EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. 20. KÖIDE
ÜHISKONNATEADUSED. 1971, NR. 1

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ 20
ОБЩЕСТВЕННЫЕ НАУКИ. 1971, № 1

https://doi.org/10.3176/hum.soc.sci.1971.1.06

Ю. ЭННУСТЕ

О ПОСТАНОВКЕ И СОСТАВЛЕНИИ ЗАДАЧ НА ОПТИМАЛЬНОЕ ПРОИЗВОДСТВО С РИСКОМ

Планирующий производство никогда не располагает совершенной информацией. На планируемый объект влияют многие случайные факторы, такие как погода, развитие техники, цены и т. д. Таким образом, сведения, которыми обладает планирующий, в общем имеют случайный характер. Следовательно, эффект какого-либо планового варианта может быть определен только как случайная величина.

Задачу, поставленную по «детерминистской теории» оптимального планирования производства, нельзя непосредственно толковать в условиях случайности. Прежде всего это обусловлено тем, что сравнение детерминированных эффектов не представляет сложности, значительно труднее сравнить случайные величины. Основная дилемма заключается в следующем: отдать предпочтение плановому варианту I, ожидаемый эффект (среднее значение эффекта) которого скромнее, или же варианту II, ожидаемый эффект которого больше, но отличается бо́льшим разбросом (риском). См. рис. 1.

Очевидно, что если эффекты плановых вариантов — случайные величины, то они не поддаются непосредственному сравнению. Для их сравнения нужно применить какой-либо дополнительный критерий. Ниже делается попытка дать описание наиболее распространенных критериев, используемых в планировании производства для сравнения случайных эффектов, и выявить их приемлемость в зависимости от содержания задачи.

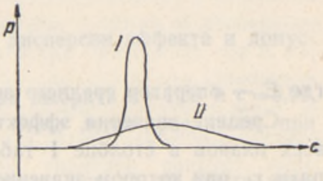

Рис. 1. Обозначения: p — вероятность, c — эффект, I, II — плановые варианты.

Далее трактуются проблемы разложения задачи планирования с риском. Это позволит разъяснить выбор критерия частичной задачи в зависимости от структуры задачи в целом.

В заключение рассматриваются возможность снижения риска путем дополнительного сбора информации и проблема оптимальной информации. Для решения этой задачи необходимо иметь информацию об информации (задача второй ступени). Это статистическая задача о принятии решения, наиболее распространенным методом разрешения которой является теория Бэйеса.

Отметим, что в данной статье мы ограничились рассмотрением задач, связанных с риском (законы распределения случайных величин известны), поскольку неопределенность (законы распределения неизвестны) в планировании производства встречается редко.

1. Об отношении предпочтения случайных эффектов. В планировании производства наиболее популярны следующие теории: теория максимального среднего значения эффекта, стратегия максимина, теория взвешивания среднего значения и дисперсии эффекта, теория максимального среднего значения полезности эффекта. Применяются и другие, но нередко их можно рассматривать как частные случаи или параллели вышеуказанных. Для пояснения и сравнения этих теорий воспользуемся следующим простым примером.

Пример 1. Пусть X — множество допускаемых плановых вариантов, включающее в себя четыре различных варианта: x_j, $j=1, \ldots, 4$. Возможные состояния среды S также содержат четыре элемента: s_i, $i=1, \ldots, 4$. Предположим, что вероятности наступления всех состояний p_i известны и равны: $p_i=0{,}25$. В табл. 1 представлены значения эффектов c_{ij} (например, прибыль в рублях) в зависимости от выбора плана и реализации состояний среды.

Таблица 1

Эффекты c_{ij}

	s_1	s_2	s_3	s_4
x_1	—1	0	6	—1
x_2	0	0	3	0
x_3	2	0,6	—1	2
x_4	1,5	1,4	1	—0,5

Выбор какого планового варианта наиболее оправдан? Рассмотрим четыре случая, причем мотивировка критериев будет изложена несколько позднее.

