

<https://doi.org/10.3176/hum.soc.sci.1969.2.07>

Г. ФЕЛИЦИУС

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПОСТАВОК. I. МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ

В настоящее время большое внимание уделяется проблеме оптимального управления промышленным производством. Особое значение приобретают вопросы материально-технического снабжения, в первую очередь — необходимость создания в масштабах всего народного хозяйства системы управления товарными запасами.

Однако отсутствие достаточно эффективной, экономически обоснованной методики, четких научных рекомендаций и нормативных документов по регулированию поставок, а также низкая эффективность действующей системы транзитных норм не позволяют в должной мере оптимизировать процессы материально-технического снабжения.

Предлагаемая работа ставит целью в какой-то мере способствовать решению задачи оптимизации материально-технического снабжения на основе математических моделей экономических процессов поставок продукции производственно-технического назначения. Ее следует рассматривать как рабочую гипотезу математической теории процессов поставок, на базе которой станет возможным создание эффективной системы нормирования и количественного регулирования совокупных народнохозяйственных запасов и издержек обращения.

В практике поставок продукции и при нормировании оборотных средств часто возникает необходимость определить среднюю величину запасов, формирующихся у потребителя в течение определенного отрезка времени. К сожалению, у экономистов нет единого мнения по вопросу исчисления этой величины, а рекомендации, формулы и примеры нормативных документов и справочной литературы в большинстве своем не идентичны и приводят к противоречивым выводам.

Наиболее распространенная и рекомендуемая нормативными документами методика определения средней величины текущих запасов в виде половины произведения средневзвешенного интервала между поставками на среднесуточное потребление [1-4] является приближенной и дает весьма заниженный результат. Кроме того, она не может рассматриваться как модель процесса поставок, так как не отражает его основных закономерностей.

От этих недостатков свободна предлагаемая модель формирования текущих запасов при произвольном характере поставок у потребителей, расходующих продукцию равномерно.

Если через q_i обозначить величину партий поставки, а через Z_i остаток продукции на складе в момент i -го поступления, то средняя величина текущих запасов (Z) в результате осуществления n поставок будет

$$Z = \frac{q_{\text{ср}}}{2} + \frac{\sum (q_{\text{ср}} - q_i)^2}{2 \sum q_i} + \frac{\sum q_i z_i}{\sum q_i}, \quad (1)$$

где $q_{\text{ср}} = \frac{\sum q_i}{n}$.

Отсюда следует, что общая величина запасов имеет три составляющих. Первая объективно необходимая составляющая обусловлена дискретным характером поставок и равна половине средней величины партии поставки. Такие запасы формируются в том случае, если поставки одинаковы по величине и осуществляются через равные интервалы времени. Вторая составляющая обусловлена исключительно варьированием величины поставок, при равных поставках равняется нулю. Третья составляющая зависит от неравномерности поставок во времени и представляет собой запасы, образующиеся за счет поставок, осуществленных с опережением сроков, до полного исчерпания запасов, уже образовавшихся у потребителя.

Основное достоинство модели (1) — абсолютная точность вычисления средней величины текущих запасов.

Согласно (1), величина текущих запасов при неизменном объеме потребления Σq_i и количестве поставок n будет тем больше, чем больше отклоняются величины партии поставок от среднего значения (чем больше их дисперсия) и чем больше средневзвешенная величина остатка от предыдущих поставок.

Однако даже равновеликие поставки, осуществляемые через равные интервалы времени, нельзя считать оптимальными. Для оптимизации поставок важно правильно определить величину партии поставки q или число поставок n за данный период T при данном объеме потребления V .

Формулу для определения оптимального размера партии, исходя из минимума издержек обращения, предложил еще в 1916 г. Вильсон, она широко используется в зарубежной практике управления запасами [5, 6].

