EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. 26. KÖIDE
ÜHISKONNATEADUSED. 1977, NR. 3

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ 26
ОБЩЕСТВЕННЫЕ НАУКИ. 1977, № 3

https://doi.org/10.3176/hum.soc.sci.1977.3.01

Ю. ЭННУСТЕ

О ЗАДАЧАХ ЛИНЕЙНОГО ПЛАНИРОВАНИЯ С УЧЕТОМ РИСКА, ПОСТАВЛЕННЫХ НА ОСНОВЕ ПРИБЛИЖЕННЫХ ДАННЫХ [1]

В статье рекомендуется при приближенных данных ставить задачи линейного планирования таким образом, чтобы в крайне плохих условиях для ограничений плана было задано допускаемое смягчение. В этом и заключается учет риска. Соответствующие постановки задач рассматриваются как при определенном, так и при открытом плане. Наконец, приводится замечание об экономическом содержании цены приближенности и двойственных решений.

1. Введение

Начнем с некоторых замечаний о приближенном числе. Далее опишем т. н. исходную задачу и ее существующие трактовки в случае приближенных данных.

1.1. Приближенное число $\underset{\sqcup}{l}$ выражает истинное значение величины l с помощью т. н. ограниченного замкнутого интервала $[{}_{\llcorner}l, l_{\lrcorner}]$, в котором указанное значение определенно заключено:

$$ {}_{\llcorner}l \leqslant l \leqslant l_{\lrcorner}, $$

где границы, или крайние значения ${}_{\llcorner}l$ и $l_{\lrcorner}$, соответственно называются нижней и верхней границами. Таким образом, приближенное число кратко можно записать двумя способами. Во-первых, с помощью интервала $\underset{\sqcup}{l} = [{}_{\llcorner}l, l_{\lrcorner}]$ и, во-вторых, с помощью верхней границы абсолютной ошибки $\underset{\sqcup}{l} = \bar{l}(\pm\triangle l)$, где $\bar{l}$ представляет собой среднюю величину приближенного числа $\bar{l} = ({}_{\llcorner}l + l_{\lrcorner})/2$, а ошибка равна $\triangle l = ({}_{\llcorner}l - l_{\lrcorner})/2$.

Отметим еще одно обстоятельство: с приближенным числом связана твердая уверенность в том, что истинное значение выражаемой величины лежит в середине интервала. Предположение о том, что истинное значение лежит вблизи граничных значений, менее убедительно. Но возможно, что истинным значением окажется граничное.

[1] Автор пользуется приятной возможностью поблагодарить канд. физ.-мат. наук М. Тамм за ценные замечания. К сожалению, эти замечания удалось учесть только частично.

При сравнении приближенного числа с размытым числом (о размытых числах см. Л. Задеха [1]), а также со случайным числом обнаруживается, что первое проще. То, что в случае приближенного числа дано только с уверенностью, в случае размытого числа необходимо выразить через функцию принадлежности, а в случае случайного числа — с помощью закона распределения.

Опуская все интересные философские рассуждения о детерминированности или недетерминированности мира и т. д., отметим, что в общем при социально-экономических плановых задачах данные можно получать только в виде приближенных чисел. Т. н. функции принадлежности и законы распределения эксперты, как правило, не умеют непосредственно представлять, или же оценка их с помощью косвенных приемов обходится слишком дорого.

1.2. В дальнейшей трактовке т. н. исходной задачей служит задача линейного планирования общего вида, которая в матричной записи выглядит так:

$$\max_{x\geqslant 0} cx \Big\} Ax+b\geqslant 0, \tag{1}$$

где $x=(x_j)$, $c=(c_j)$, $A=(a_{ij})$, $b=(b_i)$, $j=1,\ldots,n$ и $i=1,\ldots,m$.

Здесь уместно указать на два легко обнаруживаемых свойства этой задачи. Во-первых, при увеличении элементов векторов c и b и матрицы A значение целевой функции или эффект возрастет либо останется неизменным.[2] На основе этого можно говорить о значениях элементов, которые соответствуют относительно лучшим или худшим условиям.

