

К. ТЕННО

ОПТИМИЗАЦИЯ МНОГООТРАСЛЕВОГО КОМПЛЕКСА МЕТОДОМ ВСТРЕЧНЫХ ИТЕРАЦИЙ

Данная статья рассматривает симметрию моделей на основе многоотраслевой задачи линейного планирования. Кратко обобщены принципы построения симметричных задач [1], а также экспериментальные расчеты в области многоотраслевого планирования.

Исходная задача 1 сформулирована как производственно-транспортная с многопродуктовыми технологиями и обратными связями. Критерием оптимальности служит минимум годовых приведенных затрат на весь технологический цикл производства требуемой продукции. Заданы лимиты расходования ресурсов и экзогенные затраты при единичной мощности технологического способа (предприятия, цеха, технологической линии и т. д.).

$$\sum_{j=1}^g \sum_{\pi=1}^{\Pi_j} p_j^{(\pi)} x_j^{(\pi)} \rightarrow \min,$$

$$x_j^{(\pi)} = 0 \text{ или } 1,$$

$$\sum_{\pi=1}^{\Pi_j} x_j^{(\pi)} \leq 1, \quad (j=1, 2, \dots, g),$$

$$\sum_{j=1}^g \sum_{i,j} a_{ij}^{(\pi)} x_j^{(\pi)} \geq y_i, \quad (i=1, 2, \dots, m).$$

Обозначения:

- i — индекс продукта или ресурса ($i=1, 2, \dots, m$);
- j — индекс предприятия ($j=1, 2, \dots, g$);
- π — индекс варианта развития j -го предприятия ($\pi=1, 2, \dots, \Pi_j$);
- $x_j^{(\pi)}$ — искомая интенсивность использования π -го варианта j -го предприятия;
- $p_j^{(\pi)}$ — экзогенные затраты при единичной интенсивности использования π -го варианта j -го предприятия;
- $a_{ij}^{(\pi)}$ — выпуск i -го продукта при единичной интенсивности использования j -го технологического способа ($a_{ij}^{(\pi)} \geq 0$) или соответственно расход i -го ресурса или продукта ($a_{ij}^{(\pi)} < 0$);
- y_i — минимальная потребность в i -й продукции ($y_i \geq 0$) или максимальный расход i -го ресурса ($y_i < 0$).

Двойственная к исходной задаче 2 решается на максимум конечной продукции ($\max \sum_{i=1}^m y_i h_i$) и в ней определяются оптимальные оценки h_i конечной продукции и ограниченных ресурсов.

По смыслу обратна к исходной задаче 3, в которой при фиксированных мощностях предприятий и ценах на продукцию и ресурсы определяется оптимальный план по критерию максимума полезного эффекта конечной продукции:

$$\sum_{i=1}^m h_i y_i \rightarrow \max,$$

$$y_i \geq 0,$$

$$\sum_{i=1}^m b_{ij}^{(\pi)} y_i \leq x_j^{(\pi)} \quad (j=1, 2, \dots, g; \pi=1, 2, \dots, \Pi_j).$$

где h_i — цена i -го продукта или ресурса;

$b_{ij}^{(\pi)}$ — затрата ($b_{ij}^{(\pi)} \geq 0$) или экономия ($b_{ij}^{(\pi)} < 0$) мощности j -го предприятия на единицу i -го продукта или ресурса.