Отметим, что выражение для определения оптимальной партии поставки

$$q = \sqrt{\frac{2C_1}{C_2}} \sqrt{V},$$

где C_1 — транспортно-заготовительные расходы, C_2 — расходы по хранению, имеет один существенный недостаток: принимаемая за постоянную величина C_1 в действительности зависит от размера партии поставки.

Поэтому не достаточно ясен вопрос определения величины партии поставки, минимизирующей издержки, не говоря уже об определении оптимального размера поставки при других критериях оптимальности.

Автор получил выражение оптимальной величины партии поставки для более общего случая:

$$q = K \sqrt{V}, \quad (2)$$

где K — константа, определение которой будет рассмотрено ниже.

Такой же характер имеет выражение для оптимального числа поставок

$$n = \sqrt{V}/K; \quad (3)$$

модели (2) и (3) получены при постулировании логически обоснованного предположения, что с увеличением объема потребления в равной мере должны изменяться два параметра поставок: величина партии поставки q и обратная ей величина, интервал между поставками, r .

Поскольку при равномерных во времени поставках средняя величина запасов равна $q/2$, в соответствии с выражением (2) получим

$$Z = q/2 = K \sqrt{V}/2. \quad (4)$$

Из (4) видно, что запасы у потребителя при любом значении зависят от параметра K , который, следовательно, является коэффициентом пропорциональности запасов. Придавая K различные значения, можно изменять величину запасов у потребителя в нужных пределах, т. е. управлять этими запасами.

Рассмотрим, как определить оптимальные значения коэффициента K , исходя из минимума запасов или издержек обращения.

При минимизации запасов значение K можно определить с помощью ограничений, вводимых для величины партии поставки и для объема потребления. В реальных условиях величина партии поставки не может быть меньше определенного предела q_{\min} , обусловленного видом упаковки, родом транспортных средств, соображениями организационного порядка и т. п. С другой стороны, объем потребления за планируемый период T также практически имеет предел ниже V_{\min} .

Следовательно, минимальное значение коэффициента K_{\min} может быть найдено из (2):

$$K_{\min} = q_{\min} / \sqrt{V_{\min}}. \quad (5)$$

Необходимо отметить, что значение K_{\min} при принятом способе поставок является одновременно и минимально возможным.

Если значение коэффициента запасов меньше, чем K_{\min} , то необходимо либо изменить условия поставки, либо принять более высокий предел для V_{\min} , что не всегда возможно при сложившихся хозяйственных связях.

Отметим, что при поставках продукции со складов снабженческо-сбытовых организаций партии поставки, как правило, разукрупняются и, следовательно, коэффициент запасов при складских поставках будет меньше, чем при транзитных. Этим, собственно, обусловлено снижение запасов при переходе с транзитных поставок на складские.

Несколько сложнее определить величину коэффициента запасов K , исходя из минимума издержек обращения.

В общем случае издержки обращения имеют две составляющие: расходы по хранению запасов и расходы по транспортно-заготовительным операциям. Издержки по хранению запасов ($S_{\text{хр}}$) пропорциональны величине запасов и могут быть выражены в виде

$$S_{\text{хр}} = hZ = hK\sqrt{V}/2, \quad (6)$$

где h — расходы по хранению и иммобилизации средств в запасы за год, равные 7,5% стоимости запасов. Вторая составляющая издержек, возникающих в процессе осуществления транспортных операций, равна произведению n на затраты по транспортированию одной поставки. Эти затраты можно представить в виде линейной функции от поставки q

$$\gamma = a + \beta q = a + \beta \cdot K\sqrt{V}, \quad (7)$$

где γ — полные затраты по транспортированию одной поставки, a — постоянная составляющая этих затрат.

Корреляционная зависимость вида (7) может быть найдена при статистической обработке данных о фактических расходах по перевозке продукции, а также по тарифным таблицам [7, 8].

На линейную зависимость между транспортными издержками и величиной партии поставки указано также в [5].