1.1. Максимальное среднее значение. На практике, как правило, стремятся не пользоваться случайными величинами. На основании случайных исходных данных сознательно или несознательно определяются средние значения, которые и включаются в расчеты. Предполагается, что результат вычислений (эффект) также является средним значением. Такой подход называется оптимизацией на основе среднего значения [1]. В простых случаях использование средних значений данных может привести к среднему значению целевой функции, но в более сложных случаях оно не обосновано [2]. Г. Магнуссон показал [3], что с учетом риска оптимальная номенклатура продукции предприятия будет разнообразнее, чем на основании детерминированной задачи. Описанная трактовка ничем не отличается от детерминированной задачи на оптимум, и понятие риска здесь отсутствует.

Если данные считать случайными, то и эффект можно определить как случайную величину, среднее значение которой поддается вычислению. На основании теории максимального среднего значения наилучший план определяется следующим образом:

$$\max_{x_j} Ec_j = \sum_i p_i\, c_{ij}, \tag{1}$$

где E — оператор среднего значения.

Средние значения эффектов, соответствующие данным примера 1, приведены для всех планов в столбце 1 табл. 2. Согласно этой теории наилучшим является первый план x_1, при котором значение критерия достигает максимума $Ec_1=1{,}00$.

1.2. Максимин. Согласно этой теории, происходящей от матричных игр [4], наилучшим является план, при котором возможное минимальное значение эффекта максимально:

$$\max_{x_j} \min_{s_i} c_{ij}. \tag{2}$$

В нашем примере, исходя из этого критерия, наилучшим будет второй план x_2. Это видно из столбца 2 табл. 2, где представлены значения, найденные по выражению (2).

Таблица 2

Сравнение планов

	1	2	3	4
x_1	1,00	—1	0,57	—0,14
x_2	0,75	0	0,66	0,43
x_3	0,90	—1	0,83	0,53
x_4	0,85	—0,5	0,82	0,68

1.3. Взвешивание среднего значения и дисперсии эффекта. Согласно так наз. неоклассической теории [5] оптимальный план в общем виде находят по критерию

$$\max_{x_j} w\,(Ec_j, Dc_j), \tag{3}$$

где $Dc_j = \sum_i p_i (c_{ij} - Ec_j)^2$ представляет собою дисперсию эффекта c_j при плане x_j.

В теории производства о функции w предполагают:

$$\partial w / \partial E\,c_j > 0 \quad \text{и} \quad \partial w / \partial D\,c_j < 0.$$

Последнее условие выражает пренебрежение риском.

В линейном случае получим задачу

$$\max_{x_j} (Ec_j - \beta Dc_j), \tag{3а}$$

где β — фактор взвешивания (цена риска).

Необходимо заметить, что при применении (3а) появляются теоретические трудности, связанные с определением значения β (об этом пойдет речь позднее). Предположим, что $\beta = 0{,}05$. Согласно данным примера 1 дисперсии эффектов будут: $Dc_1 = 8{,}50$, $Dc_2 = 1{,}69$, $Dc_3 = 1{,}53$ и $Dc_4 = 0{,}64$. Соответствующие значения формулы (3а) сведены в столбец 3 табл. 2. Наилучшим является третий план.

Выражение (3а) — задача на оптимум с векторным максимумом. Ее решение находится в эффективной точке. В данном случае эта точка имеет две координаты (Ec_j, Dc_j). Приняв значение одной координаты эффективной точки как ограничение, можно найти решение, а вместе с тем и вторую координату эффективной точки следующим образом:

$$\max_{x_j} Ec_j \;\}\; Dc_j \leqslant d \tag{3б}$$

и

$$\min_{x_j} Dc_j \;\}\; Ec_j \geqslant \underline{c}, \tag{3в}$$

где d и $\underline{c}$ — соответственно допускаемая верхняя граница дисперсии эффекта и допускаемая нижняя граница среднего значения эффекта.