Двойственная к задаче 3 задаче 4, решаемая на минимум суммарной интенсивности технологических способов с определением их оптимальных оценок $p_j^{(\pi)}$:

$$\sum_{j=1}^g \sum_{\pi=1}^{\Pi_j} x_j^{(\pi)} p_j^{(\pi)}(x_j^{(\pi)}) \rightarrow \min,$$

$$p_j^{(\pi)}(x_j^{(\pi)}) = \begin{cases} p_j^{(\pi)}, & \text{если } x_j^{(\pi)} = 1 \\ 0, & \text{если } x_j^{(\pi)} = 0. \end{cases}$$

$$\sum_{j=1}^g \sum_{\pi=1}^{\Pi_j} b_{ij}^{(\pi)} p_j^{(\pi)} \geq h_i.$$

Как показано в [2], по отношению к исходным обратные модели симметричны: ограничения и переменные исходной модели в обратной меняются ролями. Если в исходной модели все затраты задаются на единицу валовой продукции или мощность технологического способа, то в обратной — на единицу конечной продукции рассматриваемого комплекса.

Поскольку смысл неравенств в обратных задачах противоположен по отношению к исходным, лимитирование в них также различно. Так, в исходной задаче увеличение спроса на продукт способствует повышению его оценки в оптимальном плане, в обратной — рост допустимой интенсивности использования технологического способа уменьшает возможность выполнения соответствующего ограничения как равенства и получения ненулевой оценки для данного технологического способа. В прямой задаче низкий уровень экзогенных затрат способствует вхождению технологического способа в оптимальный план, тогда как в обратной задаче, наоборот, повышение цен улучшает позицию соответствующего продукта и стимулирует его производство в оптимальном плане.

Симметричные модели полезны для формализации процесса планирования на разных уровнях хозяйственной иерархии. Дело в том, что по существу ни один из экономических параметров не может в плановых расчетах постоянно выполнять роль заданного норматива. Они представляют собой лишь гипотезы, которые уточняются в процессе планирования. Поэтому процесс планирования можно дать в виде встречных итераций на исходной и обратной к ней моделях, в которых заданные и искомые параметры меняются ролями. Эти встречные итерации как бы имитируют операции согласования экономических параметров на разных уровнях хозяйственной иерархии: центральный планирующий орган решает задачи типа двойственной пары 1 и 2, отправляясь от определенной гипо-

тезы о потребности в конечной продукции и о величине прямых производственных затрат. Полученные в результате решения оптимальные цены сообщаются нижнему звену иерархии, где, исходя из этих цен и располагаемых производственных мощностей, решаются задачи типа 3 и 4 с получением оптимальных размеров выпуска конечной продукции, потребностей в ресурсах и соответствующих этим условиям прямых производственных затрат. Эти показатели, в свою очередь, сообщаются центральному органу для корректировки первоначального варианта задаваемых параметров. Такие встречные итерации должны продолжаться до полной взаимоувязки потребностей в конечной продукции с располагаемыми ресурсами.

Встречные итерации нужны и для увязки территориальных и отраслевых планов. Отраслевые задачи ставятся как прямые с нахождением мощностей отдельных производств. Эти параметры выступают входами для региональных задач, решаемых как обратные. Наряду с оптимальными ценами, рассчитанными в отраслевых задачах, в качестве исходных параметров обратных задач полезно использовать соответствующие оптовые цены.

Экспериментальные расчеты по исследованию механизма работы симметричных моделей проведены на модели задачи оптимизации топливно-сырьевой базы химических производств и энергетики Прибалтийского экономического района [3]. Эта модель производственного типа в выше изложенной системе симметричных моделей служит исходной (задача 1). Для обратной к ней модели (задача 3) требовалось получить матрицу $B = (b_{ij}^{(n)})$ как обратную к исходной производственной матрице $A = (a_{ij}^{(n)})$. Для этого проведены специальные расчеты. Входные векторы обратной задачи — вектор интенсивностей $X = (x_j^{(n)})$ и оценок $H = (h_i)$ — определяются при решении исходной задачи.

Сначала в качестве обратной матрицы использовались конечные симплексные таблицы решения исходной задачи. Однако поскольку конечная симплексная таблица содержит лишь те векторы, которые вошли в оптимальный план исходной прямой задачи, значительная часть информации теряется. Поэтому при продолжении работы были предприняты расчеты для обращения исходной производственной матрицы.

