EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. 21. KÖIDE
ÜHISKONNATEADUSED. 1972, NR. 1

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ 21
ОБЩЕСТВЕННЫЕ НАУКИ. 1972. № 1

https://doi.org/10.3176/hum.soc.sci.1972.1.04

Я. ВАЙНУ

РАЗЛОЖЕНИЕ АБСОЛЮТНОГО ПРИРОСТА ЯВЛЕНИЯ И ПОСТРОЕНИЕ ФАКТОРНЫХ ИНДЕКСОВ

Проблема распределения абсолютного прироста явления между факторами уже долгое время весьма актуальна. Предложено много различных методов, но в практике по-прежнему используется метод цепных подстановок, т. е. прирост явления за счет изменения определенного фактора определяется как разница между числителем и знаменателем соответствующей индексной формулы. Индексные формулы строятся с рассматриванием факторов изменяющимися изолированно — прежде всего изменяется (получает приращение) первый фактор, затем второй и т. д.

Введем следующие обозначения:

p — себестоимость единицы продукта,

q — количество соответствующего продукта.

Индекс физического объема продукции

$$I_q = \frac{\Sigma\, p_0 q_1}{\Sigma\, p_0 q_0} \tag{1}$$

рассматривает изменяющимися только количества, цены остаются на базисном уровне.

Индекс себестоимости продуктов

$$I_p = \frac{\Sigma\, p_1 q_1}{\Sigma\, p_0 q_1} \tag{2}$$

имеет базой для сравнения уже условную себестоимость продукции, где количества приняты измененными. Значит, исследователь считает, что первично изменение физического объема продукции, а изменение себестоимостей разных видов продуктов вторично. Такой подход основан на общепринятом толковании экономического содержания индексных формул.

Метод цепных подстановок дает нам изменение себестоимости продукции в абсолютной сумме за счет изменения себестоимости продуктов

$$\Delta(p)\,\Sigma\, pq = \Sigma\, p_1 q_1 - \Sigma\, p_0 q_1 \tag{3}$$

и за счет изменения произведенных количеств

$$\Delta(q)\,\Sigma\, pq = \Sigma\, p_0 q_1 - \Sigma\, p_0 q_0. \tag{4}$$

Если анализировать оба фактора, исходя из одинаковых предпосылок и считая, что при изменении одного фактора другой остается неизмененным, т. е. сохраняет значение базисного периода, получаем так наз. изолированные влияния факторов:

влияние p $\Delta(p)\,pq = p_1 q_0 - p_0 q_0 = q_0\,\Delta\,p$;

влияние q $\Delta(q)\,pq = p_0 q_1 - p_0 q_0 = p_0\,\Delta\,q$.

Найденные частные приращения не балансируются общим приращением, так как

$$\Delta\, pq = p_1 q_1 - p_0 q_0 = q_0\,\Delta\,p + p_0\,\Delta\,q + \Delta\,p\,\Delta\,q.$$

Величина $\Delta p \Delta q$ характеризует дополнительное приращение, возникшее вследствие того, что оба фактора изменяются одновременно.

Для распределения дополнительного приращения предложено много методов, но все они имеют определенные недостатки и в практике не используются.[1]

Автор настоящей статьи поставил вопрос несколько иначе: возможно ли распределение полного приращения явления между факторами сразу, без определения дополнительных приращений? Метод цепных подстановок для этого не пригоден, так как включает дополнительное приращение целиком в сумму изменения себестоимости продукции, происходящее за счет изменения себестоимостей отдельных видов ее. Оказывается, что это осуществимо.

Из математического анализа известно, что прирост линейной функции распределяется между аргументами без каких-либо дополнительных приращений.

Себестоимость продукции можно рассматривать как функцию двух аргументов — цены и количества:

$$z = f(p, q) = pq. \tag{5}$$

Путем логарифмирования функцию (5) приведем к линейному виду:

$$\ln z = \ln p + \ln q. \tag{6}$$

Прирост функции (6) равен:

$$\Delta \ln z = \ln z_1 - \ln z_0 = \ln p_1 - \ln p_0 + \ln q_1 - \ln q_0 =$$
$$= \ln\left(\frac{p_1}{p_0}\right) + \ln\left(\frac{q_1}{q_0}\right).$$

Но $\frac{q_1}{q_0} = i_q$ — индивидуальный индекс количества и

$\frac{p_1}{p_0} = i_p$ — индивидуальный индекс себестоимости продукта.

