EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. 26. KÖIDE
ÜHISKONNATEADUSED. 1977, NR. 3

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ 26
ОБЩЕСТВЕННЫЕ НАУКИ. 1977, № 3

https://doi.org/10.3176/hum.soc.sci.1977.3.02

А. МАТИН

О НЕКОТОРЫХ АСПЕКТАХ СМЕШАННОЙ КООРДИНАЦИИ В ЗАДАЧАХ ОПТИМАЛЬНОГО ПЛАНИРОВАНИЯ

В статье рассматриваются декомпозиционные алгоритмы решения задачи оптимального планирования, порождающие одновременно как горизонтальную, так и вертикальную координацию. Описываются классы задач, к которым применимы эти алгоритмы. Рассматриваются случаи, когда центр в ходе воздействия на подзадачи использует штрафование, лимитирование или стимулирование. В качестве процедуры горизонтальной координации решений подзадач приводится алгоритм, основанный на одновременном переходе подзадач одного уровня от найденного приближения решения к последующему приближению.

Введение

Проблема нахождения согласованных решений совокупности взаимосвязанных задач оптимального планирования, образующих многоуровневую систему, приобретает в настоящее время все большую актуальность в связи с разработкой автоматизированных систем управления крупными экономическими объектами. Наибольшие успехи достигнуты в области процедур согласования (алгоритмов), моделирующих вертикальные взаимодействия (координацию), т. е. взаимодействия между подзадачами, принадлежащими различным уровням иерархии (см. [1—3]). Менее обширен класс алгоритмов, моделирующих взаимосвязи между подзадачами, принадлежащими одному уровню (случай горизонтальной координации) [4]. Недостаточно развит также класс алгоритмов, использующих оба вида координационных взаимоотношений между подзадачами различных уровней [4, 5]. Ниже будем называть последние алгоритмами, использующими смешанную координацию. В то же время именно этот класс алгоритмов представляет наибольший интерес с точки зрения моделирования реальных систем планирования или управления экономикой.

Ниже делается попытка получить алгоритмы, использующие смешанную координацию в ходе решения исходной задачи (P). Это достигается за счет включения в алгоритмические схемы, использующие вертикальную координацию, процедуры горизонтальной взаимоувязки решений подзадач, принадлежащих одному уровню некоторой иерархической структуры, которая образуется на основе (P) (см. Приложение). В отличие от [4, 5] при вертикальной координации в рамках рассматриваемых алгоритмов агрегирования информации не происходит, однако показана их сходимость к решению (P).

Под исходной задачей (P) в дальнейшем понимается следующая задача оптимального планирования:

$$\min f(x), \quad x \in D \cap G \cap C, \tag{P}$$

где

$$D = \{x / d_j(x) \leqslant d_j, \quad j \in S = \{1, \ldots, s\}\},$$
$$G = \{x / g_i(x) \leqslant 0, \quad i \in R = \{1, \ldots, r\}\},$$
$$C = C_1 \times \ldots \times C_k \times \ldots \times C_m,$$

и, кроме того, относительная внутренность их пересечения непуста.

Относительно функций $f(x)$, $d(x)$ и $g(x)$ предположим следующее. Пусть $f(x)$ — определенная в $R^{\sum n_k}$ функция, представимая в виде $f(x) = \sum_k f_k(x_k)$, где $f_k(x_k)$ — выпуклые, непрерывные функции в R^{n_k},

$$d_j(x) = \sum_{k=1}^{m} d_{jk}(x_k),$$

причем $d_{jk}(x_k)$ $(j \in S,\ k = 1, \ldots, m)$ — выпуклые, непрерывные функции в R^{n_k}, а $g_i(x)$ $(i \in R)$ — определенные в $R^{\sum n_k}$ выпуклые, непрерывные функции и справедливо представление (x_k — сепарабельны):

$$g_i(x) = g^i(x_k) - q_i(\tilde{x}_k), \quad i \in R_k,$$

где $\bigcup_k R_k = R$ и $R_i \cap R_j = \varnothing$ для $i \neq j$ и $\tilde{x}_k = (x_1, \ldots, x_{k-1}, x_{k+1}, \ldots, x_m)$.