Обращение матрицы осуществлялось при помощи программы, разработанной в экономико-математическом секторе Института экономики АН Эстонской ССР на основе метода Гаусса. Предварительно исходная технологическая матрица приведена к форме квадратной. Здесь анализируются результаты, полученные при работе с агрегированными матрицами размерностью 31×31 и 32×32 . Эти матрицы различаются между собой набором входящих в них технологических способов и ограничений: в матрице 31×31 полностью устранены векторы взаимозаменяемости продуктов и технологий, в матрице 32×32 взаимозаменяемость сохранилась.

Обратные задачи, построенные на основании указанных обратных матриц, решены с помощью вариантных расчетов. Исходя из того, что ограничениями обратной задачи служат допустимые интенсивности технологических способов, а коэффициентами целевой функции — цены на конечные продукты и ресурсы, эти параметры варьировались. Варьирование допустимой интенсивности технологических способов предпринято, в первую очередь, с целью приведения плана прямой задачи к целочисленному виду и исследования влияния этих изменений на переменные обратной задачи. Варьирование цен на продукцию и ресурсы дает большие возможности исследования влияния различного соотношения и уровня цен на оптимальный план, а также выявления допустимого изменения цен по сравнению с оптимальными (оценками оптимального плана).

Результаты решения задач на обратной модели размерностью 31×31 представлены в табл. 1 и 2. Как уже отмечено, переменными обратной задачи служат объем конечной продукции и экзогенные затраты технологических способов. В табл. 1 при каждом варианте решения даны коэффициенты целевой функции соответствующей задачи — оценки (цены) продуктов и ресурсов. В последней графе таблицы для сравнения результатов решения обратных задач с исходной прямой задачей приведены ограничения последней.

Аналогично в табл. 2 при каждом варианте решения даны ограничения соответствующей задачи — интенсивности технологических способов, а в последней графе — экзогенные затраты при единичной интенсивности технологий (коэффициенты целевой функции исходной продуктовой задачи).

Работа началась с того, что была обеспечена полная свобода выбора технологических способов, т. е. ограничения их использования принимались наименее жесткими. Коэффициентами целевой функции при этом были оптимальные двойственные оценки, полученные при решении исходной задачи. Решение в таких условиях дает возможность войти в оптимальный план тем технологическим способам, которых нет при решении прямой задачи в оптимальном плане (табл. 1, вариант I).

По приведенным в табл. 1 данным видно, что проявляется тенденция увеличения использования высокоэффективных ресурсов — выработки наиболее ценной продукции. Особенно выросло использование природного газа на теплоэлектростанциях по сравнению с оптимальным планом исходной прямой задачи, где ресурсы природного газа были строго ограничены (см. табл. 1, графы 2 и 9). Увеличение использования электростанций природного газа привело также к росту выработки товарной электро- и теплоэнергии, что свидетельствует об эффективности этой продукции при данной системе цен (при неэффективности увеличение ресурсов природного газа вытеснило бы часть других топлив из топливного баланса электростанций без дополнительного производства товарной электроэнергии).

Некоторые конечные продукты по оптимальному плану обратной задачи при оценках оптимального плана прямой задачи не производятся. В данном случае ими являются бензол, индивидуальные ксилолы, автобензин и дизельное топливо. Последние два по существу выпускаются в виде соответствующих фракций нефти. Это значит, что при данных ценах завершающие стадии производства этих продуктов неэффективны — наиболее выгодно выпускать полупродукты. Особенно низка оценка дизельного топлива (0,97 руб/т при 27,88 руб/т для мазута).

Ввиду этого понадобилось поставить вариант задачи с повышенной оценкой дизельного топлива (табл. 1, вариант II). Как и следовало ожидать, увеличение оценки продукта сделало его производство эффективным и оно вошло в оптимальный план. Соответственно изменились и результаты решения двойственной задачи (табл. 2, варианты I и II). Произошло перераспределение затрат из-за того, что способ депарафинизации дизельного топлива получил оценку (если способ не используется, он не получает оценки).