Если соответственно последнему решению этого примера выбрать $d = 1{,}53$ и $\underline{c} = 0{,}90$, то решением (3б) и (3в) также будет третий план x_3. В этом легко убедиться при сравнении столбца 1 табл. 2 и дисперсий эффекта.

Задачи (3б) и (3в) более практичны, чем (3а), поскольку исходя из опыта явно легче определить значения d и $\underline{c}$, чем значение β.

Идея задач (3б) и (3в) в том, чтобы при возможном большом среднем значении эффекта ограничить дисперсию эффекта или при возможной малой дисперсии обеспечить достаточное среднее значение. Пользуясь понятием вероятности, обе мысли можно выразить таким образом: максимизировать вероятность того, что эффект превысит определенное значение g (например, необходимую для сохранения хозяйственной единицы прибыль [6, 7]). Теперь можно сформулировать задачу максимизации вероятности [1]:

$$\max_{x_j} P(c_{ij} \geqslant g). \tag{4}$$

Постановка задачи (4) еще проще, потому что экономическое содержание g ясно.

Пусть, например, $g = 1{,}50$. Согласно примеру, лучшим планом будет x_3. При этом $P(c_{i3} \geqslant 1{,}50) = 0{,}5$. Вероятность остальных планов равна 0,25.

Вышеизложенное представляет собой дискретную трактовку. Но сказанное справедливо и в непрерывной постановке. При этом целесообразно множество допускаемых планов X заменить системой уравнений. Для примера рассмотрим задачу

$$\max_{x} f(x) \;\}\; g(x) = b, \tag{5}$$

где x — n-мерный вектор,

$f(x)$ — случайная скаларная функция,

$g(x)$ — случайная m-мерная векторная функция (предполагается, что она включает также условие $x \geqslant 0$),

b — случайный m-мерный вектор.

Задача (5) составлена аналогично детерминированному случаю. Поскольку все ее компоненты случайны, она лишена смысла. Если для корректной записи задачи (5) использовать метод среднего значения эффекта $f(x)$ и взвешивания дисперсии, то нужно учесть также экономическую потерю, сопровождающуюся неувязкой системы условий $d=b-g(x)$. Это можно, например, учесть как штраф от ожидания неувязки $E\gamma' d$, где γ — m-мерный вектор факторов штрафа.

Теперь получим аналогичную задачу для взвешивания среднего значения и дисперсии

$$\max_x \left(Ef(x)-\beta Df(x)-E\gamma' d(x)\right) \tag{5а}$$

или задачу, опирающуюся на вероятность,

$$\max_x P(f(x) \geqslant f) \} P(d(x) \leqslant \underline{d}) \geqslant \overline{p}. \tag{5б}$$

Отсюда нетрудно увидеть, что можно еще создать различные типы задач: например, ограничением дисперсии и т. д.

1.4. Максимальное среднее значение полезности эффекта. Эта идея была выдвинута Д. Бернулли в начале XVIII века. Согласно постулатам [4, 8] о полезности, полезность эффекта не растет столь же быстро, как эффект (например, прибыль в рублях). Но отрицательная полезность (урон) растет значительно быстрее, чем отрицательный эффект (убыток). Таким образом среднее значение

$$Eu_j=Eu(c_{ij}) \tag{6}$$

полезности $u_{ij}=u(c_{ij})$ случайного эффекта учитывает как среднее значение эффекта, так и его дисперсию. Здесь возникают трудности с определением параметров функции полезности $u(c_{ij})$.

Для решения примера допустим, что полезности приведенных в табл. 1 эффектов заданы (табл. 3). Соответственно этим данным в последнем столбце табл. 2 представлены средние значения полезностей эффектов. Наилучшим является четвертый план x_4.