Предположим также, что множества $C_k \subset R^{n_k}$ $(k = 1, \ldots, m)$ выпуклы и замкнуты для любого $k = 1, \ldots, m$. Наличие дополнительных предположений относительно (P) в случае необходимости будет отмечаться особо.

В рамках смешанной координации различаем следующие типы воздействия центра на подсистемы: штрафование по планам, лимитирование, стимулирование оценками планов и результатов (см. [2]). Рассмотрение начнем с алгоритмов, использующих штрафование по планам, затем рассмотрим случай, когда центр применяет лимитирование, и в заключение остановимся на алгоритмах со стимулирующим воздействием центра.

1. Случай штрафования по планам

Исходим из задачи оптимального планирования (P). В данном пункте предположим, что множество D — произвольное непустое, выпуклое, замкнутое множество из $R^{\sum n_k}$, а $f(x)$ — выпуклая, непрерывная на D функция (не обязательно сепарабельная).

В [1] изложен алгоритм, использующий только вертикальную координацию и относящийся к т. н. аппроксимационной схеме. В рамках этого алгоритма исходная задача заменяется двухуровневой системой подзадач, состоящей из задачи центра (верхний уровень) и задачи блоков (нижний уровень), которые формулируются следующим образом.

Задача центра:

$$\min f(x), \quad x \in D \cap X_n, \tag{P^n}$$

где

$$X_n = \{x \in R^{k^{\Sigma n_k}} : x \in X_{n-1} \cap \{x : p'_{n-1} x \leqslant \varphi(p_{n-1})\}\},$$

$$X_1 = R^{k^{\Sigma n_k}}\ .\ .$$

Величины p_{n-1} и $\varphi(p_{n-1})$ — соответственно опорный вектор и опорная функция к множеству $G \cap C$, которые определяются на основе решения задачи блоков по следующему правилу:

$$p_n = \frac{x^n - \hat{x}^n}{|x^n - \hat{x}^n|},\quad \varphi(p_n) = p'_n \hat{x}^n,$$

где $\hat{x}^n$ — альтернативное решение задачи блоков $(\hat{P}^n)$, соответствующее решению x^n задачи центра.
Задача блоков:

$$\min_{x \in G \cap C} |x - x^n|^2. \qquad (\hat{P}^n)$$

При этом в ходе решения $(\hat{P}^n)$ существенно используется предположение о том, что множество C имеет структуру

$$C = C_1 \times \ldots \times C_m,$$

а множество G совпадает со всем пространством $R^{k^{\Sigma n_k}}$. Это позволяет сформировать на нижнем уровне m независимых подзадач. В рассматриваемом случае ввиду структуры множества G мы такой системы подзадач получить не можем. Но так как в исходной задаче мы предполагаем существование общих относительно внутренних точек множеств D, G и C, то это условие, а также замкнутость и выпуклость данных множеств создают предпосылки для использования при решении задачи блоков алгоритма, приведенного в Приложении. Действительно, так как целевая функция в $(\hat{P}^n)$ выпукла, непрерывна и сепарабельна по x_k, а множество G удовлетворяет приведенным выше требованиям, то выполнены все условия, необходимые для применения этого алгоритма, причем задача k-го блока $(\hat{P}^n_k)$ выглядит следующим образом:

$$\min_{x_k} |x_k - x^n_k|^2$$

$$g^i(x_k) \leqslant q_i, \quad i \in R_k \qquad (\hat{P}^n_k)$$

$$x_k \in C_k.$$

В итоге получается следующая алгоритмическая процедура решения исходной задачи (P). Пусть (P) удовлетворяет приведенным выше требованиям. На ее основе образуется двухуровневая система подзадач, состоящая из задачи центра (P^n) и задач блоков $(\hat{P}^n_k)$. Центр, учитывая общие ограничения (они образуют множество D) и аппроксимацию множества производственных возможностей блоков X_n, получает на n-й итерации проект плана x^n и передает его блокам для проверки на допустимость. В общем случае такую допустимость гарантировать невозможно, поэтому блоки определяют свою альтернативу $\hat{x}^n$ плану центра, решая свои задачи $(\hat{P}^n_k)$ с учетом существующих взаимосвязей. Это осуществляется на основе горизонтальной координации блоков в ходе решения ими задач $(\hat{P}^n_k)$. На основании полученной в результате этого альтернативы $\hat{x}^n$ проекту центра определяются новые значения p_n и $\varphi(p_n)$, которые используются центром для уточнения его представлений о возможностях блоков. Затем процесс повторяется. Таким образом, в рамках данного алгоритма в ходе решения исходной задачи используется смешанная координация, позволяющая учесть наличие взаимосвязей между блоками.

2. Случай лимитирующего воздействия центра

Рассмотрим теперь тот случай, когда центр в ходе воздействия на блоки использует лимитирующую координацию. Исходим опять из задачи (P), предположив дополнительно, что множества C_k ограничены. Будем решать (P) с помощью эквивалентной двухуровневой системы подзадач, которую можно интерпретировать как задачу распределения ресурсов, т. е. нахождение такого их распределения $b_0=(b^0_1, \ldots, b^0_k, \ldots, b^0_m)$ $(\sum_k b^0_k=d, d=(d_1, \ldots, d_s))$, на котором достигается $\min F(b)$, $b\in B$, где B — некоторое допустимое множество планов распределения ресурсов, а $F(b)$ равно оптимальному значению целевой функции задачи:

$$\min f(x), \quad x\in D(b)\cap G\cap C. \tag{P_b}$$

$(D(b)$ — множество планов x, индуцированное распределением b ресурсов $d)$.

В [1] изложен такой метод решения (P), когда целевая функция и система ограничений сепарабельны по x_k. В данном случае это условие не выполняется, так как имеются связывающие несепарабельные ограничения, образующие множество G. Однако если (P_b) регулярна, то ввиду наложенных на функции $f(x)$, $g(x)$, $d(x)$ и множество C условий к ней применим метод, описанный в Приложении. Условие же регулярности всегда выполнено, если распределение ресурсов b является внутренней точкой множества B, т. е. $b\in B^0$ ([1]). В итоге если центр выбирает допустимые распределения b таким образом, что $b\in B^0$, то на нижнем уровне можно получить m подзадач, которые решают (P_b). Поэтому предположим такую формулировку задачи центра, при которой условие $b\in B^0$ всегда выполняется. Это предположение, например, выполнено, если задача центра сформулирована, как в [3]. Учитывая сделанные замечания, опишем процедуру решения исходной задачи. Для этого сформулируем сначала задачу блока, обозначив ее через P^k_b.

По результатам Приложения она выглядит так:

$$\begin{aligned} &\min f_k(x_k)\\ &g^i(x_k)\leqslant q_i, \quad i\in R_k\\ &d_{jk}(x_k)\leqslant b_{jk}, \quad j\in S\\ &\qquad x_k\in C_k. \end{aligned} \tag{P^k_b}$$