В следующем варианте решения в условия задачи введены ограничения интенсивностей использования технологических способов, соответствующие оптимальному плану исходной прямой задачи (табл. 1, вариант III). Результаты решения при этом принципиальных изменений плана по сравнению с предыдущими вариантами не показали. Выработка электро- и теплоэнергии и здесь осталась несколько большей, чем требуется по условиям прямой задачи. Это подтверждает эффективность указанной продукции при данных ее оценках. Результаты решения соответствующей двойственной задачи устойчивы.

Были проанализированы также варианты решения, где в качестве коэффициентов целевой функции обратной задачи вместо двойственных оценок продуктов и ресурсов принимались их оптовые цены (табл. 1, вариант IV). Решение показало некоторое изменение состава вырабатываемой продукции. Например, поскольку оптовая цена автобензина заметно выше его двойственной оценки, а также оптовой цены бензиновой фракции, по данному оптимальному плану вырабатывается товарный автобензин, а не полупродукт в виде бензиновой фракции. Но в основном план не изменился, даже несмотря на значительные расхождения некоторых оптовых цен с двойственными оценками соответствующих продуктов. Поскольку уровень оптовых цен, как правило, выше двойственных оценок, решение двойственной задачи дает некоторое повышение оценок всех технологических способов (экзогенных затрат).

Тенденция к увеличению объема продукции с более высоким уровнем заданных цен приводит к тому, что в план входят относительно дорогие технологические способы.

Таблица 1

Результаты решения обратных задач (задача 3)

Продукт, ресурс	Единица измерения	Вариант I		Вариант II		Вариант III		Вариант IV		Ограничение исходной прямой задачи
		Оценка товаров и ресурсов	Оптимальный план							
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
Природный газ	млн. м ³	19,20	4627,9	19,20	4399,6	19,20	3850,0	17,5	3554,7	2590
Природный газ	"	21,50	—	21,50	—	21,50	—	21,50	—	87,5
Сланец	тыс. т	3,34	—	3,34	—	3,34	—	3,24	—	2210
Электроэнергия	Гвт·ч	12,24	37961,3	12,24	35026,4	12,24	35846,9	14,80	33988,0	25000
Теплоэнергия	Гкал	4,19	25977,6	4,19	22335,0	4,19	21672,2	6,02	18611,7	13000
Бензиновая фракция нефти	тыс. т	4,43	—	4,43	—	4,43	—	16,80	—	0
Дизельная фракция нефти	"	0	—	0	—	0	—	16,80	—	0
Бензол	"	16,40	—	16,40	—	16,40	—	150,0	—	70
Ксилолы	"	141,10	110,4	141,10	101,4	141,10	97,5	125,0	84,0	0
Индивидуальные ксилолы	"	266,80	—	266,80	—	266,80	—	235,0	—	65
Автобензин	"	14,20	—	14,20	—	14,20	—	90,0	—	1450
Дизельное топливо	"	0,97	—	30,0	—	30,0	—	34,4	—	1730
Мазут	"	27,88	—	27,88	—	27,88	—	29,0	—	6700
Сырой сланцевый газ	млн. м ³	26,92	36,5	26,92	36,5	26,92	16,3	26,0	0,6	0
Фенол	тыс. т	321,30	—	321,30	—	321,30	—	390,0	—	0
Электроудный кокс	"	87,30	141,0	87,30	141,0	87,30	70,9	70,0	71,7	70
Этилен	"	0	52,5	0	52,5	0	52,5	176,0	53,8	0
Пропилен	"	221,0	—	221,0	—	221,0	—	260,0	—	0
Фенол-формальдегидная смола	"	233,0	—	233,0	—	233,0	—	570,0	—	6,5
Метано-водородная фракция	млн. м ³	5,91	55,4	5,91	55,4	5,91	0	21,0	—	0
Полиэтилен	тыс. т	220,4	48,0	220,4	48,0	220,4	48,0	650,0	48,0	48
Полипропилен	"	1388,5	19,0	1388,5	19,0	1388,5	19,0	2250,0	19,0	19
Волокно нитрон	"	1558,3	25,0	1558,3	25,0	1558,3	25,0	2700,0	25,0	25
Аммиак	"	80,89	—	80,89	—	80,89	—	101,0	—	308
Ограничение шахт	число объектов	7127,6	1	7127,6	1	7127,6	1	0	1	1
" карьеров существовавших	"	1864,0	1	1864,0	1	1864,0	1	0	1	1
" карьеров новых	"	5933,8	1	5933,8	1	5933,8	1	0	1	1
" электростанций	"	0	1	0	1	0	1	0	1	1
Значение целевой функции	млн. руб.	733,56	—	733,56	—	733,56	—	—	1090,78	602,83

