EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. 19. KÕIDE
ÜHISKONNATEADUSED. 1970, NR. 3

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ 19
ОБЩЕСТВЕННЫЕ НАУКИ. 1970, № 3

https://doi.org/10.3176/hum.soc.sci.1970.3.05

И. КАГАНОВИЧ

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЗАТРАТ В ДВОЙСТВЕННЫХ МОДЕЛЯХ С ОБРАТНЫМИ СВЯЗЯМИ. I

В двойственных экономико-математических моделях получили количественную интерпретацию положения марксистской теории о товаре как единстве потребительной стоимости и стоимости в условиях расширенного воспроизводства и разделения труда. «Закон стоимости, — писал К. Маркс, — в действительности проявляется не по отношению к отдельным товарам или предметам, но каждый раз по отношению ко всей совокупности продуктов отдельных обособившихся благодаря разделению труда общественных сфер производства.»[1]

Теория двойственности ориентирована на решение математической стороны узловой экономической проблемы, которую В. В. Новожилов определил как проблему измерения затрат и их результатов.

Методология двойственного анализа экономических систем впервые была разработана Л. В. Канторовичем, создателем линейного программирования и метода разрешающих множителей (объективно обусловленных оценок). Двойственную задачу линейного программирования сформулировал Дж. фон Нейман. Ему же принадлежит термин «двойственность».

Обычно проблема двойственности считается принадлежностью моделей оптимизации. Однако важные аспекты ее явно прослеживаются и в экономических моделях равновесия. Анализ последних под этим углом зрения существенно помогает составить отчетливое представление о ее значении для современной экономической науки.

Экономическое содержание параметров двойственных моделей активно обсуждается в литературе, однако, на наш взгляд, пока не нашло в ней вполне адекватной и теоретически целостной трактовки.

В данной работе линейные двойственные модели используются для характеристики процесса формирования и преобразования затрат на продукцию производственного комплекса с обратными связями. В то же время это — опыт анализа экономической стороны проблемы двойственности с позиций теории трудовой стоимости.

1. Двойственные и смежные модели равновесия

Введем обозначения:

z_i — конечная продукция i-й отрасли, используемая за пределами сферы материального производства, $i=1, 2, \ldots, n$;

x_i — валовая продукция i-й отрасли;

x_j — валовая продукция j-й отрасли, $j=1, 2, \ldots, n$, на выработку которой расходуется продукция i-й отрасли;

Δx_j — прирост валовой продукции j-й отрасли за период;

---

[1] К. Маркс, Капитал. В кн.: К. Маркс, Ф. Энгельс, Сочинения. Т. 25, ч. II. М., 1962, стр. 185.

a_{ij} — текущие затраты валовой продукции i-й отрасли на единицу валовой продукции j-й отрасли (затраты предметов труда и амортизация средств труда);

f_{ij} — коэффициент капитальных вложений валовой продукции i-й отрасли в j-ю отрасль на единицу прироста выпуска ее валовой продукции (коэффициент капиталоемкости).[2]

В этих обозначениях запишем динамическую модель межотраслевого баланса:

$$x_i = z_i + \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\, x_j + \sum_{j=1}^{n} f_{ij}\, \Delta x_j. \qquad (1)$$

Преобразуем ее следующим образом:

$$x_i = z_i + \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j + \sum_{j=1}^{n} f_{ij}\, \frac{\Delta x_j}{x_j}\, x_j. \qquad (2)$$

Здесь $\Delta x_j / x_j$ — темп прироста валовой продукции j-й отрасли в предстоящем периоде за счет капитальных вложений f_{ij}, которые сделаны в текущем периоде в форме продукции i-й отрасли (в дальнейшем темп прироста будем обозначать также ω_j).

Умножением коэффициента капиталоемкости f_{ij} на темп прироста валовой продукции j-й отрасли удельная капиталоемкость дополнительной продукции преобразована в удельную капиталоемкость всей валовой продукции данного периода: $f_{ij}\, \Delta x_j / x_j$. Это преобразование делает величину капитальных вложений соизмеримой с текущими затратами, которые также подсчитаны на единицу всего объема валовой продукции.

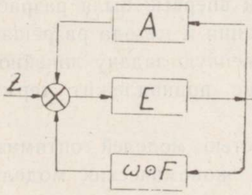


Рис. 1.

Пусть $X = (x_j)$ — вектор-столбец валовой продукции; $Z = (z_i)$ — вектор-столбец конечной продукции; $A = (a_{ij})_{i,j=1}^{n}$; $F = (f_{ij})_{i,j=1}^{n}$; $\omega = (\omega_1, \ldots, \omega_n)$. Обозначим через $\omega \odot F$ матрицу, полученную умножением каждого столбца матрицы F на соответствующую ω_j, так что $\omega \odot F = (\omega_j f_{ij})_{i,j=1}^{n}$.

В этих обозначениях динамическая модель равновесия представлена на рис. 1 в виде структурной схемы. На ней матричные символы в изображениях звеньев замкнутой системы регулирования имеют смысл линейных операторов преобразования входных параметров звеньев в выходные.[3] Усилительное звено с передаточным коэффициентом в форме единичной матрицы E выражает прямую связь выхода со входом (затрата единицы конечной продукции каждой отрасли на входе звена преобразуется в выпуск единицы валовой продукции этой отрасли на выходе).

Посредством жесткой обратной связи с линейным оператором A в качестве коэффициента обратной связи часть выпускаемой продукции направляется для использования в пределах самого производственного комплекса в виде предметов труда (текущие затраты). В звене гибкой обратной связи, реализующем внутреннее потребление части продукции в качестве элементов основных фондов, оператор F имеет смысл коэффициента акселерации,[4] тогда как ω выражает скорость изменения входных параметров системы.

---

[2] Капитальные вложения текущего периода рассматриваются здесь как пропорциональные приросту продукции в предстоящем периоде.

[3] Подробнее об этих преобразованиях в применении к моделям равновесия с обратными связями см.: О. Ланге, Введение в экономическую кибернетику. М., 1968; И. З. Каганович, Измерение прямых и обратных связей в модели межотраслевого баланса. «Экономика и математические методы», 1965, вып. 5.

[4] Дифференцирующее звено системы (его выходная величина пропорциональна скорости изменения входной величины) в экономической кибернетике именуется акселе-

Уравнение системы регулирования записано в табл. 1 (модель 1).

Пусть на вход системы подан вектор-строка $P=(p_j)$ экзогенных затрат на единицу валовой продукции (т. е. затрат тех факторов, которые не воспроизводятся в пределах рассматриваемого производственного комплекса). Тогда на выходе он преобразуется в вектор-строку затрат на единицу конечной продукции $H=(h_i)$.

Уравнение этой системы также записано в табл. 1 (модель 2).

Таблица 1

	Модель замкнутой системы		Модель замкнутой системы
	прямая	двойственная	
Выходная величина	Модель 1 X	Модель 2 H	исходная
Уравнение	$X=Z+(A+\omega\odot F)X$	$H=P+H(A+\omega\odot F)$	исходная
Линейная форма	$P\cdot X$	$Z\cdot H$	исходная
Выходная величина	Модель 3 P	Модель 4 Z	смежная
Уравнение	$P=H-P(B+\psi'\odot\Phi)$	$Z=X-(B+\psi'\odot\Phi)Z$	смежная
Линейная форма	$X\cdot P$	$H\cdot Z$	смежная

Если модель 1 считать прямой, то по отношению к ней модель 2 двойственна. Сумма экзогенных затрат $P\cdot X$ значится в табл. 1 как линейная форма модели 1; линейной формой модели 2 служит $Z\cdot H$ — сумма экзогенных затрат на конечную продукцию.