Пусть теперь b^n — некоторое допустимое распределение ресурсов, найденное центром на n-й итерации. Учитывая это распределение, блоки решают свои задачи, принимая во внимание взаимосвязи, заданные с помощью функций $g^i(x_k)$ и $q_i(\tilde{x}_k)$ $(i \in R_k,\ k=1,\dots,m)$. Это осуществляется за счет горизонтальной координации блоков с использованием процедуры горизонтальной взаимоувязки, изложенной в Приложении. Одновременно с решением своих задач блоки находят и оценки соответствующих ограничений, которые затем передаются в центр и используются там для получения нового допустимого распределения b^{n+1}. После этого b^{n+1} передается центром на нижний уровень и процесс повторяется. Таким образом, в ходе решения исходной задачи с помощью разложенной двухуровневой системы подзадач используется как вертикальная, так и горизонтальная координация. В процессе вертикальной координации уточняются допустимые распределения b с тем, чтобы в итоге получить оптимальное распределение, на котором достигается решение задачи центра, что эквивалентно решению исходной задачи. В процессе же горизонтальной координации блоки учитывают существующие между ними взаимосвязи, тем самым обеспечивая допустимость полученного решения с точки зрения связывающих ограничений исходной задачи. Включение механизма горизонтальной координации в процесс решения задачи распределения ресурсов позволяет таким образом учесть x_k-сепарабельность системы ограничений задачи (P).

3. Случай стимулирующего воздействия центра

Рассмотрим сначала случай стимулирования оценками результатов. В этом случае предположим строгую выпуклость либо функции $f_k(x_k)$ либо одной из функций $d_{jk}(x_k)$ для каждого $k=1,\dots,m$.

Построим функцию Лагранжа задачи (P), учитывая только общие сепарабельные ограничения. В данном случае она выглядит следующим образом:

$$L(x,y)=\sum_k f_k(x_k)+\sum_k\sum_j y_j d_{jk}(x_k)-\sum_j y_j d_j.$$

Поскольку допустимое множество $G\cap C$ x_k-сепарабельно, на нижнем уровне систему подзадач мы прямо получить не можем. Но с другой стороны, для любого фиксированного $y\geqslant 0$ функция $L(x,y)$ выпукла и непрерывна по x. Поэтому к задаче

$$\min L(x,y),\quad x\in G\cap C$$

применим метод, приведенный в Приложении, что позволяет заменить ее совокупностью следующих задач блоков:

$$\min_{x_k} f_k(x_k)+\sum_j y_j d_{jk}(x_k),$$

$$g^i(x_k)\leqslant q_i,\quad i\in R_k \qquad (P^k_L)$$

$$x_k\in C_k.$$

В итоге получаем процедуру решения (P) с помощью двухуровневой системы подзадач. На верхнем уровне находится задача центра, в функцию которой входит определение параметров координации y_j $(j=1,\dots,s)$ (цен). Пусть определено некоторое значение цены $y^n=(y_1^n,\ \dots,\ y_s^n)$. Исходя из него, блоки находят решения своих задач, взаимодействуя при этом друг с другом так, как это изложено в Приложении. Полученное блоками решение $x(y^n)$ используется затем центром для получения нового значения параметров координации y^{n+1} (см. [2]) и вся процедура повторяется. Таким образом и в данном случае в процессе разложенного решения исходной задачи используется как вертикальная, так и горизонтальная координация, что позволяет учесть взаимосвязи блоков друг с другом.

Рассмотрим теперь алгоритм, использующий стимулирование оценками планов. Характерен при этом тот факт, что от целевой функции исходной задачи мы больше не требуем сепарабельности по подвекторам x_k $(k=1,\ldots,m)$. Вместо этого, однако, предположим, что функция $f(x)$ является выпуклой дифференцируемой функцией, удовлетворяющей на множестве $G\cap C$ условию:

$$|f'(x)-f'(y)|\leqslant L\|x-y\|,\quad x,y\in G\cap C,\quad L>0,$$

а множество $D\equiv R^{k^{\Sigma n_k}}$. Предположим также, что множества C_k $(k=1,\ldots,m)$ ограничены. Обозначим сформулированную задачу через $(\bar{P})$.