Оказывается, что прирост логарифма себестоимости расчленяется на сумму логарифмов индивидуальных индексов. Значения аргументов и их логарифмы пропорциональны, следовательно, возможное распределение приращения функции (5) между аргументами пропорционально логарифмам индивидуальных индексов аргументов (при этом удобнее пользоваться натуральными логарифмами).

$$\Delta(p)z = \frac{\ln i_p \cdot \Delta pq}{\ln i_p + \ln i_q}, \tag{7}$$

$$\Delta(q)z = \frac{\ln i_q \cdot \Delta pq}{\ln i_p + \ln i_q}. \tag{8}$$

В экономических расчетах сумма Σpq состоит из определенного числа агрегатов pq:

$$\Sigma pq = p_1q_1 + p_2q_2 + \ldots + p_nq_n,$$

поэтому формулы (7) и (8) применяются отдельно для каждого агрегата и результаты складываются:

$$\Delta(p)\Sigma pq = \Delta(p_1)p_1q_1 + \Delta(p_2)p_2q_2 + \ldots + \Delta(p_n)p_nq_n,$$
$$\Delta(q)\Sigma pq = \Delta(q_1)p_1q_1 + \Delta(q_2)p_2q_2 + \ldots + \Delta(p_n)p_nq_n.$$

Хотя при больших значениях n это трудоемкая работа, такой подход имеет свои положительные стороны — раскрывается структура формирования явления. Мы можем точно определить, на какую сумму изменяется себестоимость продукции при изменении себестоимостей или количеств выпущенных продуктов.

[1] У. Мересте, Проблема разложения абсолютного прироста явления и ее решение в экономической статистике. Таллин, 1961.

На основе полученных приращений строим соответствующие индексные формулы:

$$I_p^* = \frac{\Sigma p_0 q_0 + \Delta(p) \Sigma pq}{\Sigma p_0 q_0} = 1 + \frac{\Delta(p) \Sigma pq}{\Sigma p_0 q_0}, \tag{9}$$

$$I_q^* = \frac{\Sigma p_0 q_0 + \Delta(q) \Sigma pq}{\Sigma p_0 q_0} = 1 + \frac{\Delta(q) \Sigma pq}{\Sigma p_0 q_0}. \tag{10}$$

Значения индексов (1), (2), (9), (10) не совпадают и это естественно, так как не совпадают принципы построения соответствующих индексных формул. Как уже сказано, индекс (1) включает только изолированное влияние физического объема продукции, индекс (2) — изолированное влияние себестоимостей продуктов, а также совместное влияние изменения себестоимостей и количеств. Таким образом, индексы (1) и (2) дают нам неправильное представление о динамике изучаемого явления.

Индекс (9) отражает полное изменение себестоимостей продуктов — и изолированное влияние и часть совместного влияния и, таким образом, этот индекс лишен недостатков, присущих индексам (1) и (2). Аналогично содержание индекса (10).

Как известно, факторные индексы допускают две трактовки, т. е. они могут восприниматься и в обобщающем и в аналитическом значениях. В своем обобщающем значении индекс выступает как относительный показатель среднего изменения изучаемого явления. В аналитическом значении он отражает влияние изменения индексируемого фактора на общее изменение агрегатного явления. Можно ли также толковать содержание индексов (9) и (10)?

В числителе индексной формулы (9) — себестоимость продукции, вызванная изменением индивидуальных себестоимостей продуктов в течение изучаемого периода. В знаменателе формулы — себестоимость продукции базисного периода, т. е. себестоимость продукции до изменения индивидуальных себестоимостей. Числитель отражает изменение всех индивидуальных себестоимостей, значит, индекс характеризует величину их среднего изменения. С другой стороны, в числителе и знаменателе индекса (9) мы имеем дело с разными стоимостями. Но изменение себестоимости продукции производилось только за счет изменения индивидуальных себестоимостей. Значит, индекс характеризует влияние изменения себестоимостей разных видов продуктов на изменение себестоимости продукции. Аналогично можно истолковать и содержание индекса I_q^*.

Индексы I_p и I_q образуют систему:

$$\frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1} \cdot \frac{\Sigma p_0 q_1}{\Sigma p_0 q_0} = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_0}, \quad (I_p I_q = I_{pq}). \tag{11}$$

Такую систему индексы (9) и (10) никогда не могут образовать. Базой для сравнения индексов I_p^* и I_q^* служат одинаковые себестоимости — себестоимости базисного периода, т. е. они являются базисными индексами, произведение которых не имеет смысла. Зато индексы I_p и I_q можно условно считать цепными. В индексной формуле себестоимости продуктов база для сравнения уже содержит измененные количества продуктов.