Примечание: Все цифровые показатели условны и их не следует связывать с показателями конкретных производственных объектов.

Результаты решения обратных двойственных задач (задача 4)

Таблица 2

Технологический способ	Вариант I		Вариант II		Вариант III		Вариант IV		Коэффициент целевой функции исходной прямой задачи
	Ограничение интенсивности	Оптимальный план							
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Переработка нефти	1	251,7	1	257,8	1	257,3	1	410,7	216,5
ЭЛОУ, АТ, гидрирование	1	211,0	1	212,0	1	206,3	1	278,4	186,3
Каталитический риформинг	1	39,8	1	40,2	1	34,3	1	49,5	10,6
Разделение кислотлов	1	—	1	—	1	—	1	—	3,0
Деметилирование толуола	1	—	1	—	0,6	—	0,6	—	0,4
Газофракционирование	1	—	1	—	0,6	11,1	1	31,5	3,1
Изомеризация углеводородов	1	—	1	—	1	—	1	51,3	8,4
Депарафинизация дизтоплива	1	—	1	5,6	1	5,6	1	—	4,7
Переработка сланца в УТТ	1	10,0	1	10,0	0,3	10,0	0,3	12,2	12,7
Переработка сланца в генераторах	1	—	1	—	0	—	0	—	3,1
Химические производства									
электродный кокс из нефти	0,63	2,24	0,63	2,26	0,63	2,24	0,6	5,2	1,5
" " из сланца	1	0,84	1	0,84	0	0,84	0	—	2,8
фенол-формальдегидная смола из нефти	1	0,59	1	0,59	1	0,59	1	1,9	0,9
" " из сланца	1	0,64	1	0,64	0	0,64	0	1,35	0,4
олефины из нефти	2	—	2	—	1,3	—	1,3	—	3,3
" " из сланца	1,5	3,8	1,5	3,9	0,4	8,35	0,4	17,28	4,7
полиэтилен	1	10,4	1	10,4	1	10,4	1	22,73	8,2
полипропилен	1	17,2	1	17,1	1	17,2	1	31,94	17,4
волокно нитрон	1	20,4	1	20,3	1	20,35	1	43,64	23,3
аммиак из природного газа	3	3,7	3	3,7	2,6	3,7	2,6	5,04	4,0
" " из сланцевого газа	1	4,6	1	4,6	0,4	—	0,4	3,78	4,9
Добыча сланца на существующих шахтах	1	24,4	1	24,4	1	24,4	1	32,1	19,3
" " на новых шахтах	1	21,6	1	21,6	0	21,6	0	21,9	21,1
" " на существующих карьерах	1	11,1	1	11,1	1	11,1	1	17,4	8,4
" " на новых карьерах	1	24,6	1	24,6	1	24,6	1	27,0	20,4
Электростанции									
ТЭЦ 200 Мвт на каменном угле	6	30,0	6	30,0	5,9	30,0	5,9	40,3	24,8
КЭС 1200 Мвт на природном газе	1,5	40,5	1,5	40,5	1,5	40,5	1,5	58,4	41,2
ТЭЦ 100 Мвт на природном газе	1	7,75	1	7,75	0	7,75	0	13,6	9,7
КЭС 1600 Мвт на сланце	1	51,3	1	51,3	0,6	51,3	0,6	68,35	58,6
КЭС 1625 Мвт на сланце	1	13,1	1	13,1	1	13,1	1	85,2	19,3
ТЭЦ 200 Мвт на мазуте	1	12,7	1	12,7	0	12,7	0	22,3	11,0