Таблица 3

Полезности

	s_1	s_2	s_3	s_4
x_1	—1,50	0	2,45	—1,50
x_2	0	0	1,73	0
x_3	1,41	0,78	—1,50	1,41
x_4	1,23	1,18	1	0,71

1.5. О сравнении критериев. Из предыдущего вытекает, что выбор различных критериев дает разные планы. Но о справедливости какого-либо критерия можно говорить только в случае конкретной задачи. Из табл. 2 видно, что наиболее оптимистична максимизация среднего значения эффекта (значение критерия 1,00). Но такой эффект осуществится только тогда, когда число испытаний в статистическом смысле велико. Например, при крупносерийном производстве какого-либо изделия, которое может попасть в окружающие условия $s_1, \ldots, s_n$, целесообразно применение этого критерия.

Если же мы имеем дело с планированием уникального события, например одной и чрезвычайно дорогостоящей установки, то более целесообразно применение стратегии максимина. Это наиболее пессимистический критерий, но он уместен, если производится только одно испытание при большом риске [9].

Неоклассическая теория занимает промежуточное место между этими двумя критериями. Все зависит от значения фактора взвешивания дисперсии. Если $\beta \to 0$, то результат приблизится к первой теории. Метод максимина дает такой же результат, если увеличить значение β. Следовательно, можно полагать, что β — убывающая функция $\beta(t)$ от числа испытаний t. В таком случае мы получим более общую теорию, которая объединяет все три упомянутых критерия. Все же вопрос определения функции $\beta(t)$ остается открытым. Кажется, что его можно обойти с помощью задач типов (3б) и (3в), если задано значение d или $\underline{c}$, но тогда задано и β и наоборот. Сказанное относится также к вероятностной задаче (4). Зная значение g, можно найти значение β, что приведет к этому же плану.

Определение веса β, присваиваемого дисперсии, т. е. риску, должно вытекать из принципа полезности. Таким образом, это наиболее общая теория. Пусть имеется функция полезности $u(c)=a+bc-hc^2$. Ожидание ее — $Eu(c)=a+bEc-hEc^2$. Как известно, $Ec^2=(Ec)^2+Dc$. Итак, $Eu(c)=a+bEc-h(Ec)^2-hDc$. Видно, что последний член hDc учитывает дисперсию с весом h. Значит, на основании теории полезности можно объяснить другие, и в том числе, определить цену риска. Но определение параметров функции полезности, в свою очередь, очень сложно. Одна возможность заключается в том, чтобы анализом прошлой практики выявить, какие статические функции полезности привели к успеху в динамическом смысле, и на основании этого принять соответствующую функцию полезности.

При динамической трактовке добавляется еще необходимость временного учета целевой функции. Пусть τ — индекс интервала планового периода, а дисконтный множитель полезности для этого интервала — ϱ^τ, $0 \leqslant \varrho \leqslant 1$. Среднее значение дисконтированной полезности по всему плановому периоду будет $\sum\limits_\tau \varrho^\tau Eu_\tau$. В экономических процессах в общем соблюдается связь $u_\tau=f(u_{\tau-1})$. Например, $u_\tau=ku^2_{\tau-1}$. Тогда $Eu_\tau=kEu^2_{\tau-1}=k((Eu_{\tau-1})^2+Du_{\tau-1})$. Мы видим, что с помощью последнего выражения можно выявить оптимальное время риска (или в начале, или в конце планового периода).

Изложенные задачи поставлены с целью максимизации случайного эффекта по разным критериям. Параллельно с ними можно строить критерии для минимизации так наз. потери случая (возможности). Потеря случая эффекта при состоянии окружающей среды s_i и выборе плана x_k, будет

$$l_{ik}=\max_{x_j} c_{ij}-c_{ik}, \quad i=1,\ldots,m; \ j,\ k=1,\ldots,n.$$

Потери случая, соответствующие значениям эффектов в табл. 1, приведены в табл. 4.