Будем решать $(\bar{P})$ методом условного градиента. Получим некоторую последовательность приближений x^n решения $(\bar{P})$, причем

$$x^{n+1}=x^n+\lambda_n(\bar{x}^n-x^n),$$

где $\bar{x}^n$ есть решение следующей задачи:

$$\min_x\,(f'(x^n),x),\quad x\in G\cap C,\qquad (\bar{P}_n)$$

а λ_n определяются следующим образом:

$$\lambda_n>0,\quad \lambda_n\to 0,\quad \sum_n\lambda_n=\infty,$$

или выбираются из условия:

$$f(x^{n+1})=\min_{0\leqslant\lambda\leqslant 1} f(x^n+\lambda(\bar{x}^n-x^n)).$$

Если множество G совпадает со всем пространством $R^{k^{\Sigma n_k}}$, то данный процесс представляет собой метод покомпонентного спуска. В $(\bar{P}_n)$, однако, ограничения $x\in G$ препятствуют ее «распадению» на m подзадач. Но с другой стороны, в силу сделанных предположений $(\bar{P}_n)$ удовлетворяет всем требованиям процедуры, изложенной в Приложении, и следовательно, ее решение можно получить с помощью следующей системы подзадач:

$$\begin{gathered}\min\,(f'_{(k)}(x^n),\ x_k),\\ g^i(x_k)\leqslant q_i,\quad i\in R_k\\ x_k\in C_k,\end{gathered}\qquad (\bar{P}^k_n)$$

где $f'_{(k)}(x^n)$ — частичный градиент функции $f(x)$ по группе переменных x_k. Как и ранее, будем называть $(\bar{P}^k_n)$ $(k=1,\ldots,m)$ задачей блока. Полученную процедуру решения исходной задачи тогда можно описать так. Пусть имеется некоторое приближение x^n. На основе этого приближения центр сообщает блокам параметры координации $f'_{(k)}(x^n)$ (оценки), с помощью которых формируются критерии блоков. Получив такую информацию, блоки находят свой вариант плана $\bar{x}^n$, исходя из своих производственных возможностей и учитывая существующие между ними взаимосвязи. Последнее реализуется на основе горизонтальной координации. Полученное решение сообщается центру, который определяет новые значения параметров координации $f'_{(k)}(x^{n+1})$, и процесс продолжается. Таким образом и данный алгоритм представляет собой процесс разложенного решения $(\bar{P})$, использующий как горизонтальную, так и вертикальную координацию.

*

Из изложенного видно, что включение механизма горизонтальной координации решений блоков позволяет расширить класс задач, решаемых в рамках данного типа вертикальной координации. Кроме того, использование горизонтальной координации позволяет упростить задачу центра, что, в свою очередь, создает лучшие предпосылки для решения исходной задачи. При этом приведенный алгоритм горизонтальной координации решений блоков, разумеется, не является единственно возможным в рамках рассмотренных типов вертикальной координации и при наличии соответствующих предпосылок может быть заменен иной схемой координации решений блоков.

Приложение

Исходим из задачи оптимального планирования (P), предположив, однако, что $D \equiv R^{\sum_k n_k}$. Обозначим эту задачу через $(\bar{P})$ и будем решать ее, используя метод обобщенного градиента [6]. Пусть x^n есть решение $(\bar{P})$ на шаге n. Тогда x^{n+1} можно получить, используя следующее выражение:

$$x^{n+1} = P_{r_c}(x^n - \alpha_n \bar{x}^n / \|\bar{x}^n\|), \quad \alpha_n \to 0, \quad \alpha_n > 0, \quad \sum_n \alpha_n = \infty.$$

При этом $\bar{x}^n \in \nabla f(x^n)$, если $x^n \in G$ ($\nabla f(x^n)$ — совокупность обобщенных градиентов функции $f(x)$ в точке x^n) и $\bar{x}^n$ — опорный вектор к множеству

$$X^n = \{x / g(x) \leqslant g(x^n)\} \tag{1}$$

в точке x^n, если $x^n \notin G$ (через $g(x)$ обозначена функция $g(x) = \max_{1 \leqslant i \leqslant r} g_i(x)$). Основываясь на свойствах обобщенного градиента и опорных векторов к множеству вида (1), можно записать:

$$\nabla f(x^n) = \sum_k \nabla \tilde{f}_k(x^n),$$

где

$$\nabla \tilde{f}_k(x^n) = \{\tilde{x}^n / \tilde{x}^n = (\hat{x}^n_k)^T A_k, \quad \hat{x}^n_k \in \nabla f_k(x^n_k)\},$$