Компоненты вектора экзогенных затрат в модели народного хозяйства могут иметь смысл либо оплаты труда (с добавлением стоимости предметов импорта) на единицу продукции — валовой на входе, конечной на выходе, либо соответственно затрат труда. Величина $P\cdot X$ в первом случае означает стоимость необходимого продукта, а во втором — фонд рабочего времени или численность рабочей силы. В дальнейшем под экзогенными затратами в динамической модели подразумевается оплата живого труда.

В динамической модели внутренний оборот больше, чем в статической. Затраты на приобретение основных фондов, которые в статической модели являются экзогенными, ибо осуществляются за счет национального дохода, в динамической — эндогенны (за исключением импорта). Поэтому в последней при прочих равных условиях конечная продукция и затраты на единицу валовой продукции меньше значения аналогичных параметров статической модели.

Построим теперь модель, в которой по сравнению с моделью 2 из табл. 1 осуществляется обратное преобразование экзогенных затрат: входным параметром будет служить вектор H затрат на единицу конечной продукции, а выходным P — на единицу валовой. Для этого должны быть заданы: матрица $B=(b_{ij})_{i,j=1}^{n}$ коэффициентов затрат валовой продукции i-й отрасли, потребляемой в пределах производственного комплекса для выпуска единицы конечной продукции j-й отрасли $(b_{ij}\geqslant a_{ij})$, и матрица $\Phi=$

ратором, а передаточный коэффициент этого звена — коэффициентом акселерации. Обратную связь с дифференцирующим звеном называют гибкой в отличие от жесткой обратной связи с усилительным звеном (его выходная величина пропорциональна входной).

$=(\varphi_{ij})_{i,j=1}^{n}$ коэффициентов затрат валовой продукции i-й отрасли на единицу прироста конечной продукции j-й $(\varphi_{ij}\geqslant f_{ij})$. Неизвестными в этой модели, помимо величины экзогенных затрат на единицу валовой продукции, являются темпы прироста конечной продукции $\psi_i=\Delta z_i/z_i$. Структурная схема модели изображена на рис. 2, а уравнение внесено в табл. 1 (модель 3).

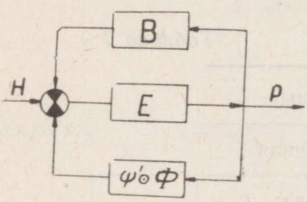


Рис. 2.

Смысл линейных операторов, обозначенных в звеньях структурной схемы на рис. 2, ясен из пояснений, сделанных выше к рис. 1. Однако на рис. 1 и в моделях 1 и 2 коэффициенты обратной связи (операторы A и $\omega\odot F$) и входной параметр (вектор Z или P) имеют одинаковый знак, что означает положительную обратную связь: сигнал обратной связи, отбираемый от выходной величины и подаваемый на вход модели, складывается со входной величиной (в результате $X\geqslant Z$, $H\geqslant P$). В отличие от этого на рис. 2 и в модели 3 обратные связи отрицательны [5]: коэффициенты обратной связи (оператор B и $\psi'\odot\Phi$) противоположны по знаку со входным параметром H, так что сигнал обратной связи вычитается из последнего, и значение выходного параметра модели по величине не превосходит значения входного.

Модель 3 по отношению к модели 2 будем называть обратной, а по отношению к модели 1 — смежной. Аналогично построена модель 4 (табл. 1) — обратная модели 1 и смежная с моделью 2. Модель 4 отличается от модели 3 тем, что преобразует не экзогенные затраты, а продукцию — валовую на входе в конечную на выходе, поэтому модель 4 является двойственной по отношению к модели 3. В отличие от моделей 3 и 4 модели 1 и 2 будем называть исходными.

Все четыре модели эквивалентны между собой, но с разных сторон характеризуют экономику народнохозяйственного комплекса. Неизвестными выходными параметрами прямых моделей служат характеристики валовой продукции, а двойственных — конечной. Входные параметры и коэффициенты линейной формы прямой модели в двойственной поменялись ролями.

В смежных парах моделей линейные формы одинаковы, но коэффициенты линейной формы одной модели становятся неизвестными выходными величинами в другой.

В исходных моделях обратные связи положительны и все затраты, внутренние и внешние, заданы на единицу валовой продукции, в смежных же — на единицу конечной продукции, а обратные связи отрицательны.[6]

Определим передаточный коэффициент системы для каждой из моделей 1—4 и преобразуем замкнутые системы в разомкнутые. Для этого нужно разрешить уравнение системы относительно выходного параметра. Результаты записаны в табл. 2 в виде моделей I—IV.

Структурная схема разомкнутой системы, соответствующая модели I, показана на рис. 3*а* и модели III — на рис. 3*б*.

Передаточным коэффициентом системы для моделей I и II служит, как мы видим, оператор $[E-(A+\omega\odot F)]^{-1}$, а для моделей III и IV оператор $[E+(B+\psi'\odot\Phi)]^{-1}$, причем

$$[E-(A+\omega\odot F)]^{-1}=[E+(B+\psi'\odot\Phi)]. \tag{3}$$

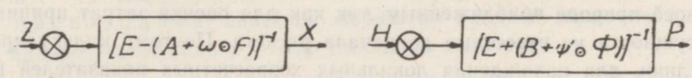
---

[5] На структурной схеме (рис. 2) зачернен тот сектор изображения суммирующего оператора, к которому подведена отрицательная связь. Обозначения: $\psi=(\psi_1,\ldots,\psi_n)$; $\psi'\odot\Phi=(\psi_i\,\varphi_{ij})_{i,j=1}^{n}$.

[6] Информация, необходимая для построения моделей 3 и 4 (матрицы B и Φ, а также векторы X и H), может быть задана или рассчитана. Задачи планирования конечной продукции (фондов потребления) на модели 4 и затрат на конечную продукцию на модели 2 идентичны по своим целям. Решение одной из них позволяет получить решение другой. То же можно сказать и о задачах планирования валовой продукции (модель 1) и затрат на валовую продукцию (модель 3).

Таблица 2

	Модель разомкнутой системы		
	прямая	двойственная	
Выходная величина	Модель I X	Модель II H	Модель разомкнутой системы исходная
Уравнение	$X=[E-(A+\omega\odot F)]^{-1}Z$	$H=P[E-(A+\omega\odot F)]^{-1}$	
Линейная форма	$H\cdot Z$	$X\cdot P$	
Выходная величина	Модель III P	Модель IV Z	Модель разомкнутой системы смежная
Уравнение	$P=H[E+(B+\psi'\odot\Phi)]^{-1}$	$Z=[E+(B+\psi'\odot\Phi)]^{-1}X$	
Линейная форма	$Z\cdot H$	$P\cdot X$	



а б

Рис. 3.

Первый из них представляет собой в терминах экономической кибернетики матричный динамический мультипликатор с акселератором.[7] Из выражения (3) следует, что уравнение модели I (табл. 2) совпадает с уравнением модели 4 (табл. 1); последнюю можно представить в виде уравнения разомкнутой системы:

$$X=[E+(B+\psi'\odot\Phi)]Z. \tag{5}$$

Уравнения моделей 4 и I в разных формах выражают обратное линейное преобразование неизвестных модели 1, а по отношению к описываемым системам — преобразование замкнутой системы (модель 1) в разомкнутую. Поэтому модель I имеет ту же линейную форму $H\cdot Z$, что модель 4. Сказанное относится и к другим соответствующим моделям из табл. 1 и 2.

В модели II экзогенные затраты на единицу валовой продукции каждой отрасли (вектор P) посредством матричного мультипликатора $[E-(A+\omega\odot F)]^{-1}$ домножены до величины затрат на единицу конечной продукции (вектор H). Последние служат не только для ее сценки на входе модели 1 — I и на выходе модели 4 — IV, т. е. вне

[7] В односекторной статической модели мультипликатор имеет вид $1/1-a$, а в динамической

$$\frac{1}{1-\left(a+r\frac{\Delta x}{x}\right)}. \tag{4}$$

Модель II в непрерывной форме детально исследована в работе: E. Leinemann, Tootmise tasakaal ja omahind, IV. «Eesti NSV Teaduste Akadeemia Toimetised — Ühiskonnateadused» 1967, № 2.