Пусть значения параметров задачи (1) заданы как приближенные числа $(\underset{\sqcup}{c}, \underset{\sqcup}{A}, \underset{\sqcup}{b})$. Теперь при крайних значениях параметров $({}_{\llcorner}c, {}_{\llcorner}A, {}_{\llcorner}b)$ и $(c_{\lrcorner}, A_{\lrcorner}, b_{\lrcorner})$ соответственно говорят о наихудших и наилучших условиях. Применяется также понятие «средние условия», которому соответствует совокупность $(\bar{c}, \bar{A}, \bar{b})$.

В качестве второго свойства задачи (1) отметим, что если план x удовлетворяет ограничениям $Ax+b\geqslant 0$ в худших условиях, то он удовлетворяет им и в лучших условиях.

1.3. Теория оптимального планирования в общем дает две возможности трактовки задачи (1) при приближенных данных. Первая состоит в т. н. планировании на основе средних, а вторая заключается в использовании известного в операционном анализе принципа максмина.

В первом случае оптимальный план находят из следующей задачи:

$$\max_{x\geqslant 0} {}_{\llcorner}\bar{c}x \Big\} \bar{A}x+\bar{b}\geqslant 0. \tag{2}$$

Во втором случае для нахождения оптимального плана необходимо составить задачу:

$$\max_{\underset{\sqcup}{x\geqslant 0}} {}_{\llcorner}cx \Big\} {}_{\llcorner}Ax+{}_{\llcorner}b\geqslant 0. \tag{3}$$

---

[2] В самом деле, если параметры целевой функции c увеличиваются, то cx тоже увеличивается. Если растут элементы в A и b, то область определения плана $X=\{x\,|\,Ax+b\geqslant 0,\ x\geqslant 0\}$ расширяется и тем самым значение целевой функции может увеличиться.

В (2) и (3) по существу слабым местом является недостаточный учет риска, что заключается в следующем. В (2) оптимальный план удовлетворяет ограничениям в средних условиях, но может не удовлетворять им в худших условиях. Таким образом, в случае этого плана возможны большие нарушения ограничений. В этом смысле указанный план может быть связан с чрезмерно большим риском.[3]

В случае (3) оптимальный план должен удовлетворять жестким ограничениям также в худших условиях, реализация которых маловероятна. Таким образом, полученный план чрезмерно предусмотрителен или в этом смысле не связан с риском. Можно полагать, что при реальных экономических данных, когда неточность их довольно велика, задача (3) окажется противоречивой (условие Слейтера не выполнено).

На основе изложенного попытаемся поставить задачи, более гибкие относительно риска. Начнем с задач с определенным планом. Далее рассмотрим задачи с открытым планом.

2. Задачи с определенным планом

Под определенным подразумевается план, значения показателей которого при решении задачи фиксируются как детерминированные величины и не подлежат корректировке (определенный план называется также решающим правилом нулевого порядка [2]). Начнем с определенного плана, используемого один раз, после чего приведем пример многократно применяемого определенного плана.

2.1. При определенном плане, используемом один раз, принцип задачи с учетом риска таков. Оптимален план, который в наихудших условиях удовлетворяет ограничениям, соответствующим только таким условиям, и дает наибольший эффект на основе целевой функции, соответствующей средним условиям. Для оправдания описанного принципа заметим, что появление наихудших условий возможно, ввиду чего определенный план должен и в тех условиях удовлетворять некоторым ограничениям. Но принимая во внимание, что реализация подобных условий маловероятное и чрезвычайное явление, на план можно накладывать сравнительно более слабые ограничения, чем при средних условиях. В этом смягчении и заключается некоторый учет риска. Что касается целевой функции, то здесь все-таки вернее исходить из параметров, соответствующих средним условиям, существование которых наиболее вероятно. Однако во избежание излишнего риска вводится ограничение, требующее, чтобы и в наихудших условиях эффект не оказался ниже, чем заданный нижний предел.

Описанным принципам соответствует следующая постановка задачи:

$$\max_{x\geqslant 0} \bar{c}x \;\Big\}\; {}_{\llcorner}Ax + {}_{\llcorner}b \geqslant q, \quad {}_{\llcorner}cx \geqslant r, \tag{4}$$

где компоненты вектора $q \leqslant 0$ дают степень смягчения ограничений в наихудших условиях, а скаляр r представляет собой уровень эффекта, который необходимо обеспечить в тех же условиях. На основании второго свойства исходной задачи (1) можно утверждать, что план, удовлетворяющий ограничениям, наложенным на (4), удовлетворяет соответствующим ограничениям и в лучших условиях.