Индексы (9) и (10) связаны индексом себестоимости продукции иначе:

$$I_{pq} = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_0} = \frac{\Sigma p_0 q_0 + \Delta \Sigma pq}{\Sigma p_0 q_0} = 1 + \frac{\Delta \Sigma pq}{\Sigma p_0 q_0}. \tag{12}$$

Таким образом, индекс себестоимости продукции состоит из двух частей — единицы и коэффициента прироста себестоимости продукции. Значение последнего состоит из коэффициентов прироста себестоимостей и количества продуктов.

$$\frac{\Delta \Sigma pq}{\Sigma p_0 q_0} = \frac{\Delta(p) \Sigma pq}{\Sigma p_0 q_0} + \frac{\Delta(q) \Sigma pq}{\Sigma p_0 q_0}, \tag{13}$$

так как $\Delta \Sigma pq = \Delta(p) \Sigma pq + \Delta(q) \Sigma pq$.

$$I_{pq} = I_p^* + I_q^* - 1. \tag{14}$$

Экономическое содержание индексов I_p^* и I_q^* гораздо нагляднее, чем экономическое содержание индексов I_p и I_q; результаты вычисления также гораздо точнее характеризуют сущность явления.

Тартуский государственный университет Поступила в редакцию 13/X 1970

J. VAINU

NÄHTUSE ABSOLUUTSE JUURDEKASVU JAOTAMINE JA TEGURIINDEKSITE KONSTRUEERIMINE

Resümee

Nähtuse absoluutse juurdekasvu jaotamine tegurite vahel on kaua aega olnud aktuaalseks probleemiks, kuid kõiki nõudeid rahuldavaid tulemusi pole seni saavutatud.

Artiklis soovitatakse toodangu omahinda (*resp.* maksumust) vaadelda kahe muutuja funktsioonina:

$$z=f(p, q)=pq$$

Ilmneb, et funktsiooni juurdekasvu logaritm on jaotatav argumentide individuaalindeksite logaritmide summaks. Autor teeb ettepaneku jaotada funktsiooni juurdekasv argumentide vahel proportsionaalselt argumentide individuaalindeksite logaritmidele:

$$\Delta(p)z=\frac{\ln i_p\cdot\Delta pq}{\ln i_p+\ln i_q}$$

$$\Delta(q)z=\frac{\ln i_q\cdot\Delta pq}{\ln i_p+\ln i_q}$$

Seejärel konstrueeritakse teguriindeksid, kasutades leitud juurdekasve:

$$I_p^*=\frac{\Sigma p_0q_0+\Delta(p)\,\Sigma pq}{\Sigma p_0q_0}=1+\frac{\Delta(p)\,\Sigma pq}{\Sigma p_0q_0}$$

$$I_q^*=\frac{\Sigma p_0q_0+\Delta(q)\,\Sigma pq}{\Sigma p_0q_0}=1+\frac{\Delta(q)\,\Sigma pq}{\Sigma p_0q_0}$$

Hinnaindeks I_p ja füüsilise mahu indeks I_q moodustavad maksumusindeksiga järgmise süsteemi:

$$I_{pq}=I_p^*+I_q^*-1$$

Tartu Riiklik Ülikool Toimetusse saabunud 13. X 1970

J. VAINU

DISTRIBUTION OF THE ABSOLUTE INCREASE OF THE PHENOMENON AND CONSTRUCTION OF FACTOR INDICES

Summary

The distribution of the absolute increase of a phenomenon into factors has been an urgent problem for a long time, but up to now no results satisfying all demands have been achieved as yet.

In the present paper a suggestion has been made to regard the cost price (resp. cost) of production as the function of two variables

$$z=f(p, q)=pq.$$

It appeares that the logarithm of the increase of the function can be distributed into the sum of logarithms of the individual indices of the arguments. The author proposes to

distribute the increase of the function between arguments in proportion to the logarithms of the individual indices of the arguments:

$$\Delta(p)z = \frac{\ln i_p \cdot \Delta pq}{\ln i_p + \ln i_q},$$

$$\Delta(q)z = \frac{\ln i_q \cdot \Delta pq}{\ln i_p + \ln i_q}.$$

Using the increases found, the factor indices are then constructed:

$$I_p^* = \frac{\Sigma p_0 q_0 + \Delta(p)\Sigma pq}{\Sigma p_0 q_0} = 1 + \frac{\Delta(p)\Sigma pq}{\Sigma p_0 q_0},$$

$$I_q^* = \frac{\Sigma p_0 q_0 + \Delta(q)\Sigma pq}{\Sigma p_0 q_0} = 1 + \frac{\Delta(q)\Sigma pq}{\Sigma p_0 q_0}.$$

The price index I_p^* and the physical volume index I_q^* form the following system together with the cost index:

$$I_{pq} = I_p^* + I_q^* - 1.$$

Tartu State University

Received
Oct. 13, 1970