производственного комплекса, но и в межотраслевом обороте внутри комплекса при калькулировании полных затрат на конечную продукцию. Для r-й отрасли, например,

$$h_r = p_r + \sum_i a_{ir} h_i + \omega_r \sum_i f_{ir} h_i. \tag{6}$$

Здесь величина полных экзогенных затрат на единицу конечной продукции r-го вида состоит из прямых затрат труда p_r и затрат обратной связи (косвенных, сопряженных) — на производство продуктов, выпускаемых в пределах комплекса и расходуемых в r-й отрасли. Второе слагаемое в выражении (6) — текущие, а третье — капитальные затраты обратной связи в потребляющих отраслях, причем капитальные вложения входят сюда не постоянной величиной, а зависящей от искомого темпа прироста валовой продукции отрасли — потребителя.

Если в уравнении (6) выделить первые два слагаемых, получим формулу калькуляции себестоимости единицы продукции. Она показывает, что в каком бы звене народного хозяйства ни калькулировались расходы — на предприятии, в тресте или министерстве — результатом всегда будет себестоимость единицы к о н е ч н о й продукции динамического баланса (необходимого продукта), поскольку этот расчет ведется в ценах или иных стоимостных показателях конечной продукции (например, в приведенных затратах). Отношение цен к единице именно конечной продукции динамического баланса следует из той же формулы (6), выражающей полные затраты на стоимостном уровне.

Расчет стоимостных показателей традиционными методами калькулирования, непосредственно осуществляемый на модели замкнутой системы (типа модели 2 из табл. 1) является по своей природе приближенным, так как для оценки затрат принимаются величины h_i, в сущности не известные до начала расчета. Поэтому калькулирование затрат уместно лишь для нахождения локальных хозрасчетных показателей при малых отклонениях от плана производства, для которого определена система цен. Однако метод однократного калькулирования, исторически выработанный для внутрихозяйственных вычислений, неприемлем для расчета прейскурантных цен. Их природе отвечает метод преобразования затрат на модели II (табл. 2) в виде обращения матрицы прямых затрат путем последовательных итераций и с одновременным расчетом плана производства и плана цен.

На основе модели 1 динамического межотраслевого баланса в натуральном выражении (табл. 1) можно построить модель такого баланса в стоимостном исчислении, пользуясь затратами на единицу конечной продукции (вектор H) или на единицу валовой продукции (вектор P).

Умножив уравнение модели 1 на H, получим:

$$HX = HZ + HAX + H\omega \odot FX, \tag{7}$$

где все члены — числа. К аналогичному результату придем, если умножим уравнение модели 2 (табл. 1) на X:

$$HX = PX + HAX + H\omega \odot FX. \tag{8}$$

Уравнения (7) и (8) представляют собой итог динамического баланса: стоимость совокупного общественного продукта $c+v+m$. Соответственно, HAX — стоимость израсходованных средств производства (перенесенная стоимость c); $H\omega \odot FX$ — стоимость накопляемой части прибавочного продукта;

$$HZ = PX \tag{9}$$

— фонд личного и общественного потребления.

Равенство (9) получаем, сравнив выражения (7) и (8).

Теперь умножим уравнение модели 1 на вектор затрат, относящихся к единице валовой продукции:

$$PX = PZ + PAX + P\omega \odot FX. \tag{10}$$

Равенство (10), следовательно, выражает структуру фонда потребления.

Статический стоимостный баланс в затратах на единицу конечной продукции (или в оптовых ценах) дает распределение общественного продукта на фонд возмещения и национальный доход, а в затратах на единицу валовой продукции — распределение национального дохода на фонд потребления и фонд накопления.

Как следует из выражения (9), общая сумма затрат за период подверглась такому преобразованию, что если на входе модели 2 — II (табл. 1, 2) она распределена между валовыми выпусками продукции, то на выходе — между конечными. Каждая компонента вектора H означает здесь размер экзогенных затрат, в среднем приходящихся на единицу конечной продукции данной отрасли, подобно тому как величины p_j — это те же затраты в среднем на единицу валовой продукции.

В модели 3 — III, наоборот, входные затраты даны в среднем на единицу конечной продукции, на выходе же они преобразуются в средние на единицу валовой продукции (см. табл. 1, 2 и рис. 2 и 3б).

В иной роли выступают показатели затрат в моделях 1 — I и 4 — IV. Здесь компоненты вектора H соизмеряют потребности в конечной продукции и служат потребительскими двойственными оценками, а компоненты вектора P соизмеряют выпуски валовой продукции, будучи производственными двойственными оценками. В модели 1 — I производственные оценки являются входными (заданными), а потребительские — выходными (искомыми). Как уравновешены в балансовых моделях производство и потребление продукции, так однозначно соответствуют друг другу те и другие оценки.

В модели 1 — I двойственная оценка конечной продукции r-го вида h_r имеет смысл частной производной линейной формы по входной величине z_r, а двойственная оценка валовой продукции p_r — по выходной величине:

$$h_r = \frac{\delta(\sum\limits_i h_i z_i)}{\delta z_r}; \quad p_r = \frac{\delta(\sum\limits_j p_j x_j)}{\delta x_r}. \tag{11}$$

Соответственно, в модели 4 — IV h_i является частной производной линейной формы по выходной величине, тогда как p_j — по входной.

Двойственная оценка конечной продукции показывает, насколько возрастает общая сумма экзогенных затрат, если потребность в конечной продукции увеличится на единицу. Подобный же смысл имеет двойственная оценка валовой продукции p_j по отношению к приросту ее производства.

Решением четырех эквивалентных задач определяются как уровни и динамика производства и потребления продукции, так и соизмеряющие их оценки, причем этими оценками и со стороны производства и со стороны потребления, как ясно из предыдущего, служат трудовые затраты, которые в явном виде представлены в моделях 2 — II и 3 — III.

Следовательно, один и тот же показатель может выступать и как средняя величина — в виде полных затрат труда на единицу продукции — и как предельная, характеризующая эффективность малых приращений выпуска продукции.[8] И в той и другой роли он обычно именуется в теории оптимального планирования двойственной оценкой. Это вполне рациональное терминологическое обобщение, соответствующее противоречивой природе оценок.

Затраты, которые характеризуют экономический результат деятельности производственного комплекса, выражающейся в определенных обьемах выпуска продукции, могут быть исчислены, и в действительности исчисляются, в среднем на единицу продукции,

---

[8] Производная линейной функции по независимой переменной равна коэффициенту при этой переменной, поэтому средняя и предельная скорости изменения значений линейной функции совпадают (средняя скорость на отрезке и скорость в точке одинаковы). В равной мере, частная производная линейной функции численно равна ее частному приращению при увеличении на единицу значения независимой переменной (здесь — выпуска продукции).

выработанной за период. Но на границе этого комплекса те же затраты можно использовать лишь как предельные характеристики.

Допустим, что план строится в форме моделей 1 и 2 (табл. 1). Тогда на входе модели 1 заданы потребности в конечной продукции, а на входе двойственной к ней и одновременно работающей модели 2 — затраты на единицу валовой продукции. Эти затраты были получены прежде как средние для всего количества ранее выработанной продукции (фактически или по плану). Но пока составляемый план производства не готов и, следовательно, не определено задание по валовому выпуску, показатель удельных затрат по отношению к этому неизвестному еще объему выпуска не может выражать ничего иного, как размер приращения затрат в системе за счет включения в план единицы продукции данного вида. Только вместе с планом производства валовой продукции появится план по затратам — средним на ее единицу.