Аппроксимация табличных данных, приведенных в тарифных руководствах, позволяет получить лишь усредненные значения транспортных издержек, поэтому в ряде случаев можно пользоваться готовыми формулами линейной зависимости себестоимости перевозок от веса груза [9, 10] для повагонных и мелких отправок и контейнерных перевозок.

Чтобы определить транспортные издержки, необходимо стоимость перевозки одной поставки умножить на число поставок. Тогда величину транспортных издержек ($S_{\text{тр}}$) в соответствии с вышеуказанным и [9] можно выразить в виде

$$S_{\text{тр}} = (a + \beta q) \cdot n = a\sqrt{V}/K + \beta V. \quad (8)$$

Величину полных издержек ($S_{\text{полн}}$) получаем с учетом (6), (7):

$$S_{\text{полн}} = hK\sqrt{V}/2 + a\sqrt{V}/K + \beta V/2. \quad (8)$$

Дифференцируя значение $S_{\text{полн}}$ по K и приравнявая первую производную нулю, получаем выражение оптимального в смысле издержек коэффициента запасов в виде

$$\begin{aligned} h\sqrt{V}/2 - \alpha\sqrt{V}/k^2 &= 0; \\ K_{\text{опт}} &= \sqrt{2\alpha/h}. \end{aligned} \quad (9)$$

Подкоренное выражение для коэффициента запасов (9) отличается от аналогичного в формуле Вильсона тем, что числитель представляет собой удвоенное значение постоянной составляющей общих расходов по перевозкам, тогда как в формуле Вильсона числитель равен удвоенной величине полных транспортных расходов в предположении, что они не зависят от величин партии поставки. В этом формальном отличии заключен принципиально новый подход к определению оптимальной величины партии поставки, так как упрощается ее вычисление.

Наибольший интерес представляет возможность оптимизации запасов и издержек в масштабе всего народного хозяйства, причем на базе не локальных критериев оптимальности, рассмотренных выше, а единой системы управления процессами поставок на основе математических моделей, использование которых дает максимальный экономический эффект в этой области.

В основу данного исследования положен математико-статистический метод, заключающийся в том, что вся совокупность потребителей и поставок разбивается на интервальные группы, затем определяются основные зависимости для каждой группы и строятся обобщающие модели.

Возможность образования таких групп вытекает из практики поставок и модели (3) вследствие того, что в общей массе потребителей всегда есть группы, количество поставок которым за определенный период будет выражено целым числом n , ($n = 1, 2, 3, \dots, m$). При этом у отдельных потребителей в группе объемы потребления могут варьировать.

В общем случае порядок группировки потребителей в группы может быть любым, но нужно стремиться к тому, чтобы интервалы между группами были равновеликими. Распределение потребителей на интервальные группы может осуществляться по различным признакам: объему потребления, величине партии поставки, числу поставок и т. п. В [11, 12], например, в основу группировки положена величина партий поставок.

В данном исследовании принят метод распределения потребителей на группы с равными интервалами объемов потребления. Так, чтобы в первой группе оказались потребители со средним объемом потребления V_0 , во второй — $2V_0$, в третьей — $3V_0$ и т. д.

Тогда, если коэффициент запасов равен K , то средняя величина партии поставки для каждого интервала будет $q_1 = K\sqrt{V_0}$; $q_2 = K\sqrt{2V_0} = K\sqrt{2}V_0$, или в общем случае для интервала с индексом i $q_i = K\sqrt{V_i} = K\sqrt{iV_0}$, аналогичное выражение получим для числа поставок

$$n = \sqrt{V_i}/K = \sqrt{iV_0}/K.$$

Число потребителей в интервальной группе зависит от структуры потребления и сложившихся производственно-экономических связей, причем каждый вид продукции имеет свою структуру потребления и присущее ей распределение потребителей.

В практике поставок наблюдается обратная пропорциональная зависимость между числом потребителей в интервальных группах и средним объемом потребления группы потребителей.

