм. На основании отмеченных предположений можем записать следующую наглядную модель:

$$\begin{aligned} \max_{x_I, x_{II}(\omega_I)} & \left[\frac{1}{z_I} \sum_{\omega_I=1}^{z_I} c_{I}(\omega_I) x_I + \right. \\ & \left. + \frac{1}{z_I} \sum_{\omega_I=1}^{z_I} \frac{1}{z_{II}} \sum_{\omega_{II}=1}^{z_{II}} c_{II}(\omega_I, \omega_{II}) x_{II}(\omega_I) \right], \quad (4a) \end{aligned}$$

$$\sum_{\omega_I=1}^{z_I} A_I(\omega_I) x_I \geq \sum_{\omega_I=1}^{z_I} b_I(\omega_I), \quad (4б)$$

$$A_{I\ II}(\omega_I) x_I + \frac{1}{z_{II}} \sum_{\omega_{II}=1}^{z_{II}} A_{II\ I}(\omega_I, \omega_{II}) x_{II}(\omega_I) \geq \quad (4в)$$

$$\geq \frac{1}{z_{II}} \sum_{\omega_{II}=1}^{z_{II}} b_{II}(\omega_I, \omega_{II}),$$

$$x_I \in X_I, \quad x_{II}(\omega_I) \in X_{II}(\omega_I), \quad (4г)$$

$$\omega_I \in \Omega_I = \{1, \dots, z_I\}, \quad \omega_{II} \in \Omega_{II} = \{1, \dots, z_{II}\}. \quad (4д)$$

Это задача линейного программирования, где каждому значению ω_I (их число z_I) соответствует значение $x_{II}(\omega_I)$. В силу названного обстоятельства размерность модели большая, и для определения ее приближенного решения целесообразными могут оказаться декомпозиция в разрезе этапов и определение плана при помощи метода поиска.

Отметим, что в модели (4) план второго этапа является гибким только по отношению к событиям первого этапа. По отношению же к событиям второго этапа он будет определенным и поэтому более достоверным.

7. Выводы

1. Для более успешного применения стохастического программирования в прикладных задачах социально-экономического планирования целесообразно: 1) использовать более сложные модели и 2) решать их приближенно.
2. Модели должны позволять описывать взаимную стохастическую зависимость социально-экономических параметров. Здесь одним из приемов может быть описание параметров модели с помощью случайных величин, зависящих от существенных событий. При этом посредством последних происходит приближенный учет стохастических зависимостей параметров.
3. При детерминации стохастических величин необходимо по возможности учитывать все содержащиеся в них аспекты. Прежде всего следует комбинированно учитывать средние и предельные значения. Такие модели содержат ряд связанных одноаспектных моделей, при этом их решение осуществляется согласованно.
4. Для более адекватного моделирования двухэтапной задачи нужно и на втором этапе учитывать неполноту информации. Фактически на втором этапе известна в крайнем случае только информация первого этапа, а существующая информация о параметрах второго этапа уточнена только частично. Это обстоятельство превращает планы второго этапа в более «осторожные».
5. Модели описанного стохастического оптимального плана относительно сложны (содержат случайные величины, зависящие от существенных событий, многоаспектны и т. д.), и их точное решение затруднительно. Здесь целесообразно отказаться от определения точного решения и жела-

тельно использовать приближенные методы, а весь ход решения рассматривать прежде всего как анализ задачи. Из приближенных методов рекомендуются методы декомпозиции, а для анализа подмоделей — методы имитации и поиска.

Автор благодарит Т. Тобиаса за ценные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Юдин Д. Б. Математические методы управления в условиях неполной информации. М., 1974.
2. Gunderson, H., Morris, J., Thompson, H. Stochastic programming with recourse: A modification from an applications viewpoint. — J. Opl. Res. Soc., 1978, v. 29, N 8, p. 769—778.
3. Тенно К. Л., Маамяги А. В., Лаур А. А., Каганович И. З. Экономический анализ территориально-производственных проблем в условиях неопределенности (в печати).
4. Эннусте Ю. А. Принципы декомпозиционного анализа оптимального планирования. Таллин, 1976.

*Институт экономики
Академии наук Эстонской ССР*

Поступила в редакцию
4/VII 1979

Ü. ENNUSTE

MÕNINGAID STOHHASTILISE SOTSIAAL-MAJANDUSLIKU PLANEERIMISE TÄIUSTAMISE VÕIMALUSI

Artikkel käsitleb stohhastilise optimumplaneerimise mudelite ja meetodite täiustamise metodoloogilisi küsimusi sotsiaal-majanduslike rakendusülesannete seisukohast. Modelleerimise osas soovitatakse: 1) mudelite parameetritena kasutada olulistest (juhuslikest) sündmustest sõltuvaid juhuslikke suurusi, 2) mudelite determineerimisel arvestada kombineeritud stohhastiliste nähtuste mitmeid aspekte ja 3) kahestaadiumilise optimumülesande puhul arvestada ka teises staadiumis mittetäieliku informatsiooni olemasolu. Mudelite analüüsimiseks ning ligikaudseks lahendamiseks soovitatakse kasutada heuristilisi dekompositsioonimeetodeid koos imitatsiooni- ja otsingumeetoditega.

*Eesti NSV Teaduste Akadeemia
Majanduse Instituut*

Toimetusse saabunud
4. VII 1979

Ü. ENNUSTE

SOME POSSIBILITIES OF IMPROVING STOCHASTIC SOCIO-ECONOMIC PLANNING

Some methodological questions concerning the improvement of the models and methods of stochastic optimum planning are discussed from the standpoint of socio-economic problems. For modelling it is suggested that (1) random variables dependent on significant (random) events should be used as parameters of the models, (2) several aspects of stochastic phenomena should be considered at the determination of the models, and (3) in case of a two-stage optimum problem, incompleteness of information should also be considered at the second stage.

For analysis and approximate solution of models, heuristic decomposition methods together with simulation and search methods are suggested.

*Academy of Sciences of the Estonian SSR,
Institute of Economics*

Received
July 4, 1979