В современном производстве постоянно делается выбор между различными технологическими вариантами (в балансовых моделях эта сторона экономики не находит отражения), так что стоимостные показатели нужны плановику раньше, чем завершится составление плана и появятся средние для этого плана показатели. Они нужны в процессе составления плана, причем соответствующие каждому данному состоянию модели плана производства.

Растущий интерес к предельным показателям, следовательно, вполне сообразен с их значением в экономике при переходе от сбалансированных планов к планам оптимально сбалансированным, требующим перебора возможных производственных способов и их сочетаний.

Следует добавить, что в динамике свойства стоимостных показателей как средних и как предельных постоянно перемежаются. Это хорошо иллюстрирует алгоритм перехода от одного допустимого плана к другому в процессе его оптимизации методом линейного программирования с одновременным решением прямой и двойственной задач.

Таким образом, часто встречающееся в литературе противопоставление средних экономических показателей предельным беспредметно, по крайней мере в применении к линейным моделям.

Нет нужды обосновывать, что сказанное о природе удельных экзогенных затрат относится и к эндогенным затратам, собранным в матрицы A, F, B, Φ, если их рассматривать в связи с соответствующими переменными (выходными параметрами моделей).

Заслуживает быть отмеченным то любопытное обстоятельство, что в роли двойственных оценок выступают не только показатели затрат или эффективности, но и объемные характеристики плана. В наших моделях это векторы выпуска валовой и конечной продукции X и Z по отношению к векторам экзогенных затрат P и H.

В модели 1 — I (табл. 1 и 2) компоненты векторов X и Z — средние уровни отдачи продукции на рубль затрат соответственно на выходе и входе. Но в модели 2 — II величины отдачи x_j на рубль входных затрат и z_i — на рубль выходных затрат являются предельными.[9] Последнее означает, что и темпы прироста выхода продукции $\Delta x/x$ в модели 2 — II и $\Delta z/z$ в модели 3 — III также предельные величины: предельные ускорения (приращения скорости) выпуска валовой продукции и конечной продукции на дополнительный рубль капитальных затрат.

2. Двойственные оценки ресурсов

В данном параграфе для простоты будем считать известными отраслевые темпы прироста валовой продукции за период (на результатах анализа здесь это не отразится).

В таком случае матрицу $(A+\omega\odot F)$ обозначим $D=(d_{ij})_{i,j=1}^{n}$ и будем иметь дело с уравнениями моделей 1 и 2 в виде

$$(E-D)X=Z, \tag{12}$$

[9] Термином «оценка» мы будем пользоваться в традиционном значении, т. е. в применении к качественным (здесь — стоимостным) показателям плана.

$$H(E-D)=P. \tag{13}$$

Коэффициент экзогенных затрат p_j для каждой отрасли не включает затрат на те используемые продукты, которые выпускаются в данном производственном комплексе (являются для него эндогенными). Поэтому величина и состав коэффициента p_j меняется в зависимости от того, какие отрасли входят в моделируемый n-отраслевой комплекс. Допустим, что в нем не производится $n+1$-й материал ценой 10 руб. за единицу. В расчете на единицу r-го продукта, при удельном расходе $d_{n+1,\,r}=0{,}5$, затраты на $n+1$-й материал составили 5 руб. Остальные экзогенные затраты на r-й продукт — 15 руб. Итого: $p_r=20$ руб. (рис. 4а). Для простоты в данном примере эндогенные затраты на r-й продукт не показаны, поэтому и $h_r=20$ руб.

	P_1		$P_r=20$		P_n	
h_1	1	$\cdot$		$\cdot$	$-d_{1n}$	Z_1
	$\cdot$					
$h_r=20$	$-d_{r1}$		1		$-d_{rn}$	Z_r
	$\cdot$					
h_n	$-d_{n1}$				1	Z_n
	x_1		x_r		x_n	

Рис. 4а.

	P_1		$P_r=15$		P_n	$P_{n+1}=10$	
h_1	1	$\cdot$		$\cdot$	$-d_{1n}$		Z_1
	$\cdot$						
$h_r=20$	$-d_{r1}$		1		$-d_{rn}$		Z_r
	$\cdot$						
h_n	$-d_{n1}$				1		Z_n
$h_{n+1}=10$	$-d_{n+1,1}$		$-0{,}5$		$-d_{n+1,n}$	1	0
	x_1		x_r		x_n	x_{n+1}	

Рис. 4б.

Примем в расчет потребность в $n+1$-м материале $\sum_j(-d_{n+1,\,j})x_j$ и его ресурс $-z_{n+1}$ (компонента вектора Z, если она выражает наличие производственного ресурса, должна быть отрицательной — в противоположность положительной величине спроса на конечную продукцию). Будем считать, что эти величины одинаковы. Если их соотношение включить в матричную модель (12), то оно будет иметь вид

$$-\sum_j d_{n+1,\,j}\,x_j=-z_{n+1}. \tag{14}$$

Перенесем z_{n+1} в левую часть уравнения (14) и таким образом дополнительно введем в модель $n+1$-ю отрасль с валовым выпуском в размере $x_{n+1}=z_{n+1}$ (рис. 4б). Свободный член в этом уравнении равен теперь нулю. Экзогенные затраты на единицу $n+1$-го материала $p_{n+1}=10$ руб. Чтобы не было повторного счета затрат, нужно соответственно уменьшить величину p_r до 15 руб.

Двойственная балансовая оценка $n+1$-го материала $h_{n+1}=p_{n+1}=10$ руб., так как на него ни один из остальных n продуктов не затрачивается. Оценку r-го продукта калькулируем по формуле:

$$h_r=p_r+d_{n+1}\;h_{n+1}=15+0{,}5\cdot 10=20 \text{ руб.}$$

Она осталась, разумеется, на том же уровне, что и в предыдущем примере (рис. 4а), но теперь уже не равна входным затратам p_r, а учитывает стоимость $n+1$-го материала через затраты обратной связи.

До сих пор мы имели дело с моделями, в которых каждый продукт вырабатывался только каким-либо одним способом (отраслью). Условимся теперь, что в моделируемом комплексе выпуск каждого вида продукции можно осуществить несколькими производственными способами, различающимися по технологии, а, следовательно, по набору и

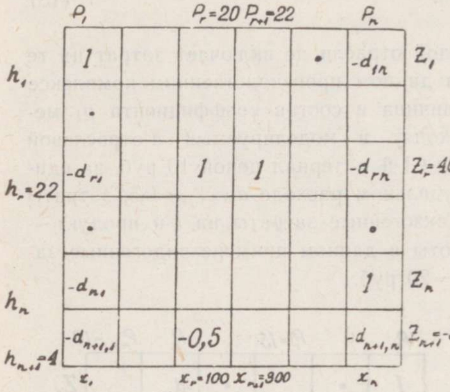


Рис. 5а

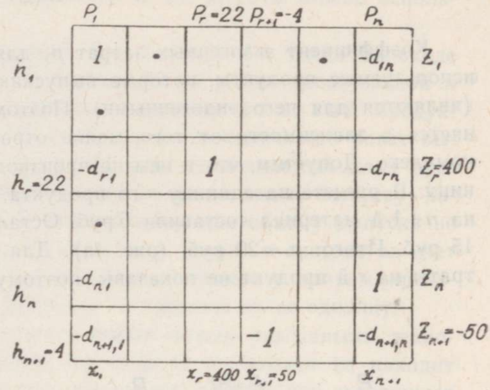


Рис. 5б

величине коэффициентов затрат p_j и d_{ij}. Каждый из них выпускает не более одного продукта. Общее число продуктов и ресурсов и число производственных способов попрежнему $n+1$. Коэффициенты выпуска будем обозначать c_{ij}. В данном случае $c_{ij}=1$ или 0. Они образуют квадратную матрицу C ранга $n+1$. Такую же размерность имеет неотрицательная матрица затрат $D=(d_{ij})$. Другие обозначения остаются прежними.