Таблица 4

Возможные потери эффектов l_{ik}

	s_1	s_2	s_3	s_4
x_1	3	1,4	0	3
x_2	2	1,4	3	2
x_3	0	0,8	7	0
x_4	0,5	0	5	2,5

Поскольку s_i случайно, то каждому плану x_k соответствует случайное l_k. Теперь для выбора наилучшего плана можно строить так наз. параллельные задачи: 1) $\min\limits_{x_k} El_k$; 2) $\min\limits_{x_k}\max\limits_{s_i} l_{ik}$ (критерий Валда); 3) $\min\limits_{x_k} l(El_k, Dl_k)$; 4) $\min\limits_{x_k} Eu(l_k)$.

Вопросы эквивалентности параллельных критериев в данной статье не рассматриваются. Постановка параллельных задач особенно популярна в оптимизации информации, которую рассмотрим в разделе 3. Определение потери в планировании производства и выбор подходящей производственной мощности опишем на следующем примере.

Пример 2. Пусть необходимая мощность задана как случайная величина V с равномерной плотностью вероятности в интервале (b, c); $p(v)=1/(c-b)$, где v — реализация V. Искомую мощность обозначим через $\bar{v} \in (b, c)$. Пусть потери в зависимости от v будут

$$r_1=(\bar{v}-v)\sigma_1, \quad v \leqslant \bar{v},$$

$$r_2=(v-\bar{v})\sigma_2, \quad v > \bar{v}.$$

В предположении, что $b=0$ — ожидаемая потеря, в зависимости от выбора $\bar{v}$:

$$r=(\sigma_1 \bar{v}^2+\sigma_2(c-\bar{v}^2))/2c.$$

Оптимальное $\bar{v}$ находим из условия

$$dr/d\bar{v}=0.$$

Отсюда оптимальное

$$\bar{v}=\frac{\sigma_2 c}{\sigma_1+\sigma_2}.$$

Если $\sigma_1=1{,}0$, $\sigma_2=0{,}5$, $c=1$, то $\bar{v}=0{,}33$, ожидается потеря $r=0{,}16$. Если $\bar{v}=Ev=0{,}5$, то $r=0{,}19$.

2. О проблемах разложения. В статье не затрагиваются методы решения стохастических задач планирования. Метод разложения также рассматривается в меру того, насколько он проливает свет на вопросы постановки подзадач. Именно с помощью этого метода можно выявить, какими должны быть целевые функции частичных или подзадач, чтобы максимизировать глобальную задачу, какие предписания координации следует использовать в полицентрическом планировании с риском, а также исследовать экономическое равновесие в условиях риска [10].

Указанные вопросы отличаются большой сложностью. Координация в условиях риска явно сравнительно сложнее, чем «в детерминистской теории» [11]. Например, здесь возникает вопрос о стимулировании единиц системы гарантиями от риска. Поясним это на упрощенном примере.

Пусть производственная система состоит из n единиц, $j=1, \ldots, n$. Интенсивность применения j-й единицы обозначим вектором x_j, а интенсивность ее расходов — через случайную m-мерную векторную функцию $g_j(x_j)$. Потребление во всей системе описывается m-мерной случайной функцией $g(x)=\sum\limits_j g_j(x_j)$. Эффект, достигаемый применением j-й единицы, выражает случайная скалярная функция $f_j(x_j)$. Допустим, что эффект всей системы равен $f(x)=\sum\limits_j f_j(x_j)$. На потребление системы наложено ограничение z, детерминированное. Нарушение ограничения штрафуется m-мерным детерминированным вектором штрафа γ.

В предположении, что число элементов n производственной системы достаточно велико, для всей системы поставлена задача:

$$E\sum_j f_j(x_j)+\gamma'\left(z-E\sum_j g_j(x_j)\right) \to \max_{x \geqslant 0}, \tag{7}$$

где $x=(x_j)$, $j=1, \ldots, n$.

