

М. ПАЛЛЬ

МОДЕЛЬ ПЛАНИРОВАНИЯ ВЫПУСКА ПОБОЧНОЙ ПРОДУКЦИИ НА ПРЕДПРИЯТИИ

Анализируя методы планирования и управления на предприятиях, можно заметить целый ряд трудностей, связанных с малой гибкостью мероприятий при организации производства такой продукции, которая может удовлетворить платежеспособный спрос. Эти трудности вызваны, с одной стороны, различного рода помехами в материально-техническом производстве, а с другой — неопределенностью, обусловленной проблемами реализации продукции. Преодолеть их нелегко и вряд ли обоснован поиск какого-либо единого критерия для получения оптимального решения.

В данной работе рассмотрены некоторые вопросы планирования и управления выпуском побочной продукции (ПП) на основе заказов оптового рынка. ПП — продукция предприятия, которая не входит в планируемую сверху номенклатуру.

Оптовый рынок представим как объем планируемой продукции массового производства (основной продукции) на основе государственных заказов и дополнительный объем ПП на основе потребностей торгующих организаций. При реализации ПП допускается изменение заказов в зависимости от спроса.

Не вникая в определение взаимоотношений между предприятием и оптовым рынком, естественно предположить, что заказы оптового рынка выполняет целый ряд предприятий, при этом некоторые из них выполняют только государственные заказы, а ПП могут реализовать на каком-нибудь другом оптовом рынке. В дальнейшем будем рассматривать только одно предприятие, которое производит как основную продукцию, так и ПП.

Технологические возможности предприятия для выпуска основной продукции определяются технологическим множеством T [1]. Элементы этого множества — пары $\langle x^0, y^0 \rangle$, где y^0 — вектор-столбец выпуска основной продукции, а x^0 — вектор-столбец затрат, обеспечивающих этот выпуск. Соответствующие плановые векторы обозначены индексом p . В дальнейшем не будем касаться планового выпуска основной продукции. Отметим лишь, что реальность плана определяется условием $\langle x^0, y^{0n} \rangle \in T$, где $x^0 \leq x^{0n}$.

Выпуск ПП на предприятии рассмотрен по схеме, представленной на рисунке. Производство ПП, кроме общих производственных ресурсов $\Delta x = x^{0n} - x^0$, использует отходы основного производства z и некоторые «местные» ресурсы r . Оба вектора сверху ограничены: $z \leq z^0, r \leq r^0$. Таким образом, потребность производственных ресурсов производства ПП определяет сумма $x = \Delta x + z + r$.

Для конкретности определим производство ПП линейной моделью типа «затраты — выпуск»

$$A\lambda = x, B\lambda = y, \quad (1)$$

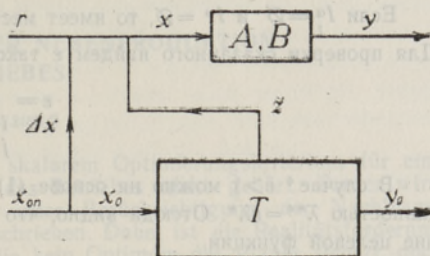
где $B = \|b_{jj}\|$, $b_{jj} > 0$ — диагональная матрица выпуска ПП¹; $A = \|a_{ij}\|$, $a_{ij} \geq 0$ — произвольного вида матрица затрат; $\lambda = \langle \lambda_1, \dots, \lambda_j, \dots, \lambda_k \rangle^T$ — вектор-столбец интенсивности выпуска отдельных видов ПП; $i \in I_x = \{1, \dots, m\}$, $j \in I_y = \{1, \dots, k\}$.

¹ Диагональный вид матрицы выпуска соответствует возможности выпускать отдельные виды ПП, не связанные технологически друг с другом.

k — число видов ПП; m — число используемых производственных факторов; изучив свои технологические возможности по выпуску ПП, предприятие на основе целевой функции

$$(B\lambda, p) - (A\lambda, q) = (B^T p - A^T q, \lambda) \rightarrow \max \quad (2)$$

строит предварительный план. Здесь векторами q и p обозначены оценки предприятия расходов и доходов от выпуска ПП. Предварительным планом $\lambda^* = \langle \lambda_1^*, \dots, \lambda_k^* \rangle^T$ вместе с соответствующими затратами $x^* = \langle x_1^*, \dots, x_m^* \rangle^T$ и выпуском $y^* = \langle y_1^*, \dots, y_k^* \rangle^T$ является решение задачи



$$\begin{aligned} (c, \lambda) &\rightarrow \max, \\ A\lambda &\leq \Delta x + r^0 + z^0, \\ \lambda &\geq 0, \end{aligned} \quad (3)$$

где $c_0 = B^T p - A^T q$.

В ходе реализации плана предприятие сталкивается с различными трудностями, которые влекут за собой корректировку плана. Формально это требует уточнения ограничений задачи (3) и нахождения нового решения.² Зачастую такая корректировка нецелесообразна по следующим причинам:

- 1) допущение линейности выпуска ПП является очень сильным упрощением действительности, поэтому точная корректировка по критерию (2) может оказаться неоправданной;
- 2) трудности при реализации продукции выявляются, как правило, тогда, когда выпуск ПП уже налажен и, следовательно, соответствующая корректировка требует дополнительных расходов на перестройку производства.