Теперь прямая и двойственная модели будут иметь вид [10]:

$$(C-D)X=Z, \tag{15}$$

$$H(C-D)=P. \tag{16}$$

В $n+1$-й строке матрицы $(C-D)$ на рис. 5а фигурирует ресурс, расход которого ограничен величиной $z_{n+1}<0$. Производственный способ $n+1$ выведен из модели, вместо него в матрицу введен $r+1$-й столбец — производственный способ, выпускающий r-й продукт. Это значит, что последний может производиться двумя способами: r-м и $r+1$-м. При r-м производственном способе потребляется $n+1$-й ресурс, однако его не хватает для выработки r-го продукта в размере спроса на него. Производственный способ $r+1$ не требует этого ресурса, но он более трудоемок: $p_{r+1}=22$ руб., тогда как $p_r=20$ руб. В пределах комплекса $n+1$-й ресурс теперь не воспроизводится, поэтому затраты на него включены в p_r, хотя этот ресурс и представлен в модели в виде ограничения (последнее, как мы увидим, имеет значение в рентообразовании, но ни в какой мере не является источником входных затрат).

Если бы лимита z_{n+1} хватило для того, чтобы покрыть потребность в r-м материале только за счет лучшего (r-го) производственного способа, то мы имели бы $h_r=20$ руб., $h_{n+1}=0$, но в нашем примере приходится использовать и r-й и $r+1$-й способы. Так как для них обоих выполняется условие (16), означающее окупаемость затрат на r-ю продукцию, то h_r будет соответствовать максимальному уровню затрат, т. е. наихудшим условиям производства продукции, необходимой для удовлетворения спроса.

В данном случае $h_r=22$ руб., т. е. на 2 руб. больше, чем при неограниченности расхода $n+1$-го ресурса.

Из соотношения $p_r=h_r-0{,}5h_{n+1}$ находим, что $h_{n+1}=(22-20):0{,}5=4$ руб. Это двойственная оценка ограниченного ресурса.[11]

[10] Ограничение на знак h_i в данной модели не ставится.

[11] По В. В. Новожилову — дифференциальные затраты обратной связи: В. В. Новожилов, Проблемы измерения затрат и результатов при оптимальном планировании. М., 1967, стр. 120.

Источник дифференциальной оценки — та экономия затрат на производство r-й продукции, которая образуется за счет применения эффективного $n+1$-го ресурса.

Чтобы проиллюстрировать это, несколько видоизменим наш пример. Сосредоточим выпуск r-го продукта в одном лишь r-м производстве (здесь $p_r=22$ руб. — на уровне затрат для производственного способа, в котором $n+1$-й ресурс не применяется). Расход дефицитного ресурса вынесем в освободившийся $r+1$-й столбец (рис. 5б). В $n+1$-ю клетку этого столбца вписываем -1 — затрату единицы ресурса. Если его использование в данном комплексе требует затрат продуктов, воспроизводимых в пределах этого комплекса, то соответствующие отрицательные коэффициенты нужно вписать и в другие клетки $r+1$-го столбца (результат не изменится, если все коэффициенты этого столбца, включая p_{r+1}, умножить на -1: в решении получили бы $x_{r+1}<0$, т. е. размер потребления).

Определим p_{r+1}. Применение $n+1$-го ресурса снижает величину входных затрат p_r с 22 до 20 руб., после чего $p_{r+1}=(20-22):0{,}5=-4$ руб.

Отрицательная величина p_{r+1} означает, что использование $n+1$-го ресурса экономит затраты на входе модели в размере 4 руб. на единицу ресурса. В итоге, как и в предыдущем примере (рис. 5а), $h_r=22$ руб., $h_{n+1}=4$ руб.

Сопоставим на входе и выходе модели (рис. 5а) сумму затрат на производство r-го продукта при $p_r=20$, $p_{r+1}=22$, $h_r=22$ руб. и $h_{n+1}=4$ руб.

На входе: $PX=20x_r+22x_{r+1}$, на выходе: $HZ=22z_r-4z_{n+1}$.

Пусть $x_r=100$ ед., $x_{r+1}=300$; соответственно $z_{n+1}=-50$ ед., $z_r=x_r+x_{r+1}=400$.

Тогда $PX=20\cdot100+22\cdot300=8600$ руб.; $HZ=22\cdot400-4\cdot50=8600$ руб.

Для той интерпретации, которой соответствует пример на рис. 5б, результат аналогичен (здесь $x_r=z_r=400$ ед., $x_{r+1}=(-50):(-1)=50$ ед.); $PX=HZ=22\cdot400-4\cdot50=$ $=8600$ руб.

Затраты на единицу r-го продукта и на выходе и на входе модели составляют $8600:400=21{,}5$ руб., т. е. равны **с р е д н и м** затратам на его производство.

Именно этой величиной оценивается продукт за пределами модели, тогда как при формировании затрат обратной связи в пределах модели действует оценка 22 руб.

Как видно из примеров, для образования дифференциальной оценки требуется, чтобы одновременно не менее двух производственных способов, различающихся по уровню затрат, использовались при выпуске определенного продукта — ввиду невозможности покрыть всю потребность в нем за счет лучшего варианта. Факторы, которые ограничивают получение всего объема продукции в лучших условиях, получают двойственную оценку. Она означает экономию входных затрат от использования лучшего производственного способа вместо худшего — в расчете на единицу ограничивающего фактора.

Если ограниченный в модели ресурс — продукт труда, но в данном комплексе не воспроизводится, то прямые затраты на него непосредственно входят в коэффициент экзогенных затрат p_j для тех производственных способов, где он расходуется. Но дифференциальная оценка этого ресурса в p_j не включается, даже если она известна. Она входит в p_j лишь в том случае, когда определена для какой-либо более общей системы и в данной локальной модели не предусмотрено ни производство, ни ограничение расхода данного дефицитного ресурса.

Дифференциальная оценка обладает теми же свойствами, что и двойственная оценка вообще. Выполнив линейное преобразование переменных уравнения (16), мы определяем искомую компоненту вектора H как **с р е д н ю ю** величину экономии от использования дефицитного ресурса, приходящуюся на единицу этого ресурса. Прирост значения линейной формы (суммы затрат) за счет уменьшения на одну единицу размера ресурсов данного фактора характеризуется его дифференциальной оценкой в роли **п р е д е л ь н о й** величины. При сокращении ресурсов ограниченного фактора соответственно уменьшается возможность применения более эффективной и экономичной технологии и растет трудоемкость производства. Это имело бы прямые экономические последствия в виде удорожания продукции, на которую расходуется данный ресурс, и косвенные — через производства, использующие эту продукцию.

Присутствие в модели экзогенного ресурса, признаком чего служит отрицательная компонента вектора Z (или H)[12], придает ей принципиально новую черту. Если $z_i>0$, то спрос на продукцию и потребление продукции внутри комплекса суммируются $(z+dx=x)$. Но при $z_i<0$ на эту величину уменьшается требуемый объем валового производства для внутренних нужд комплекса, поскольку теперь алгебраически складываются величины разного знака $(-z+dx=0)$.

Так же взаимодействуют показатели затрат, если экономия от применения ресурса представлена на входе модели в явном виде (как на рис. 5б). От затрат положительной обратной связи dh в этом случае будет отбираться величина экономии $(-p)$: на эту величину затраты снижаются. Возникает отрицательная обратная связь.

Ограничение расхода большинства предметов труда, если оно существует, весьма подвижно ввиду быстроты и массовости их воспроизводства, поэтому дифференциальные оценки для них (отклонения цен от стоимости за счет несовпадения спроса и предложения) неустойчивы.