Задача (7) хорошо поддается разложению. Решение частичных задач находим таким образом:

$$E(f_j(x_j)-g_j(x_j)) \to \max_{x_j \geqslant 0}. \tag{7a}$$

Видно, что частичную задачу j-й единицы нужно решить по максимальному среднему значению расчетной прибыли, хотя с точки зрения этой единицы производится только одно испытание. Для достижения в данном случае оптимального глобального плана единицы необходимо стимулировать с таким расчетом, чтобы они выбрали именно этот тип критерия. Для этого их нужно застраховать от риска, связанного с максимизацией среднего значения. Без такого страхования единицы могут выбрать какой-либо более пессимистический критерий, например максимин, что приведет к снижению эффекта, достигаемого в масштабе всей системы (см. пример 1).

В решении стохастической задачи при наличии нескольких решающих, которые хотя и имеют одну цель, но различные мнения насчет распределения вероятности, возможно разложение решения по распределениям вероятности. На практике этот прием используется часто [12]. Основные предположения здесь заключаются в том, что взвешенный результат мнений различных решающих более надежен. При этом веса должны соответствовать надежностям решающих.

3. Оптимальная информация. Сопровождающий план риск можно снизить путем уточнения данных. Это уменьшит потерю случая. Но, с другой стороны, уточнение данных требует затрат. Возникает задача на оптимум, для формализации которой показатель, характеризующий точность данных, обозначим через η:

$$t(\eta)+k(\eta)\to\min_{\eta}, \tag{8}$$

где $t(\eta)$ — функция, выражающая потерю случая;

$k(\eta)$ — функция, выражающая затраты, связанные с уточнением данных.

При полной информации $t(\eta)=0$, таким образом значение функции $t(\eta)$ наглядно показывает ценность, а $\partial t/\partial\eta$ — предельную ценность информации.

Задача (8) является модификацией статистической задачи о принятии решения [12–14]. Оказывается, что для их решения необходимы «сведения о данных». Дополнительно нужно знать, какие затраты связаны с уточнением данных (задача второго уровня). Заметим, что эти задачи могут ставиться в задачах не только на оптимизацию, но и по балансировке. В явном или неявном виде они неизбежно принадлежат к составлению каждого производственного плана. Для пояснения этого и указания возможных методов решения остановимся прежде всего на понятии точности данных.

3.1. Точность данных. Точность какой-либо информации A_i является обратной величиной ее неточности. Для измерения неточности в качестве общего показателя можно пользоваться энтропией:

$$h_i=-\int_{-\infty}^{\infty}p(a_i)\,ld\,p(a_i)da_i,$$

где a_i — реализация A_i, а $p(a_i)$ — вероятность ее.

В практических расчетах часто более целесообразно оценить неточность дисперсией: $DA_i=\int_{-\infty}^{\infty}(a_i-\bar{a}_i)^2p(a_i)da_i$, где $\bar{a}_i$ — среднее значение A_i. В таком случае точность информации A_i равна $\eta_i=1/DA_i$.

3.2. Оптимальная точность плановых данных. Для определения доходов и затрат, связанных с уточнением данных, разработан ряд приемов. Проще всего эмпирическое определение значений параметров на основании прошлого опыта планирования. При этом функции $t(\eta)$ и $k(\eta)$ приобретают наиболее простой вид. Например, уточнение расхода стали на 0,2 бита в предыдущих планах потребовало затрат в 200 руб. Применим эти сведения в настоящем плане.

Большую популярность завоевали теория Бэйеса [15–18] и теории, связанные с ценностью информации [18–20].

Теория Бэйеса служит для уточнения вероятности события a_i. Для этого нужно знать априорную вероятность этого события $p(a_i)$ и условную вероятность результата эксперимента $p(\beta_j|\alpha_i)$, где β_j — возможный результат эксперимента. Вот формула для определения апостериорной вероятности:

$$\bar{p}(\alpha_i|\beta_j)=\frac{p_i(\alpha_i)\,p(\beta_j|\alpha_i)}{\sum_i p_i(\alpha_i)\,p(\beta_j|\alpha_i)}. \tag{9}$$

Поясним это на примере.