а матрица $\mathbf{A}_k$ представима в виде:

$$A_k = \begin{pmatrix} \overbrace{0\ldots0}^{\sum_{i=1}^{k-1} n_i}\ 1\ 0\ldots0\ 0\ldots0 \\ 0\ldots0\ 0\ 1\ldots0\ 0\ldots0 \\ \cdot\ \ \cdot\ \ \cdot\ \ \cdot\ \ \cdot\ \ \cdot\ \ \cdot\ \ \cdot\ \ \cdot \\ \underbrace{0\ldots0\ 0\ 0\ldots1}_{\sum_{i=1}^{k} n_i}\ 0\ldots0 \end{pmatrix}$$

Если же $\bar{x}^n$ — опорный вектор к X^n, то допустимо следующее представление:

$$\bar{x}^n = \sum_{i=1}^{r} \lambda_i \nabla g^i_n,$$

где ∇g^i_n — обобщенный градиент функции $g_i(x)$ в точке x^n и $\lambda_i \geqslant 0$, причем $\lambda_i = 0$, если $g_i(x^n) < g(x^n)$. Обозначим теперь через $(\bar{P}_k)$ следующую задачу:

$$\min f_k(x_k),$$
$$g^i(x_k) \leqslant q_i(\tilde{x}_k), \quad i \in R_k \qquad (\bar{P}_k)$$
$$x_k \in C_k.$$

Назовем $(\bar{P}_k)$ задачей k-го блока, а ограничения $g^i(x_k) \leqslant q_i(\tilde{x}_k)$ $(i \in R_k)$ — внешними ограничениями данной задачи. Теперь решение исходной задачи можно описать с помощью решений задач блоков. Пусть блоками получено некоторое приближение $x^n = (x^n_1, \ldots, x^n_m)$. Блоки осуществляют проверку, удовлетворяет ли полученное приближение их внешним ограничениям. Если да, то следующий шаг они делают, учитывая «собственные» интересы, т. е. градиенты $\nabla f_k(x_k)$. Если нет, то следующий шаг направлен на ликвидацию нарушения внешних ограничений блоков. Внешние ограничения в задачах блоков можно интерпретировать следующим образом: функции $g^i(x_k)$ $(i \in R_k)$ — как зависимости между интенсивностями x_k и потреблением внешних по отношению к блоку k ресурсов, производимых остальными блоками, а функции $q_i(\tilde{x}_k)$ $(i \in R_k)$ — как зависимости между интенсивностями $x_j (j \neq k)$ других блоков и возможностью поставки этих ресурсов k-ому блоку. Внешние ограничения таким образом требуют, чтобы блоки выбирали такие планы x_k, при которых потребление ресурсов не превышало бы возможностей их поставки. Если блоки поставляют друг другу ресурсы непосредственно, то $q_i(\tilde{x}_k)$, очевидно, сепарабельные по $x_j (j \neq k)$ функции. Сходимость описанного процесса следует из сходимости метода обобщенного градиента. Как следует из описания взаимодействия блоков, для данного алгоритма характерно отсутствие центра, а решение достигается в процессе непосредственного взаимодействия блоков. Таким образом, в рамках данного алгоритма используется только горизонтальная координация.