Данные о количестве потребителей в каждой интервальной группе можно получить при статистической обработке разрядок на поставку продуктов путем отнесения каждого потребителя к определенной интервальной группе и подсчета количества потребителей N_1, N_2, \dots, N_m , попавших в интервал.

Полученные при статистической обработке дискретные значения количества потребителей в каждой интервальной группе целесообразно предварительно выровнять по методу наименьших квадратов. При выборе корреляционного уравнения связи необхо-

димо исходить из того, что для подавляющего большинства видов продукции с ростом объема потребления количество потребителей уменьшается. В качестве уравнения связи между количеством потребителей N и объемом потребления V следует принять гипер-

болическую зависимость вида $N = \frac{a}{V} + b$.

Проведенные исследования показали, что когда число потребителей продукции сравнительно большое, величина свободного члена уравнения связи b стремится к нулю, поэтому без ущерба для точности вычислений можно принять $b = 0$. Это, во-первых, упрощает расчеты и характер выражения, а, во-вторых, позволяет для уравнения связи по равнобочной гиперболы вида $N = a/V$ предложить простой, не требующий трудоемкой статистической обработки способ нахождения коэффициента a из следующего приближенного выражения:

$$a = \sum N / \ln m, \quad (10)$$

где m — индекс последнего интервала, в который входят потребители с максимальным объемом потребления.

В практике снабжения может возникнуть необходимость определения совокупных запасов или издержек обращения для неупорядоченных поставок. В этом случае K может быть найден только после статистической обработки данных о поставках за прошедший период времени.

Можно рекомендовать следующий способ статистической обработки данных о фактических поставках.

Для потребителей каждого интервала величина партии поставки усредняется путем деления суммарного объема поставок на их общее число, после чего по полученным усредненным интервальным значениям q_i строится корреляционная параболическая зависимость $V = q^2/K^2$.

В этом случае значение коэффициента корреляционной связи определяется по методу наименьших квадратов из следующего нормального уравнения:

$$K = \sqrt{\sum q_i^4 / \sum V_i q_i^2}, \quad (11)$$

где V_i и q_i — соответствующие фактические значения суммируемых объемов потребления и величин партий поставки каждого интервала. Коэффициент запасов K рекомендуется определять из корреляционной, параболической зависимости и в тех случаях, когда необходимо оценить степень отклонения фактических параметров поставок от заданных.

Таким образом, после указанной математико-статистической подготовки в распоряжении исследователя имеются четыре функциональные зависимости от объема потребления V : величины партии поставки $f_q(V)$, количества потребителей $f_N(V)$, издержек обращения $f_S(V)$, числа поставок $f_n(V)$.

$$q = f_q(V); N = f_N(V); S = f_S(V); n = f_n(V).$$

По первым двум можно определить совокупные запасы, а три последние используются при нахождении издержек обращения. Для того чтобы упростить расчеты, вместо абсолютных значений объемов потребления V целесообразно пользоваться их относительными единицами $W = V/V_0$, где V_0 — единичный объем, равный среднему объему потребления в первом интервале.

Предлагаемая методика определения совокупных запасов и издержек обращения заключается в следующем. Совокупные запасы определяются в виде полусуммы попарных произведений q_i на N_i для всех значений интервалов W_i , ($i = 1, 2, \dots, m$).

Для этого достаточно построить функцию запасов $Z = F(W_i) = f_q(W_i)f_N(W_i)$ и просуммировать ее значения по i . Поскольку W_i выражено в условных единицах, действие суммирования можно заменить интегрированием

$$Z_{\text{сов}} = \int_0^m F(W) dW,$$

где совокупные запасы ($Z_{\text{сов}}$) определяются для каждого вида поставок отдельно.