---

[3] Принцип средних оправдан, если найденный план используется многократно. Более подробно об этом в 2.2.

Числовой пример 1. Допустим, что $x=(x_1, x_2)$, $\underset{\sqcup}{c} = (\underset{\sqcup}{c}_1, \underset{\sqcup}{c}_2)=([15, 20], [16, 18])$, $\underset{\sqcup}{b}=[1, 3]$ и точное $A=(-1, -1)$. Таким образом, $\bar{c}=(17{,}5, 17)$ и $\bar{b}=2$. Пусть $q=-0{,}5$ и $r=23$.

Тогда задача (2) примет вид:

$$\max_{x\geqslant 0} (17{,}5x_1+17x_2) \Big\}\ x_1+x_2\leqslant 2,$$

причем оптимальный план $x_1=2$, $x_2=0$ и эффект $e=35$.

По тем же данным задача (3) примет вид:

$$\max_{x\geqslant 0} (15x_1+16x_2) \Big\}\ x_1+x_2\leqslant 1,$$

причем оптимальный план $x_1=0$, $x_2=1$ и $e=16$.

В случае (4) с учетом риска имеем

$$\max_{x\geqslant 0} (17{,}5x_1+17x_2) \Big\}\ x_1+x_2\leqslant 1+0{,}5, \quad 15x_1+16x_2\geqslant 23,$$

причем оптимальный план $x_1=1$, $x_2=0{,}5$ и $e=26$.

2.2. В качестве примера многократно применяемой задачи с определенным планом приведем такую, при которой ограничения требуется выполнять суммарно или в среднем. Обозначим число применений плана x через w, а одно применение — через $t=1,\ldots,w$. Параметрами, соответствующими применению t, являются $(\underset{\sqcup}{c}_t, \underset{\sqcup}{A}_t, \underset{\sqcup}{b}_t)$. Максимизируется сумма эффектов всех применений.

Изложенному соответствует задача с учетом риска:

$$\max_{x\geqslant 0} \sum_t \bar{c}_t x \Big\}\ \sum_t ({}_{\sqcup}A_t x+{}_{\sqcup}b_t)\geqslant q, \quad \sum_t {}_{\sqcup}c_t x\geqslant r. \tag{5}$$

Введем обозначения: $\bar{c}=\sum_t \bar{c}_t/w$, ${}_{\sqcup}\bar{A}=\sum_t {}_{\sqcup}A_t/w$, ${}_{\sqcup}\bar{c}_t=\sum_t {}_{\sqcup}c_t/w$ и ${}_{\sqcup}\bar{b}=\sum_t {}_{\sqcup}b_t/w$, тогда задачу (5) можно преобразовать следующим образом:

$$\max_{x\geqslant 0} \bar{c}x \Big\}\ {}_{\sqcup}\bar{A}x+{}_{\sqcup}\bar{b}\geqslant q/w, \quad {}_{\sqcup}\bar{c}x\geqslant r/w, \tag{6}$$

где используются средние компонентов приближенных чисел.

3. Задачи с открытым планом

С течением времени некоторые данные уточняются и на этой основе может оказаться целесообразным уточнение планов. Такой способ назовем открытым планированием. В данном случае план (решающие правила первого порядка [2]) дается как интервал, в который входит будущий план (по имеющимся данным).[4]

Прежде всего рассмотрим только задачи с открытым планом, а затем задачи с определенно-открытым планом.

---

[4] Открытый план можно представить также в виде точечной оценки. Его можно называть гибким. Это путь, используемый на практике в общем случае. Однако здесь не определяется возможный масштаб корректировки плана или предельная ошибка.