В таких условиях предприятию нецелесообразно стремиться при каждой корректировке к достижению максимума целевой функции³ (2). Поэтому в дальнейшем будем рассматривать лишь устранение «узких мест», что соответствует требованию допустимости выпуска ПП.

С этой целью рассмотрим далее два вида лимитирования:

- 1) имеющиеся производственные факторы $x^e = \langle x_1^e, \dots, x_m^e \rangle$ не обеспечивают реализуемость плана (лимитирование на входе);
- 2) действительные заказы (спрос) $y^e = \langle y_1^e, \dots, y_k^e \rangle$ не соответствуют плановому выпуску (лимитирование на выходе).

Множества лимитирующих индексов определим следующим образом:

$$I_i^\alpha = \{i | i \in I_x, \gamma_i < 1\}, \quad I_j^\omega = \{j | j \in I_y, \delta_j < 1\},$$

где

$$\gamma_i = \begin{cases} \frac{x_i^e}{x_i^*}, & x_i^* > 0, \\ \infty, & x_i^* = 0, \end{cases} \quad \delta_j = \begin{cases} \frac{y_j^e}{y_j^*}, & y_j^* > 0, \\ \infty, & y_j^* = 0. \end{cases}$$

² Для такого уточнения плана подходит, например, параметрический симплексный метод.

³ Кроме того, при частой корректировке и детальном учетывании отклонений от оптимума возникает проблема устойчивости выпуска ПП.

Если $I_1^\alpha = \emptyset$ и $I_1^\omega = \emptyset$, то имеет место недооценка производственных возможностей. Для проверки сказанного найдем ε такое, что

$$\varepsilon = \min_{\substack{i \in I_x \\ j \in I_y}} \{\gamma_i, \delta_j\}.$$

В случае $\varepsilon > 1$ можно на основе (1) сказать, что допустимо производство с интенсивностью $\lambda^{**} = \varepsilon \lambda^*$. Отсюда видно, что скорректированный план λ^{**} увеличивает значение целевой функции.

В общем случае оба множества лимитирующих индексов содержат некоторые элементы, что, судя по приведенным выше соображениям, влечет за собой уменьшение производства одного или нескольких видов ПП. Вектор интенсивностей, скорректированный по множеству I_1^ω , обозначим через $\lambda' = \langle \lambda'_1, \dots, \lambda'_h \rangle$ и определим его формально как

$$\lambda_j = \begin{cases} \lambda_j^*, & j \notin I_1^\omega, \\ \delta_j \lambda_j^*, & j \in I_1^\omega. \end{cases}$$

Такая корректировка также влияет на потребность производственных ресурсов производства ПП. Если $A \lambda' \leq x^e$, то план дальнейших корректировок не требует. В противном случае целесообразно уменьшить потребность v -го производственного фактора за счет уменьшения таких λ'_j , при которых отношения множителей целевой функции c_j , $c = \langle c_1, \dots, c_h \rangle$ к элементам матрицы затрат a_{vj} относительно малы.

В заключение надо отметить, что предложенная корректировка учитывает только допустимость выпуска ПП. Естественно предположить, что в действительности возможно и изменение критерия оптимальности плана (например, из-за изменения оценок предпочтения, номенклатуры ПП и т. д.).

Это приводит к необходимости время от времени вновь решать задачу (3), чтобы обеспечить лучшее соблюдение интересов предприятия.

ЛИТЕРАТУРА

1. Х. Никайдо, Выпуклые структуры и математическая экономика. М., 1972.

Институт кибернетики
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию
2/XI 1973

⁴ Случай $\varepsilon = 1$ соответствует точному предварительному плану, что в действительности маловероятно.

M. PALL

ETTEVÖTTE KÕRVALTOODANGU PLANEERIMISE MUDEL

Resümee

Artiklis esitatakse lineaarse skalaarse optimaalsuskriteeriumiga mudel ettevõtte tsentraalselt mitteplaneeritava toodangu planeerimiseks. On antud meetod plaani korrigeerimiseks, arvestades tarbijate nõudmiste muutumist ja häireid tootmisfaktoritega varustamisel. Seejuures on esikohale seatud plaani reaalsuse nõue, mis küll ei taga korrigeeritud plaani optimaalsust, kuid lihtsustab tunduvalt korrigeerimist.

Eesti NSV Teaduste Akadeemia
Küberneetika Instituut

Toimetusse saabunud
2. XI 1973

M. PALL

**MODELL FÜR DIE PLANUNG DER NEBENPRODUKTION
DES BETRIEBES**

Zusammenfassung

Der Artikel bringt ein lineares Modell mit skalarem Optimierungskriterium für eine Produktionsplanung, die zur zentralen Planung des Betriebes nicht gehört. Ferner wird eine Methode für das Korrigieren des Planes unter Berücksichtigung der Nachfrageveränderungen und der Lieferungsstörungen beschrieben. Dabei ist die Realitätsforderung des Planes an die erste Stelle gesetzt worden, die kein Optimum des Planes sichert, doch das Korrigieren bedeutend vereinfacht.

*Institut für Kybernetik
der Akademie der Wissenschaften
der Estnischen SSR*

**Eingegangen
am 2. Nov. 1973**