В заключение отметим следующее. Как следует из записи задачи блока $(\bar{P}_k)$, для перехода от приближения x^n_k к приближению x^{n+1}_k k-й блок должен иметь информацию не только о соответствующих приближениях других блоков, т. е. о векторах $\tilde{x}^n_k$, но и знать зависимости $q_i(\tilde{x}_k)$ $(i \in R_k)$. Последнее требование, однако, довольно обременительно. Более естественно предположение о том, что эти зависимости блоку k неизвестны, однако известны блокам, чьи планы определяют значения функций $q_i(\tilde{x}_k)$ $(i \in R_k)$, т. е. являются аргументами этих функций. Каждому же k-му блоку для выбора стратегии перехода от приближения x^n_k к приближению x^{n+1}_k достаточно знать величины $q^n_i = q_i(\tilde{x}^n_k)$ $(i \in R_k)$.

Если блоки поставляют ресурсы друг другу непосредственно, то можно сделать еще одно замечание. Действительно, из свойств обобщенных градиентов имеем

$$\nabla g_i(x^n) = \nabla g^i(x^n_k) + \sum_{\nu \in Q_k} \nabla \tilde{q}^{\nu}_i(\tilde{x}^n_{\nu}),$$

где Q_k — множество номеров блоков, чьи планы определяют значение функции $q_i(\tilde{x}_k)$ $(i \in R_k)$ и $\tilde{q}^{\nu}_i(\tilde{x}_\nu) = -q^{\nu}_i(\tilde{x}_\nu)$, причем $q^{\nu}_i(x_\nu)$ — зависимость между поставкой ресурса k-му блоку из ν-го блока и планом x_ν последнего. Если же функции $q_i(\tilde{x}_k)$ $(i \in R_k,\ k=1,\dots,m)$ несепарабельны, то для реализации алгоритма нужно предполагать, что блоки умеют совместно находить градиенты этих функций в ходе «переговоров».

ЛИТЕРАТУРА

1. Ф. Мартинес-Солер, В. Черняк, Моделирование плановых расчетов. М., 1974.
2. Ю. А. Эннусте, Принципы декомпозиционного анализа оптимального планирования. Таллин, 1976.
3. В. М. Полтерович, Блочные методы вогнутого программирования и их экономическая интерпретация. Экономика и математические методы, 1969, 5, 6, 865—876.
4. А. А. Макаров, А. С. Макарова, Б. Г. Санеев, Исследование механизма взаимодействия иерархически организованных экономических систем. Экономика и математические методы, 1975, 11, 5, 819—834.
5. Система моделей оптимального планирования. М., 1975.
6. Б. Поляк, Один общий метод решения экстремальных задач. Доклады АН СССР, 174, 1, 33—36.

Институт экономики
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию
22 июня 1976

A. MATIN

MÕNINGATEST OPTIMAALSE PLANEERIMISE ÜLESANNETE KOMBINEERITUD KOORDINEERIMISE ASPEKTIDEST

Resümee

Artiklis vaadeldakse optimaalse planeerimise ülesannete lahendamise dekompositsioonalgoritme, millest tuleneb summaarselt nii horisontaalne kui ka vertikaalne koordineerimine. Kirjeldatakse ülesannete klasse, mille puhul esitatud algoritmid on rakendatavad. Vaadeldakse juhte, kus keskus kasutab allülesannete mõjustamisel trahvimist, limiteerimist ja stimuleerimist. Allülesannete horisontaalseks koordineerimiseks esitatakse algoritm, mis põhineb allülesannete lahenduste üheaegsel üleminekul järgmisele lähendile.

Eesti NSV Teaduste Akadeemia
Majanduse Instituut

Toimetusse saabunud
22. VI 1976

A. MATIN

ON SOME ASPECTS OF COMBINED CO-ORDINATION OF OPTIMAL PLANNING PROBLEMS

Summary

Decomposition algorithms that yield both horizontal and vertical co-ordination are discussed for solving optimal planning problems. Classes of problems to which the given algorithms are applied, are described. A study is made of such cases where the centre uses penalties, limitation and stimulation to influence subproblems. For horizontal co-ordination of the subproblems, an algorithm based on a simultaneous transition of the solutions of the subproblems into their next approximations, is suggested.

Academy of Sciences of the Estonian SSR,
Institute of Economics

Received
June 22, 1976