3.1. Нахождение интервала эффекта e открытого плана x сравнительно просто. Б. Махост [3] доказал, и это вытекает также из первого свойства исходной задачи, что граничные значения ${}_\llcorner e$ и $e_\lrcorner$ эффекта соответствуют оптимальным планам следующих задач:

$$\max_{x\geqslant 0} {}_\llcorner c x \Big\} {}_\llcorner A x + {}_\llcorner b \geqslant 0, \tag{7а}$$

$$\max_{x\geqslant 0} c_\lrcorner x \Big\} A_\lrcorner x + b_\lrcorner \geqslant 0. \tag{7б}$$

Однако Б. Махост показал [3], что нахождение граничных значений плана не так уж просто. Со своей стороны добавим, что в принципе для выявления граничных значений ${}_\llcorner x_j$ и $x_{\lrcorner j}$ показателя j необходимо решить задачи:

$$\min_{(c,\,A,\,b)} x_j^0(c,A,b) \Big\} c\in \underset{\sqcup}{c},\quad A\in\underset{\sqcup}{A},\quad b\in\underset{\sqcup}{b}, \tag{8а}$$

$$\max_{(c,\,A,\,b)} x_j^0(c,A,b) \Big\} c\in \underset{\sqcup}{c},\quad A\in\underset{\sqcup}{A},\quad b\in\underset{\sqcup}{b}, \tag{8б}$$

где $x_j^0(c, A, b)$ — оптимальное значение планового показателя j, соответствующего задаче (1).[5]

Из-за сложности задач (8) интервал $\underset{\sqcup}{x} = [{}_\llcorner x, x_\lrcorner]$ не удается определить. В качестве его покомпонентного приближения можно использовать оценку $\underset{\sqcap}{x}_j$, границами $\underset{\ulcorner}{x_j}$ и $\underset{\urcorner}{x_j}$ которой являются значения x_j оптимальных планов задач (7а) и (7б), причем левой границей будет меньшее, а правой — большее значение двух оптимальных планов. Полученные таким образом оценки являются оценками изнутри в том смысле, что $\underset{\sqcap}{x_j} = [\underset{\ulcorner}{x_j}, \underset{\urcorner}{x_j}] \subset [{}_\llcorner x_j, x_{\lrcorner j}] = \underset{\sqcup}{x}_j$, $j=1,\dots,n$. Представляется, что нахождение более точных оценок требует много труда (например, имитации), ввиду чего ниже ограничимся оценками $\underset{\sqcap}{x}_j$, $j=1,\dots,n$.

Числовой пример 2. На основе данных предыдущего примера задачи (7) примут вид:

$$\max_{x\geqslant 0} 15x_1+16x_2 \Big\} x_1+x_2 \leqslant 1,$$

$$\max_{x\geqslant 0} 20x_1+18x_2 \Big\} x_1+x_2 \leqslant 3,$$

откуда $\underset{\sqcap}{x}_1=[0, 3]$, $\underset{\sqcap}{x}_2=[0, 1]$ и $\underset{\sqcup}{e}=[16, 60]$.

3.2. В некоторых случаях многостадийные или динамические задачи, для которых в плановом периоде различается несколько ($u\geqslant 2$) подпериодов, целесообразно ставить с определенно-открытым планом. Тогда в начале планового периода план по сути является определенным, но по остальной части планового периода он остается в принципе открытым.

---

[5] Задачу (8) можно также составить как многопараметрическую задачу линейного планирования.

Преимущества такого планирования состоят в следующем. Во-первых, к началу планового периода имеется определенный план, дающий основу для организации хозяйственной деятельности. При решении задачи учитывается влияние этого плана на планы последующих подпериодов, которые на первое время все же остаются открытыми. Во-вторых, планы последующих подпериодов в дальнейшем, при получении дополнительных данных, можно уточнять. Помимо того, открытый план дает информацию о возможном размере отклонений (предельной ошибки) будущих планов. Недостатком определенно-открытого планирования является довольно большая сложность.

Для примера рассмотрим две линейные задачи с определенно-открытым планом на основе приближенных данных.

Сначала разберем двух-, а затем трехстадийную задачу. Стадию, или подпериод, обозначим римскими цифрами I, II и III. В задачах предположим, что только первая стадия имеет определенный план x_{I}. Планы последующих стадий являются открытыми: $\overset{\sqcap}{x}_{\mathrm{II}}$, $\overset{\sqcap}{x}_{\mathrm{III}}$ и т. д. Здесь $\overset{\sqcap}{x}_{\mathrm{II}} = (\ulcorner x_{\mathrm{II}}, x_{\mathrm{II}}^{\urcorner})$, где оптимальные планы $\ulcorner x_{\mathrm{II}}$ и $x_{\mathrm{II}}^{\urcorner}$ соответствуют наилучшим и наихудшим условиям в первой стадии и т. д.