При ограниченных природных ресурсах, а также капиталоемких продуктах труда с длительным циклом производства и использования дифференциальная оценка более устойчива и в учетно-финансовом аппарате закрепляется на определенном уровне.

В виде дифференциальной ренты она исчисляется для природных ресурсов — земли различного качества и назначения, воды, полезных ископаемых, лесных угодий и т. д. Дифференциальная оценка ограниченных производственных мощностей, основных фондов, некоторых видов оборотных фондов (например, дефицитных материалов, ввозимых извне) выступает как плата за фонды, прокатная оценка оборудования. Ограниченные ресурсы рабочей силы разной квалификации также получают дифференциальную оценку. Природа этих оценок одинакова.

Дифференциальные платежи стимулируют наиболее эффективное распределение и использование ресурсов, выравнивают экономические условия для всех производств, необходимых для удовлетворения спроса на продукцию, ставят их хозяйственные результаты в зависимость лишь от эффективности собственного вклада. В окупаемости всех затрат, включая плату за ресурс, находит выражение рациональность данного способа использования ресурса.

Таким образом, платность использования ограниченных ресурсов отвечает принципам хозяйственной реформы и служит предпосылкой для их полной реализации.

Однако соизмерение продукции с учетом дифференциальных оценок необходимо для товарообмена только в пределах производственного комплекса.

Отражение дефицитности ресурсов, существующей и измеренной для данного комплекса, в оценке, предназначенной для потребителей его конечной продукции вне сферы производства, уже обязательна.

Рассматривая примеры на рис. 5, мы видели, что если конечная продукция и ее двойственная оценка имеют одинаковый знак (положительные величины), то размер ресурса и его дифференциальная двойственная оценка противоположны по знаку (см. также прим. 12). Поэтому условие равенства затрат на входе и выходе модели при наличии в ней ограничения по расходу ресурса имеет вид:

$$\sum_{j=1}^{n} p_j x_j = \sum_{i=1}^{n} (\check{z}_i \check{h}_i - \hat{z}_i \hat{h}_i). \tag{17}$$

Здесь значком $\vee$ отмечен воспроизводимый в пределах комплекса продукт и его двойственная оценка, а $\wedge$ — невоспроизводимый ресурс и его двойственная оценка.

Следовательно, из оценок конечной продукции на выходе модели исключается та часть, которая приходится на дифференциальные оценки, отчего выходные оценки продукции возвращаются к уровню средних затрат производства.

В условиях частной собственности на землю и другие природные богатства сумма $\hat{z}_i\hat{h}_i$ передается предпринимателем их владельцу в качестве платы за пользование.

---

[12] Умножив уравнение (14) на -1, получим $z_{n+1}>0$, но при этом двойственная оценка ресурса станет отрицательной $(h_{n+1}<0)$.

Источником этих платежей является чистый доход капиталиста, поскольку они, если их не вычесть из выходных цен, идут сверх общей суммы входных затрат, как это видно из выражения (17) и примера на рис. 5. Но природе социалистического хозяйства такое перераспределение национального дохода чуждо. Равновесие затрат и результатов устанавливается по формуле (17) без какого-либо ущерба для государственного бюджета и доходов населения.[13] Поэтому опасение того, что учет ограниченности ресурсов приведет ко всеобщему и несбалансированному повышению цен и потребует компенсации в виде соответствующего повышения заработной платы, не имеет оснований. В интересах экономного использования ресурсов, например земли, воды, зданий, сооружений, за пределами производственной сферы социалистическое государство как единственный собственник этих ресурсов может распространить взимание рентных платежей на сферу услуг. При этом, если полученный доход будет обращен на социально-культурные мероприятия и снижение розничных цен на товары массового потребления, сдвигов в балансе доходов и расходов населения также не произойдет.

Природные ресурсы, получающие оценку для расчетов между экономически самостоятельными звеньями в пределах народнохозяйственного комплекса, на входе модели народного хозяйства бесплатны. Здесь в той или иной форме фигурируют только затраты труда на единицу валовой продукции. Результат их линейного преобразования — двойственные оценки на выходе модели, которые отличаются от входных затрат труда количественно: за счет перехода от валовой продукции к конечной и вытекающих отсюда затрат обратной связи. Таким образом, принцип оценки ограниченных ресурсов и их оплата не вносят в состав стоимости продукции элементов затрат, которые не сводились бы к затратам труда или к экономии труда.

3. Эффективность затрат и дисконтирование

Переходя к анализу изменения затрат во времени, будем считать, что трудовые затраты в производственном комплексе (затраты на рабочую силу) в течение определенного периода, который обозначим τ, остаются на одном уровне. В этом случае источником увеличения продукции служит рост производительности труда за счет дополнительных капитальных вложений, а сумма затрат на оплату труда за год t ($t=1, 2, \ldots, \tau$) не меняется во времени.

$$P^{(t)}X^{(t)}=H^{(t)}Z^{(t)}=\text{const}. \tag{18}$$

Заменим в динамических моделях (табл. 1 и 2) темпы прироста продукции за период темпами прироста производительности труда как равновеликими при таких предпосылках величинами. Темп прироста производительности труда $\varepsilon_j^{(t)}$ по валовой продукции j-й отрасли в t-м году займет место параметра $\omega_j^{(t)}$ в моделях 1 — I и 2 — II. В моделях 3 — III и 4 — IV вместо параметра $\psi_i^{(t)}$ будет $\gamma_i^{(t)}$ — темп прироста производительности труда в i-й отрасли по ее конечной продукции, которая представляет собой в рассматриваемых динамических моделях часть фонда потребления, создаваемую в i-й отрасли.

Выразим значения входных и выходных величин в году $t=2$ через базисные значения (при $t=1$).

Поскольку согласно условию

$$P^{(1)}X^{(1)}=P^{(2)}X^{(2)},\quad H^{(1)}Z^{(1)}=H^{(2)}Z^{(2)}, \tag{19}$$

$$X^{(2)}=(E+\mathcal{E}^{(2)})X^{(1)},\quad Z^{(2)}=(E+\Gamma^{(2)})Z^{(1)}, \tag{20}$$

---

[13] Система двух уровней цен, одного для сферы производства, другого для сферы потребления, давно сложилась в виде оптовых и розничных цен. Окупить торговые издержки — далеко не единственное назначение этой системы.

то

$$P^{(1)}=P^{(2)}(E+\mathscr{E}^{(2)}),\ H^{(1)}=H^{(2)}(E+\Gamma^{(2)}). \tag{21}$$

Здесь $\Gamma^{(2)}=(\gamma_i^{(2)})$ и $\mathscr{E}^{(2)}=(\varepsilon_j^{(2)})$ — диагональные матрицы.

Таким образом, каждая компонента векторов продукции и затрат первого периода умножена или разделена на соответствующий темп роста производительности труда

$$1+\varepsilon_j^{(2)}=1+\frac{\Delta x_j^{(2)}}{x_j^{(1)}},\ 1+\gamma_i^{(2)}=1+\frac{\Delta z_i^{(2)}}{z_i^{(1)}}. \tag{22}$$

В случае равномерного роста производительности труда со среднегодовым темпом $1+\bar{\varepsilon}_j$ (по валовой продукции) и $1+\bar{\gamma}_i$ (по конечной) объем продукции и затраты на единицу в t-м году составят по отношению к уровню базисного года:

$$x_j^{(t)}=(1+\bar{\varepsilon}_j)^{t-1}x_j^{(1)},\quad z_i^{(t)}=(1+\bar{\gamma}_i)^{t-1}z_i^{(1)} \tag{23}$$

$$p_j^{(t)}=\frac{1}{(1+\bar{\varepsilon}_j)^{t-1}}p_j^{(1)},\quad h_i^{(t)}=\frac{1}{(1+\bar{\gamma}_i)^{t-1}}h_i^{(1)}. \tag{24}$$

Если темпы роста положительны, то $p_j^{(t)}<p_j^{(1)}$, $h_i^{(t)}<h_i^{(1)}$. Рост объема производства и снижение затрат на единицу продукции представляют собой две формы выражения эффекта расширенного воспроизводства — подъема производительности труда.[14]

Единица конечной продукции в первом периоде эквивалентна, с точки зрения затрат на нее, $(1+\bar{\gamma}_i)^{t-1}$ единицам продукции в t-м периоде. Рубль затрат на конечную продукцию в t-м периоде в смысле отдачи (эффективности) эквивалентен $(1+\bar{\gamma}_i)^{t-1}$ рублям затрат в первом периоде.