Например, совокупные запасы (Z_T) при транзитном снабжении

$$\begin{aligned} Z_T &= N_i K_T \sqrt{\bar{W}_i} / 2 = a K_T / 2 \sqrt{\bar{W}_i}, \\ Z_T &= \int_0^m a K_T dW / 2 \sqrt{\bar{W}} = a K_T \sqrt{\bar{W}_m}, \end{aligned} \quad (12)$$

где W_m — объем потребления в последнем интервале ($W_m = m$), K_c — коэффициент запасов при складских поставках, K_T — то же при транзитных поставках.

По аналогии с предыдущим, если поставки осуществляются только со снабженческо-сбытовых баз и складов, то совокупные запасы ($Z_{сов}$) равны

$$Z_{сов} = a K_c \sqrt{\bar{W}_m}. \quad (13)$$

Совокупные запасы на снабженческо-сбытовых базах ($Z_{баз}$) при исключительно складском снабжении находим в предположении, что общий объем складского снабжения $V_{баз}$ поделен поровну между M базами, тогда для одной базы

$$Z_{баз} = K_T \sqrt{V_{баз} / M} / 2 = K_T \sqrt{\bar{W}_i N_i} / 2 \sqrt{M} = K_T \sqrt{a} \sqrt{\bar{W}_i} / 2 \sqrt{M};$$

и для всех баз и складов после интегрирования получим:

$$Z_{баз} = K_T \sqrt{a M} \sqrt{\bar{W}_m} / 3. \quad (14)$$

Для запасов у единичного поставщика ($Z_{пост}$) при помощи методов теории вероятности получено следующее выражение

$$Z_{пост} = K_T \sqrt{\sum V_i / \sum N_i} / 2, \quad (15)$$

или в относительных объемах потребления после соответствующих преобразований

$$Z_{пост} = K_T \sqrt{\bar{W}_m / \ln m} / 2. \quad (16)$$

Приведенные модели совокупных запасов имеют самостоятельное значение и могут быть использованы для определения запасов у потребителей продукции, на снабженческо-сбытовых базах и складах и у поставщиков.

Определение транспортных издержек несколько сложнее и заключается в перемножении трех функций от объема потребления: числа поставок, числа потребителей и транспортных затрат, и последующего интегрирования этой результирующей функции:

$$F_{изд}(W) = f_n(W) f_N(W) f_S(W); \quad S_{сов} = \int_0^m F_{изд}(W) dW,$$

где $S_{сов}$ — совокупные издержки с учетом всех видов транспортных затрат. Так, совокупные затраты при транзитном снабжении и железнодорожных перевозках мелкими отправками ($S_{ТР}$) равны:

$$\begin{aligned} S_{ТР} &= \int_0^m (0,3a/K_T \sqrt{\bar{W}_i} + 5,2a\lambda_T) dW = \\ &= 0,6a \sqrt{\bar{W}_m} / K_T + 5,2a\lambda_T W_m. \end{aligned} \quad (17)$$

То же при складском снабжении и автотранспортных перевозках:

$$\begin{aligned} S_c &= \int_0^m (0,22a/K_c \sqrt{\bar{W}_i} + 0,9a\lambda_c) dW = \\ &= 0,44a \sqrt{\bar{W}_m} / K_c + 0,9a\lambda_c W_m. \end{aligned} \quad (18)$$

Затраты по завозу продукции снабженческо-сбытовым базам железнодорожным транспортом ($S_{\text{баз}}$) равны:

$$S_{\text{баз}} = \int_0^m (0,3 \sqrt{aM} \sqrt{W_i} / K_T + 5,2\lambda_T \sqrt{aM} W_i) dW = \\ = 0,2 \sqrt{aM} \sqrt{W_m^2} / K_T + 2,7\lambda_T \sqrt{aM} W_m^2, \quad (19)$$

где λ_T и λ_c — вес одной минимальной транзитной и одной минимальной складской поставки.

При использовании моделей (12)—(19) необходимо иметь в виду, что все значения даны в относительных единицах и для перехода к абсолютным величинам полученные результаты необходимо умножить на V_0 .