Далее допустим, что план каждой предыдущей стадии оказывает влияние на ограничения, налагаемые на план следующей стадии. Такое влияние описывается матрицами типа $A_{\mathrm{I\,II}}$ и т. д. Целевой функцией открытых планов служит соответствующий средний эффект.

Для оценки интервала открытого плана используем оценки внутри $\overset{\sqcap}{x}_j$, $j, \ldots, n$, границами которых являются значения $\ulcorner x_j$ и $x_j^{\urcorner}$: $\overset{\ulcorner}{x}_j = \min\{\ulcorner x_j, x_j^{\urcorner}\}$, $\underset{\urcorner}{x}_j = \max\{\ulcorner x_j, x_j^{\urcorner}\}$.

На основе изложенного получим двухстадийную задачу

$$\bar{c}_{\mathrm{I}} x_{\mathrm{I}} + \bar{c}_{\mathrm{II}} (\ulcorner x_{\mathrm{II}} + x_{\mathrm{II}}^{\urcorner})/2 \to \max \tag{9а}$$

при ограничениях

$$\llcorner A_{\mathrm{I}} x_{\mathrm{I}} + \llcorner b_{\mathrm{I}} \geqslant q_{\mathrm{I}}, \tag{9б}$$

$$\llcorner A_{\mathrm{I\,II}} x_{\mathrm{I}} + \llcorner A_{\mathrm{II}} \ulcorner x_{\mathrm{II}} + \llcorner b_{\mathrm{II}} \geqslant q_{\mathrm{II}}, \tag{9в}$$

$$A_{\lrcorner\mathrm{I\,II}} x_{\mathrm{I}} + A_{\lrcorner\mathrm{II}} x_{\mathrm{II}}^{\urcorner} + b_{\lrcorner\mathrm{II}} \geqslant 0, \tag{9г}$$

$$c_{\mathrm{I}} x_{\mathrm{I}} \geqslant r_{\mathrm{I}}, \tag{9д}$$

$$\llcorner c_{\mathrm{II}} \ulcorner x_{\mathrm{II}} \geqslant r_{\mathrm{II}}. \tag{9е}$$

Трехстадийную задачу, в первой стадии которой имеется определенный план, можно записать так:

$$\bar{c}_{\mathrm{I}} x_{\mathrm{I}} + \bar{c}_{\mathrm{II}} (\ulcorner x_{\mathrm{II}} + x_{\mathrm{II}}^{\urcorner})/2 + \bar{c}_{\mathrm{III}} (\ulcorner x_{\mathrm{III}} + x_{\mathrm{III}}^{\urcorner})/2 \to \max! \tag{10а}$$

при ограничениях (9б)—(9е) и

$$\llcorner A_{\mathrm{II\,III}} \ulcorner x_{\mathrm{II}} + \llcorner A_{\mathrm{III}} \ulcorner x_{\mathrm{III}} \geqslant q_{\mathrm{III}}, \tag{10б}$$

$$A_{\lrcorner\mathrm{II\,III}} x_{\mathrm{II}}^{\urcorner} + A_{\lrcorner\mathrm{III}} x_{\mathrm{III}}^{\urcorner} \geqslant 0, \tag{10в}$$

$$\llcorner c_{\mathrm{III}} \ulcorner x_{\mathrm{III}} \geqslant r_{\mathrm{III}}. \tag{10г}$$

Числовой пример 3. Пусть задана двухстадийная задача с определенно-открытым планом

$$-x_{\mathrm{I}}+(\ulcorner x_{\mathrm{II}}+x_{\mathrm{II}}\urcorner)/2 \to \max!$$

при ограничениях

$$x_{\mathrm{I}} \leqslant 1,$$
$$-x_{\mathrm{I}}+\ulcorner x_{\mathrm{II}} \leqslant 0,$$
$$-2x_{\mathrm{I}}+x_{\mathrm{II}}\urcorner \leqslant 0,$$
$$-\ulcorner x_{\mathrm{II}} \leqslant -1,$$
$$-x_{\mathrm{II}}\urcorner \leqslant -1.$$

Здесь оптимальный план выражается через $x=(x_{\mathrm{I}},\ (\ulcorner x_{\mathrm{II}},\ x_{\mathrm{II}}\urcorner))=(1,(1,2))$, эффект $e=-1+(1+2)/2=0{,}5$ и оценки интервала открытого плана второй стадии $\ulcorner x_{\mathrm{II}}=1$ и $x_{\mathrm{II}}\urcorner=2$.