Годовой экономический эффект выражается а) в увеличении выпуска валовой продукции на $x_j^{(t)}-x_j^{(t-1)}=\bar{\varepsilon}_j x_j^{(t-1)}$ единиц или конечной продукции на $\bar{\gamma}_i z_i^{(t-1)}$ единиц, б) в снижении затрат — на единицу валовой продукции в размере $p_j^{(t-1)}-p_j^{(t)}=\bar{\varepsilon}_j p_j^{(t)}$ рублей, а на единицу конечной продукции $\bar{\gamma}_i h_i^{(t)}$ рублей. Экономия на рубль затрат в t-м году составит соответственно $\bar{\varepsilon}_j$ и $\bar{\gamma}_i$ рублей (таков же численно прирост продукции на единицу выпуска в $t-1$-м году). Следовательно, параметр, который в соотношениях (23) означает темп прироста продукции (соответственно, валовой и конечной) за счет увеличения производительности труда, в двойственных им соотношениях (24) выражает экономию затрат. Иными словами, темп прироста производительности труда — мера экономической эффективности затрат на единицу продукции и потому служит для соизмерения разновременных затрат с точки зрения их эффективности (коэффициент дисконтирования равен темпу роста производительности)[15].

Если продукция разных периодов оценена в современных ей ценах, то затраты на весь объем конечной продукции i-й отрасли $h_i^{(t)}z_i^{(t)}$ сопоставимы во времени и не нуждаются в дисконтировании, как это следует из выражений (19)—(21) или (23), (24). Однако масштаб цен обыкновенно стабилен в течение длительного времени. Поэтому для калькуляции затрат будущих периодов используются цены базисного периода, более высокие, чем те, что соответствуют перспективным условиям. Деление $h_i^{(1)}$ в выраже-

---

[14] Такова же природа снижения экстремальных двойственных оценок от периода к периоду: Л. В. Канторович, Экономический расчет наилучшего использования ресурсов. М., 1959, стр. 187—192, 291—293.

[15] С. Г. Струмилин издавна рассматривает темп роста производительности труда как экономический соизмеритель продуктов труда прошлых периодов с тождественными продуктами будущих периодов (С. Г. Струмилин, Очерки социалистической экономики СССР. М., 1959, стр. 71—97). Вместе с тем он отвергает саму идею оценки эффективности капитальных вложений и рентабельности производственных способов. Насколько противоречива эта позиция, станет ясно из дальнейшего.

ниях (24) на коэффициент дисконтирования $(1+\gamma_r)^{t-1}$ — способ определения затрат в t-м году при данных предпосылках. По отношению к сумме затрат в базисных ценах на весь объем i-го продукта речь идет о приведении ее к виду, не зависящему от фактора времени:

$$z_i^{(t)} \frac{h_i^{(1)}}{(1+\bar{\gamma}_i)^{t-1}} = z_i^{(t)} h_i^{(t)}. \tag{25}$$

Обычно этот расчет трактуется как приведение затрат к условиям начального периода.[16] Это верно в том смысле, что в частности

$$z_i^{(t)} h_i^{(t)} = z_i^{(1)} h_i^{(1)}.$$

К этому результату придем непосредственно, если коэффициент дисконтирования отнесем к продукции, как в выражениях (24):

$$\frac{z_i^{(t)}}{(1+\bar{\gamma}_i)^{t-1}} h_i^{(1)} = z_i^{(1)} h_i^{(1)}. \tag{26}$$

Расшифруем соотношение затрат на единицу конечной продукции r-й отрасли в первом и втором периодах:

$$\begin{aligned} h_r^{(1)} = h_r^{(2)} (1+\bar{\gamma}_r) = p_r^{(1)} + \sum_i a_{ir}^{(1)} h_i^{(1)} + \bar{\varepsilon}_r \sum_i f_{ir}^{(1)} h_i^{(1)} = \\ = (p_r^{(2)} + \sum_i a_{ir}^{(2)} h_i^{(2)} + \bar{\varepsilon}_r \sum_i f_{ir}^{(2)} h_i^{(2)}) (1+\bar{\gamma}_r). \end{aligned} \tag{27}$$

Отсюда

$$\bar{\varepsilon}_r = \frac{(p_r^{(1)} + \sum_i a_{ir}^{(1)} h_i^{(1)}) - (p_r^{(2)} + \sum_i a_{ir}^{(2)} h_i^{(2)}) (1+\bar{\gamma}_r)}{(\sum_i f_{ir}^{(2)} h_i^{(2)}) (1+\bar{\gamma}_r) - \sum_i f_{ir}^{(1)} h_i^{(1)}}. \tag{28}$$

В числителе выражения (28) уменьшаемое представляет собой себестоимость единицы r-й продукции в первом году $(S_r^{(1)})$, вычитаемое — себестоимость во втором году в затратах, приведенных к первому году $(S_r^{(2)})$; в знаменателе соответственно — капитальные затраты второго года в сопоставимой оценке $(K_r^{(2)})$ и капитальные затраты первого года $(K_r^{(1)})$:

$$\bar{\varepsilon}_r = \frac{S_r^{(1)} - S_r^{(2)}}{K_r^{(2)} - K_r^{(1)}}. \tag{28'}$$

Мы видим, что приращение капитальных затрат во втором периоде по сравнению с первым обеспечивает экономию текущих затрат в размере $\bar{\varepsilon}_r$ на рубль прироста капитальных вложений.

Отраслевые темпы прироста производительности труда, получаемые в динамической народнохозяйственной модели плана, служат эталоном для оценки эффективности локальных вариантов производства, не представленных в плане. Те из них, что не дают такой экономии, не эффективны (убыточны), ибо, войдя в план, понизили бы рентабельность отрасли. Значит речь идет о м и н и м а л ь н о м уровне экономии затрат за счет капитальных вложений, при котором эти вложения еще оправданы.

Из сказанного можно заключить, что определяемый в межотраслевой динамической модели темп прироста производительности труда по валовой продукции есть в то же

[16] Типовая методика определения экономической эффективности капитальных вложений. «Экономическая газета», 1969, № 39.

время и нормативный коэффициент сравнительной эффективности капитальных вложений, а выражение (29), отвечающее модели 2 с символом $\bar{\varepsilon}_r$ вместо ω_r, — формула приведенных затрат на единицу конечной продукции r-й отрасли.[17]

$$h_r = p_r + \sum_i a_{ir} h_i + \bar{\varepsilon}_r \sum_i f_{ir} h_i = \min. \tag{29}$$

Аналогичным образом нетрудно установить, что уравнение модели 3 (табл. 1) модифицируется в выражение приведенных затрат на единицу валовой продукции и что для этой модели искомый темп прироста производительности труда по конечной продукции тождествен при прочих равных условиях [18] коэффициенту сравнительной эффективности капитальных вложений.

Такой подход к норме эффективности дает вещественную основу для расчета этого важного показателя, обычно принимаемого на основе слишком общих соображений.[19]

Как различаются по отраслям темпы прироста продукции в моделях 1 и 4, так различны те же показатели в роли норм эффективности в моделях 2 и 3.