Пример 3. Намечаемое техническое усовершенствование или удастся (α_1) или не удастся (α_2). По мнению технического персонала, вероятность неудачи — 20%, $p(\alpha_2)=0{,}2$. С неудачей была бы связана потеря в 0,7 млн. руб., а удачей достигался бы эффект в 2,0 млн. руб. Для уточнения вероятностей можно провести эксперимент стоимостью в 0,01 млн. руб. Известно также, что при удаче усовершенствования эксперимент удастся с вероятностью $p(\beta_1|\alpha_1)=0{,}95$; при провале усовершенствования вероятность удачи эксперимента равна $p(\beta_1|\alpha_2)=0{,}10$.

Целесообразен ли этот эксперимент? Пользуясь формулой (9), вычислим следующие постериорные вероятности:

$$p(\alpha_1|\beta_1)=0{,}99,\quad p(\alpha_2|\beta_1)=0{,}01,\quad \bar{p}(\alpha_1|\beta_2)=0{,}30 \text{ и } \quad p(\alpha_2|\beta_2)=0{,}70.$$

Пусть критерием принятия решения служит среднее значение связанного с планом эффекта. До эксперимента оно составляло $0{,}8\cdot 2{,}0-0{,}2\cdot 0{,}7=1{,}46$ млн. руб. В случае успешного эксперимента, β_1, среднее значение эффекта составит $0{,}99\cdot 2{,}00-0{,}01\cdot 0{,}7=$ $=1{,}97$ млн. руб., в противном случае β_2: $0{,}3\cdot 2{,}00-0{,}7\cdot 0{,}7=0{,}11$ млн. руб.

Вероятность успеха эксперимента находим таким образом:

$$p(\beta_1)=p(\alpha_1)\,p(\beta_1|\alpha_1)+p(\alpha_2)\,p(\beta_1|\alpha_2)=0{,}8\cdot 0{,}95+0{,}2\cdot 0{,}10=0{,}78.$$

Следовательно, $p(\beta_2)=1-0{,}78=0{,}22$. Теперь можно вычислить среднее значение эффекта после эксперимента: $0{,}78\cdot 1{,}97+0{,}22\cdot 0{,}11=1{,}56$ млн. руб. Таким образом эксперимент увеличил бы среднее значение эффекта на $1{,}56-1{,}46=0{,}1$ млн. руб. Следовательно, эксперимент оправдан, поскольку его стоимость в 10 раз меньше.

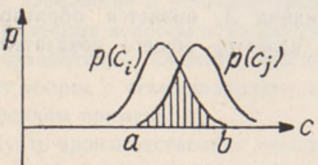

Рис. 2.

3.3. Уточнение альтернативных проектов. Пусть имеется два конкурирующих проекта i и j, эффекты которых c_i и c_j случайны, с функциями плотности $p_i(c_i)$ и $p_j(c_j)$ (рис. 2). Проект j явно эффективней, но все же существует определенный риск, что выбор проекта i мог бы дать больший эффект (заштрихованная площадь на рис. 2). Риск, или ожидаемую в данном случае потерю, можно определить формулой

$$\int_{c_i=a}^{b}\int_{c_j=c_i}^{b} p_i(c_i)\,p_j(c_j)\,(c_i-c_j)\,dc_i\,dc_j. \tag{10}$$

При уточнении проекта риск, несомненно, снизится, причем для оптимального уточнения следовало бы сравнить как уменьшение риска, так и уменьшение затрат по уточнению.

ЛИТЕРАТУРА

1. Е. Гольштейн, Д. Юдин, Новые направления в линейном программировании. М., 1966.
2. Н. Бусленко, Математическое моделирование производственных процессов на цифровых вычислительных машинах. М., 1964.
3. G. Magnússon, Production under Risk. Acta Universitatis Upsaliensis, Studia Oeconomica Upsaliensia 2, Uppsala, 1969.