4. О цене приближенности

4.1. Введем приближенные данные $(\underset{\sqcup}{c},\ \underset{\sqcup}{A},\ \underset{\sqcup}{b})$. На их основе путем уточнения можно получить менее приближенные данные $(\underset{\sqcup}{c'},\ \underset{\sqcup}{A'},\ \underset{\sqcup}{b'})$.

Первым данным в (4) соответствует множество $X=\{x \mid {}_\llcorner A x+{}_\llcorner b \geqslant q,\ {}_\llcorner c x \geqslant r,\ x \geqslant 0\}$ допускаемых планов, а вторым данным — множество $X'=\{x \mid {}_\llcorner A' x+{}_\llcorner b' \geqslant q,\ {}_\llcorner c' x \geqslant r,\ x \geqslant 0\}$. Нетрудно заметить, что $X \subseteq X'$. Таким образом, в случае более точных данных и при той же степени риска (q и r те же) множество X' допускаемых планов включает множество X допускаемых планов, соответствующее менее точным данным. Отсюда вытекает, что при более точных данных планы можно составлять с большей свободой выбора, а следовательно, и с большим эффектом.

4.2. Уточнение данных связано с затратами, поэтому всегда интересно знать эффект уточнения. Для оценки последнего решим (4) с обеими группами данных и соответственно найдем оптимальные планы x и x'. Разность эффектов этих планов в среднем равна $\triangle e=\bar{c}(x'-x)$. На основе указанной величины можно судить о целесообразности уточнения данных.

Числовой пример 4. Пусть имеются данные $(\underset{\sqcup}{c},\ \underset{\sqcup}{A},\ \underset{\sqcup}{b})$, как в числовом примере 1. Предположим, что уточненными данными будут $\underset{\sqcup}{c}'=(\underset{\sqcup}{c_1},\ c_2)=([16;\ 19];\ 17)$, таким образом $\bar{c}=(17{,}5;\ 17)$, $\underset{\sqcup}{A}'=\underset{\sqcup}{A}=(-1,\ -1)$ и $\underset{\sqcup}{b}'=[1{,}5;\ 2{,}5]$ и $q=-0{,}5$ и $r=23$. По последним данным получим задачу (4) в виде:

$$\max_{x \geqslant 0}\ (17{,}5x_1+17x_2)\ \Big\}\ x_1+x_2 \leqslant 2,\ 16x_1+17x_2 \geqslant 23,$$

решение которой $x_1'=2$ и $x_2'=0$.

Сравним это с решением (4) в числовом примере 1, а именно $x_1=1$, $x_2=0{,}5$, получим эффект уточнения $17{,}5(2-1)+17(0-0{,}5)=9$.

5. Об экономическом смысле двойственных решений задачи с учетом риска

5.1. Двойственная задача к (4) с определенным планом выражается так:

$$\min_{\lambda,\eta}\,[\lambda(q-\llcorner b)+\eta r]\ \Big\}\ \lambda\llcorner A+\eta\llcorner c\leqslant\bar{c}, \tag{11}$$

где $\lambda=(\lambda_i)$, $i=1,\ldots,m$ и η служат решениями двойственной задачи или внутренними ценами. Как видно, они оказываются определенными.

Для экономического толкования двойственных решений присвоим параметрам a_{ij} значение выпуска ($a_{ij}>0$) и потребления ($a_{ij}\leqslant 0$). Далее предположим, что на средства $i=1,\ldots,m$ назначены внешние цены $\underset{\sqcup}{p}_i$, коэффициент $\underset{\sqcup}{c}_j$ целевой функции представляет собой суммарную оценку параметров деятельности j по внешней цене $\underset{\sqcup}{c}_j=$ $=\sum\limits_i \underset{\sqcup}{p}_i\,\underset{\sqcup}{a}_{ij}$.