Однако единство фонда капитальных вложений в социалистической экономике и его ограниченность приводят к образованию единого для сферы материального производства норматива эффективности капитальных вложений (дифференциальной оценки капитальных вложений) на уровне темпа прироста производительности труда той отрасли, где этот темп наибольший — согласно заданному режиму воспроизводства (росту спроса на продукцию).[20] В этом случае новые вложения будут представлены в приведенных затратах на конечную продукцию — формула (29) — единым коэффициентом эффективности, означающим, как и прежде, минимальную экономию, при которой в этих условиях еще оправданы дополнительные капитальные затраты.

Таков же в этих условиях темп прироста производительности труда по конечной продукции.

Как ясно из выражений (21), (24) и (25), соответствующая величина темпа роста служит единым для всех отраслей коэффициентом дисконтирования.

Таким образом, норма эффективности капитальных вложений в составе приведенных затрат на единицу конечной продукции сферы материального производства равна максимальному из отраслевых темпов годового прироста производительности труда по валовой продукции.

---

[17] В формулах (28) и (28′), которые соответствуют обычному выражению коэффициента сравнительной эффективности, $t=1$ и $t=2$ выступают как два конкурирующих варианта производства, вошедших в план и потому равноэффективных. Если бы в нашей модели многовариантность имела место для каждого периода времени, то эти формулы можно было бы вывести и не прибегая к усреднению темпов прироста производительности труда.

[18] Зависимость нормы эффективности от прироста чистой продукции, темпа роста трудовых ресурсов, доли потребления в национальном доходе, его фондоемкости, технического прогресса, периода создания фондов (лага), их физического и морального износа анализируется на однопродуктовой модели в работе: Л. В. Канторович, Альб. Л. Вайнштейн, Об исчислении нормы эффективности на основе однопродуктовой модели развития хозяйства. «Экономика и математические методы», 1967, вып. 5.

[19] А. Л. Лурье, О расчетах нормы эффективности и об однопродуктовой непрерывной модели народного хозяйства. «Экономика и математические методы», 1969, вып. 3; А. Митрофанов, О совершенствовании методов определения экономической эффективности капитальных вложений. «Плановое хозяйство», 1969, № 10, стр. 39, 40.

[20] Поскольку коэффициент эффективности равен темпу прироста производительности труда, капитальные затраты будут входить в приведенные затраты на продукцию этой отрасли в большей доле, чем в других отраслях, что ставит ее в худшие условия. Механизм выравнивания условий хозяйствования и образования дифференциальной оценки эффективности капитальных вложений в принципе аналогичен тому, который был описан в разделе 2.

Представленные здесь соображения об измерении эффективности капитальных вложений и трудовых затрат вообще близки к выводам о равенстве нормативного коэффициента эффективности вложений максимальному темпу прироста производства, которые были сделаны В. В. Новожиловым на основе анализа эффективности затрат на производство отдельных продуктов.[21] Л. Канторович и В. Макаров показали, что существует непосредственная связь между нормой эффективности капитальных вложений и предельным темпом роста линейной динамической модели оптимального планирования.[22]

Мы видели вместе с тем, что норма эффективности капитальных вложений совпадает с темпом прироста продукции лишь в частном случае, когда численность рабочей силы не изменяется, т. е. когда темп роста производства уравнивается с темпом роста производительности труда.

Вообще же говоря, темп прироста продукции выше нормы эффективности, если объем трудовых затрат увеличивается, и ниже ее, если сокращается. В первом случае темп роста продукции в роли коэффициента дисконтирования занижал бы оценку будущих затрат на единицу продукции, а во втором случае — преувеличивал бы ее.

Действительно, так как $Z^{(2)}=Z^{(1)}(E+\Psi^{(2)})$, то при увеличении суммы трудовых затрат $(H^{(2)}Z^{(2)}>H^{(1)}Z^{(1)})$ окажется, что

$$H^{(2)}>H^{(1)}(E+\Psi^{(2)})^{-1}, \tag{30}$$

а при уменьшении $(H^{(2)}Z^{(2)}<H^{(1)}Z^{(1)})$ будет

$$H^{(2)}<H^{(1)}(E+\Psi^{(2)})^{-1}. \tag{31}$$

Здесь $\Psi^{(2)}=(\psi_i^{(2)})$ — диагональная матрица.

*

Практическая реализация принципа двойственности обеспечивает единство плана производства продукции и плана ее стоимостной оценки, учет всего комплекса взаимосвязей экономических параметров, включая эффективность капитальных вложений, темпы воспроизводства и ограничивающие условия.

В том, что мерой и нормой эффективности капитальных вложений и текущих затрат служит скорость, с какой растет производительность труда, проявляется главенствующая роль этого фактора в общественном прогрессе, как она была определена В. И. Лениным в известной формуле: «Производительность труда, это, в последнем счете, самое важное, самое главное для победы нового общественного строя».[23]

Институт экономики
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию
30/IX 1969

[21] В. В. Новожилов, Проблемы измерения затрат и результатов при оптимальном планировании. М., 1967, стр. 192—200; В. В. Новожилов, Фактор времени в экономических расчетах. В кн.: Математико-экономические проблемы. Л., 1963, стр. 11—14.

[22] Л. В. Канторович, В. Л. Макаров, Оптимальные модели перспективного планирования. В кн.: Применение математики в экономических исследованиях. М., 1965, стр. 42, 43. Большинство экономистов не согласно с такого рода интерпретацией нормы эффективности, а некоторые критикуют этот подход: А. Л. Лурье, О расчетах нормы эффективности и об однопродуктовой непрерывной модели народного хозяйства. «Экономика и математические методы», 1969, вып. 3; В. Н. Богачев, Срок окупаемости. М., 1966, стр. 222—231.

[23] В. И. Ленин, Великий почин. Полн. собр. соч., т. 39. М., 1963, стр. 21.

I. KAGANOVITS

KULUDE MUUNDUMINE TAGASISIDESTUSEGA DUAALSETES MUDELITES. I

Resümee

Artiklis analüüsitakse duaalsuse ökonoomilisi aspekte tööväärtusteooria seisukohalt. Majandusliku tasakaalu dünaamiliste duaalsete ja kaasmudelite abil uuritakse tagasisidestusega tootmiskompleksi kulude kujunemist ja muundumist.

Duaalsuse printsiibi rakendamine tagab üheaegselt tootmisplaaniga ka hindade plaani saamise, kusjuures on arvestatud kogu majanduslike parameetrite kompleksi, sealhulgas ka kapitaalmahutuste efektiivsust, laiendatud taastootmise kasvutempot ja piiravaid tingimusi.

Taandatud kulude valemis tootmissfääri lõpptoodangu ühiku kohta esinevat kapitaalmahutuste efektiivsuse normatiivi interpreteeritakse tööviljakuse aastase juurdekasvu tempona kogutoodangu järgi harus, kus see tempo on kõrgeim.

Eesti NSV Teaduste Akadeemia
Majanduse Instituut

Saabus toimetusse
30. IX 1969

I. KAGANOVICH

TRANSFORMATION OF THE INPUT IN FEEDBACK DUAL MODELS. I

Summary

The author analyzes the economic aspects of the problem of duality from the viewpoint of the labour value theory. On the hand of dual and associative models, a study is made of the process of formation and transformation of input in the productional complex with feedback.

The realization of the principle of duality guarantees achieving the unity of the productional plan with the plan of prices, together with the entire complex of economic parameters involved, including the effectiveness of capital investments, the growth rate of extended reproduction, and the limiting factors.

In the formula of the reduced input, the normative of capital investments per unit of the final product of a productional sphere is interpreted as the annual increase in the growth rate of the labour productivity, according to the gross output of that branch, in which that rate is the highest.

Academy of Sciences of the Estonian SSR,
Institute of Economics

Received
Sept. 30, 1969