Функция затрат на автомобильные перевозки ($C_{\text{авт}}$) получена путем линейной аппроксимации данных соответствующих тарифов [8], а по железнодорожным перевозкам исчислена по [9]:

$$C_{\text{авт}} = 0,22 + 0,9\lambda_c K_c \sqrt{W_i}, \\ C_{\text{желез}} = 0,3 + 5,2\lambda_T K_T \sqrt{W_i}. \quad (20)$$

Издержки по хранению запасов в течение года могут быть получены умножением результатов по моделям (11)—(15) на $0,075 H$, где H — стоимость единицы поставляемого изделия.

Наряду с определением величины запасов или издержек обращения исключительно для транзитного или складского снабжения, часто нужно найти эти величины для смешанных форм снабжения и, по возможности, оптимизировать их.

В этом случае возникает довольно сложная проблема, каким образом оптимально поделить смешанное снабжение на транзитную и складскую части? Важность и неотложность решения этой проблемы не вызывает сомнений [13], так как действующие в течение последних 10 лет транзитные нормы не являются даже приближенно оптимальными и охватывают около 15% номенклатуры поставляемой продукции. Кроме того, нормы предусматривают ограничение не размеров потребления, а величины партии транзитной поставки, что нельзя признать правомерным, так как величина партии поставки — это производная величина объема потребления и, как это было показано выше, не однозначно зависит от него.

Предлагаемая ниже методика определения оптимального соотношения между транзитным и складским снабжением предусматривает нахождение народнохозяйственного сптимума по одному из двух критериев: минимума совокупных запасов или издержек обращения.

В основе предлагаемого метода лежит способ нахождения совокупных запасов или издержек обращения отдельно для каждого интервала, как это уже производилось выше, и последующего суммирования результатов.

В отличие от предыдущего в этом случае суммирование осуществляется не однократно и не в пределах $W_0 - W_m$, а последовательно, начиная с первого интервала, затем суммируются первые два, три и т. д.

При этом принимается, что начиная с первого интервала до интервала с индексом i снабжение всех потребителей идет через склад, а начиная с интервала i и кончая последним интервалом m осуществляется транзитом.

Тогда при изменении предела суммирования (интегрирования) от нуля до m совокупные запасы у потребителей от складских поставок растут от нуля до максимальной величины, а у транзитных потребителей уменьшаются от значений $Z_{\text{сов}}$ и $S_{\text{сов}}$ по моделям (12) и (17) до нуля. Запасы или издержки обращения на снабженческо-сбытовых базах при этом увеличиваются от нуля до максимальной величины, что обусловлено увеличением складского оборота.

Поскольку при этом последовательно суммируются ординаты функций совокупных

запасов и издержек обращения $F_z(W_i)$ или $F_s(W_i)$ (при $i = 1, 2, \dots, m$), то с учетом того, что W_i выражено в относительных единицах, суммирование можно заменить интегрированием функции при переменном верхнем пределе

$$Z_{\text{сов}} = \int_0^i F_z(W_i) dW; \quad (21)$$

$$S_{\text{сов}} = \int_0^i F_s(W_i) dW.$$

Совокупные запасы или издержки обращений по (21) для отдельных видов поставок (транзитных, складских и поставок снабсытовым базам и складам) необходимо просуммировать почленно.

Для нахождения минимума суммарных запасов или издержек обращения по всем звеньям снабжения необходимо полученную результирующую функцию продифференцировать и ее первую производную приравнять к нулю. Таким образом, над каждой функцией необходимо осуществить два противоположных действия — интегрирования и дифференцирования, не приводящих к ее изменению.

Следовательно, для нахождения экстремума оба действия можно не производить, а нужно лишь приравнять суммарную функцию запасов или издержек обращения к нулю и из полученного уравнения найти оптимальное значение W .