4. R. Luce, H. Raiffa, Games and Decisions. New York, John Wiley and Sons, London, Chapman and Hall, 1957.
5. О. Ланге, Оптимальные решения. М., 1967.
6. F. Hanssmann, Probability of Survival as an Investment Criterion. "Management Science" 1968, **15**, No. 1, стр. 33—48.
7. K. Borch, Economic Objectives and Decision Problems. "IEEE Transactions on Systems Science and Cybernetics" 1968, Vol. **SSC-4**, No. 3, стр. 266—270.
8. P. Fishburn, Utility Theory. "Management Science" 1968, **14**, No, 5, стр. 335—378.
9. N. Georgescu-Roegen, Analytical Economics. Harvard University Press. Cambridge, Massachusetts, 1966.
10. R. Radner, Competitive Equilibrium under Uncertainty. "Econometrica" 1968, **36**, No. 1, стр. 31—58.
11. J. Neumann, O. Morgenstern, Theory of Games and Economic Behaviour. Princeton, Princeton University Press, 1944.
12. L. Savage, The Foundation of Statistics. New York, Wiley, 1954.
13. H. Raiffa, R. Schleifer, Applied Statistical Decision Theory. Boston, Harvard University, 1961.
14. D. Rasch, Zur Problematik statistischer Schlußweisen. «Deutsche Zeitschrift für Philosophie» 1969, **17**, Nr. 5, стр. 567—591.
15. M. Manheim, Hierarchical Structure: A Model of Design and Planning Processes. Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, 1966.
16. B. Larsson, Baves Strategies and Human Information Seeking. Berlingska Boktryckeriet, Lund, 1968.
17. R. Howard, Bayesian Decision Models for System Engineering "IEEE Transactions on Systems Science and Cybernetics" Vol. **SSC-1**. 1965. No. 1, стр. 36—40.
18. K. Miyasawa, Information Structures in Stochastic Programming Problems. "Management Science" 1968. **14**, No 8. стр. 275—291.
19. I. La Valle, On Cash Equivalents and Information Evaluation in Decisions under Uncertainty. "American Statistical Association" 1968. **63**, No. 321, стр. 252—267.
20. J. Owen, A Criterion for Investing in Information. "Management Science" 1968, **14**, No. 12, стр. 715—720.

Институт экономики
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию
2/III 1970

Ü. ENNUSTE

TOOTMISE OPTIMISEERIMISÜLESANNETE PÜSTITAMISEST JA KOOSTAMISEST RISKI KORRAL

Resümee

Planeerija käsutuses olevad andmed on üldiselt juhuslikud suurused ning järelikult on iga plaanivariandi efekt seotud riskiga. Selliste efektide võrdlemiseks tuleb kasutada erilisi kriteeriume, mida artiklis on püütud süstematiseerida ning selgitada nende sobivust sõltuvalt ülesande sisust.

Edasi vaadeldakse küsimusi, mis on seotud alamülesande kriteeriumi tuletamisega, lähtudes antud suuremast stohhastilisest optimiseerimisülesandest, ning tehakse mõningad praktilised järeldused.

Lõpuks selgitatakse ülesande koostamiseks vajalike andmete täpsust ning antakse mõningad juhised nende täpsuse optimiseerimiseks.

Eesti NSV Teaduste Akadeemia
Majanduse Instituut

Toimetusse saabunud
2. III 1970

Ü. ENNUSTE

ON SETTING AND COMPOSING OPTIMIZATION PROBLEMS OF PRODUCTION BY RISK

Summary

The data at the disposal of a planner are generally random variables and, consequently, the effect of every variant of a plan is connected with some risk. When comparing such effects it is necessary to use special criteria; the author of the article makes an attempt to systematize these criteria and explain their suitability depending on the essence of the problem.

Further, problems connected with the derivation of the criterion of the subproblem proceeding from the given larger stochastic optimization problem are observed and some practical conclusions drawn.

Lastly, the precision of the data necessary for solving the problems is explained and some instructions for optimizing the precision of the data are given.

Academy of Sciences of the Estonian SSR,
Institute of Economics

Received
March 2, 1970