Теперь в (4) общая оценка деятельности j при интенсивности x_j во внешних и внутренних ценах такова:

$$\sum_i \bar{p}_i\bar{a}_{ij}x_j+\sum_i\lambda_i\llcorner a_{ij}x_j+\eta\llcorner c_jx_j, \tag{12}$$

где $\bar{a}_{ij}x_j$ — запланированные выпуск или потребление средства i при деятельности j в средних условиях, а $\llcorner a_{ij}x_j$ — соответственно минимальный запланированный выпуск или максимальное запланированное потребление (при определенном плане x_j) средства i в наихудших условиях. Произведение $\llcorner c_jx_j$ представляет собой минимальный запланированный эффект деятельности j в наихудших условиях. Из (12) видно, что общая оценка деятельности x_j зависит от плана выпуска и потребления в средних условиях, от плана производства-потребления и планового эффекта, соответствующих наихудшим условиям. Чем выше наихудшие показатели, тем больше оценка.

Подставив в (12) $\llcorner a_{ij}=\bar{a}_{ij}-\Delta a_{ij}$, получим

$$\sum_i(\bar{p}_i+\lambda_i)\bar{a}_{ij}x_j+\sum_i\lambda_i(-\Delta a_{ij})x_j+\eta\llcorner c_jx_j, \tag{13}$$

откуда видно, что общая оценка деятельности j тем ниже, чем больше предельные ошибки.

5.2. В случае открытого плана по задаче (7) двойственные решения также являются открытыми.

При задачах с определенно-открытым планом толкование двойственных решений требует больше пояснений и представляет собой самостоятельную тему.

6. Заключение

Учет приближенности данных при постановке задачи линейного планирования путем модификации соответствующих ограничений позволяет в некоторой мере принимать в расчет риск.

Полученная задача с учетом риска более содержательна, чем задача, поставленная на основе средних или максмина. Здесь особенно ценна возможность отказаться от жесткости планов и рассмотреть планы как интервалы. Помимо того, в подобной задаче можно оценить эффект от повышения точности.

Представляют интерес также двойственные решения задач с учетом риска и их интерпретации. На основе двойственных решений видно, что деятельность имеет тем высшую оценку, чем меньше она связана с приближенностью.

ЛИТЕРАТУРА

1. L. A. Zadeh. Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes. — "IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics" 1973, SMC-3, 1, 28—44.
2. Д. Б. Юдин, Математические методы управления в условиях неполной информации. М., 1974.
3. B. Machost, Numerische Behandlung des Simplexverfahrens mit intervallanalytischen Methoden. Gesellschaft für Mathematik und Datenverarbeitung. Bonn, 1970.

Институт экономики
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию
27/IV 1976

Ü. ENNUSTE

LIGIKAUDSETE ANDMETE ALUSEL PÜSTITATUD RISKIARVESTUSEGA LINEAARPLANEERIMISÜLESANNETEST

Resümee

Artiklis soovitatakse ligikaudsete andmetega lineaarplaneerimisülesandeid püstitada nii, et äärmuslikult halbade olude korral plaani kitsendusi lõdvendatakse. Viimases seisnebki riskiarvestus. Vastavaid ülesandeid vaadeldakse nii kindla kui ka lahtise plaani puhul. Lõpuks tehakse märkus ligikaudsuse hinna ja duaallahendite majandusteadusliku sisu kohta.

Eesti NSV Teaduste Akadeemia
Majanduse Instituut

Toimetusse saabunud
27. IV 1976

Ü. ENNUSTE

ON LINEAR PLANNING PROBLEMS WITH RISK FORMULATED ON THE BASIS OF APPROXIMATE DATA

Summary

The paper suggests that in case of approximate data, linear planning problems should be set in such a way that under extremely unfavourable conditions an admissible slackening is envisaged for the plan constraints. This slackening comprises risk-accounting. The respective problem formulations are discussed both with reference to a definite plan and an open one. Finally, the economic contents of dual solutions are commented on.

Academy of Sciences of the Estonian SSR,
Institute of Economics

Received
April 27, 1976