Так, по некоторым вариантам решения обратной задачи вместо существующих электростанций в плане оказались более дорогие способы — энерготехнологическая схема в комплексе с электростанцией, в то время как в оптимальном плане прямой задачи энерготехнология не представлена. Наблюдается также тенденция к повышению значения целевой функции по сравнению с ее значением для прямой задачи.

На основании информации, полученной при решениях обратной задачи, вновь построена прямая задача в порядке встречной итерации. Технологической матрицей служит при этом конечная симплексная таблица одного из вариантов решения обратной задачи. В качестве коэффициентов целевой функции и ограничений приняты соответствующие параметры исходной задачи, а также результаты решения обратной задачи.

Результаты решения этих задач вполне логичны. Недостатком является то, что из технологической матрицы выпали некоторые векторы технологических способов. Тем самым конечные симплексные таблицы обратной задачи не вполне сравнимы с исходной технологической матрицей. Однако принципиальных различий между ними нет, поэтому использование конечных симплексных таблиц для осуществления встречных итераций вполне возможно.

В результате проведенного анализа можно заключить, что решение наряду с традиционными задачами обратных к ним с осуществлением встречных итераций способствует овладению механизмом действия связей в сложных системах и обогащению по лучаемой выходной информации.

ЛИТЕРАТУРА

1. И. Каганович, Исследование обратных связей в народном хозяйстве и оптимизация отраслевых комплексов. Диссертация на соискание ученой степени доктора экономических наук. Таллин, 1971.
2. И. Каганович, Симметрия динамических моделей и их параметров. В кн.: Проблемы планирования и управления экономическими целенаправленными системами. Новосибирск, 1972.
3. И. Каганович, К. Тенно. Оптимизация топливно-сырьевого баланса химических производств и энергетики в Прибалтике. Таллин, 1968.

*Институт экономики
Академии наук Эстонской ССР*

Поступила в редакцию
19/VI 1973

K. TENNO

TOOTMISHARUDE KOMPLEKSI OPTIMEERIMINE VASTASTIKUSTE ITERATSIOONIDE MEETODIL

Resümee

Artiklis käsitletakse mudelite sümmeetriat lineaarplaneerimise ülesandest lähtudes ja kirjeldatakse sümmeetriliste ülesannete koostamise põhimõtteid ning kasutamise võimalusi. Pikemalt on käsitletud Baltikumi kütuse- ja keemiatööstuse ning energiatootmise optimeerimise ülesande praktilist arvutamist ja saadud tulemusi.

*Eesti NSV Teaduste Akadeemia
Majanduse Instituut*

Toimetusse saabunud
19. VI 1973

K. TENNO

THE OPTIMIZATION OF A COMPLEX OF PRODUCTION BRANCHES APPLYING THE METHOD OF COUNTER-ITERATIONS

Summary

The symmetry of models is dealt with proceeding from a linear planning problem. Principles of compiling symmetric problems and possibilities of using them are discussed. Practical calculations and the results obtained in solving the problem of optimizing the fuel and chemical industry and power production in the Soviet Baltic Republics are dealt with in greater detail.

*Academy of Sciences of the Estonian SSR,
Institute of Economics*

Received
June 19, 1973