Определим составляющие обобщенных моделей запасов и издержек обращения отдельно для каждого вида снабжения. При транзитном снабжении с увеличением индекса интервала i запасы уменьшаются от максимальной величины до нуля. Их величина при изменении i от нуля до m равна сумме всех запасов отдельных интервалов в тех же пределах минус сумма запасов в интервале от нуля до i .

С учетом нецелесообразности проведения двух обратных действий, транзитную составляющую общих запасов ($Z_{\text{тр}}$) запишем из (12):

$$Z_{\text{тр}}(W_i) = aK_T \sqrt{m} - aK_T/2 \sqrt{W_i}. \quad (22)$$

По аналогии транзитную составляющую суммарных издержек по завозу ($S_{\text{тр}}$) найдем из (17):

$$S_{\text{тр}}(W_i) = 0,6a \sqrt{m}/K_T + 5,2a\lambda_T m - (0,3a/K_T \sqrt{W_i} + 5,2a\lambda_T). \quad (23)$$

Для складского снабжения составляющую суммарных запасов ($Z_{\text{ск}}$) получаем по аналогии с (13) и (22):

$$Z_{\text{ск}} = aK_c/2 \sqrt{W_i}. \quad (24)$$

Складская составляющая суммарных издержек по завозу в соответствии с (18) и (23) имеет следующий вид:

$$S_{\text{ск}} = 0,22a/K_c \sqrt{W_i} + 0,9a\lambda_c. \quad (25)$$

Составляющая суммарных запасов, формируемых в результате складского оборота на снабженческо-сбытовых базах, согласно (14), равна:

$$Z_{\text{баз}} = K_T \sqrt{aM} \sqrt{W_i}/2, \quad (26)$$

а составляющая транспортных издержек по доставке продукции снабженческо-сбытовым базам в соответствии с (19) равна:

$$S_{\text{баз}} = 0,3 \sqrt{aM} \sqrt{W_i}/K_T + 5,2\lambda_T \sqrt{aM} W_i. \quad (27)$$

Значение объема потребления W_z , оптимизирующее запасы, найдем путем приравнивания к нулю суммы по моделям (22), (24), (26), учитывая, что первый член выражения (22) уже интегрировался и после дифференцирования обратится в нуль:

$$Z_{\text{тр}} + Z_{\text{ск}} + Z_{\text{баз}} = 0;$$

после соответствующих сокращений получаем:

$$W_Z \sqrt{M/a} + K_c/K_T - 1 = 0.$$

Учитывая, что $K_c/K_T = R$, где R — степень разукрупнений поставок при переходе от транзитного к складскому снабжению ($R < 1$), и $a = \sum N/\ln m$, запишем выражение для оптимального объема потребления (V_Z):

$$V_Z = V_0(1 - R) \sqrt{\sum N/M \ln m}. \quad (28)$$

В результате получаем очень простое выражение для определения транзитного объема потребления, зависящего при данном числе интервалов m всего лишь от отношения числа потребителей к числу снабженческо-сбытовых баз и степени разукрупнения поставок R .

Для того чтобы определить значение объема потребления W_s , оптимизирующее издержки обращения, поступаем следующим образом: находим суммарную величину (уже дифференцированную) издержек по хранению в виде произведения стоимости хранения на величину суммарных запасов по моделям (22), (24), (26), затем — суммарную величину издержек по заводу в соответствии с моделями (23), (25), (27). Обе суммы складываем и приравниваем к нулю после чего из полученного уравнения находим W_s .

Составляющая суммарных издержек от хранения запасов (ΔS_{xp}) будет равна:

$$\Delta S_{xp} = P(aK_c/2 \sqrt{W_i} - aK_T/2 \sqrt{W_i} + K_T \sqrt{aM} \sqrt{W_i}/2), \quad (29)$$

где P — стоимость хранения и потерь от иммобилизации в запасы, отнесенная к единице запасов, которая ранее была принята в размере 7,5% стоимости изделий, находящихся на хранении в течение года ($P = 0,075 H$).

Составляющая суммарных издержек по транспортно-заготовительным операциям (ΔS_{tp}) определяется следующим образом:

$$\begin{aligned} \Delta S_{tp} = & -0,3a/K_T \sqrt{W_i} - 5,2a\lambda_T + 0,22a/K_c \sqrt{W_i} + \\ & + 0,9a\lambda_c + 0,3 \sqrt{aM} \sqrt{W_i}/K_T + 5,2\lambda_T \sqrt{aM} W_i. \end{aligned} \quad (30)$$

Суммирование составляющих по (29) и (30) и приравнивание суммы к нулю приводит к уравнению третьей степени относительно W_s , однако использование искусственного математического приема позволяет снизить степень уравнения на единицу, не внося в вычисления существенной погрешности. После весьма громоздких преобразований получим выражение для оптимальной величины объема потребления:

$$V_S = V_0(-A/2C + \sqrt{A^2/4C^2 - B/C})^2, \quad (31)$$

где $A = \sqrt{M/a}(1,8\lambda_c - 10,4\lambda_T)$,

$$B = 0,44/K_c - 0,6/K_T - P(K_T - K_c),$$

$$C = 10,4\lambda_T \sqrt{\sum m^5/\sum m^4} + PK_T + 0,6/K_T,$$

а суммы вида $\sum m^5$ и $\sum m^4$ определяются из [14], где вычислены эти значения до $m = 100$.

Рассмотренные модели предназначены в основном для поставок продукции мелкими отправлениями. Однако положенные в основу их принципы применимы для определения величин запасов, издержек обращения, соотношений между транзитным и складским снабжением при любых видах поставок, включая контейнерные и повагонные.

В этом случае интервал объемов потребления от V_0 до V_m разбивается на ряд подинтервалов соответственно количеству видов поставок, а произведения $f_q(W)f_N(W)$ или $f_n(W)f_N(W)f_s(W)$ вычисляются и суммируются отдельно для каждого подинтервала.

Выводы

1. Система взаимосвязанных и взаимообусловленных экономико-математических моделей предлагается как рабочая гипотеза математической теории управления процессами поставок.

2. Система предусматривает возможность упорядочения процессов поставок и снижения на этой основе народнохозяйственных запасов и издержек обращения, а также оптимизацию их совокупных величин.

3. Предполагается многокритериальный подход к оптимизации (минимум запасов, издержек обращения, капитальных вложений при размещении производства и др.), позволяющий получить как локальный, так и народнохозяйственный оптимумы.

4. На основе предлагаемой гипотезы возможно построение в народном хозяйстве страны всеобъемлющей и высокоэффективной системы управления запасами и контроля за уровнем издержек обращения.

5. Система моделей доведена до расчетной методики, снабжена рядом расчетных формул. Ее реализация возможна как при помощи немеханизированных вычислений, так и на ЭВМ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Типовая инструкция о нормировании оборотных средств государственных промышленных предприятий, утвержденная Госпланом, Министерством финансов и Госбанком СССР 27/III 62 г. № 20 и 98/221, М., 1962.
2. Инструкция о нормировании оборотных средств государственных подрядных строительных организаций. М., Изд-во литературы по строительству, 1966.
3. Методика планирования дифференцированных норм производственных запасов сырья и материалов у потребителей в промышленности и строительстве, утвержд. Госпланом СССР 17/XII 1964 г. М., «Экономика», 1965, стр. 18—19.
4. Экономика материально-технического снабжения. Под ред. Э. Ю. Локшина. М., Госполитиздат, 1960, стр. 218—219.
5. О. Ланге, Оптимальные решения. М., «Прогресс», 1967, стр. 200—206.
6. Д. Букан, Э. Кенигсберг, Научное управление запасами. М., «Наука», 1967, стр. 74, 120, 155—160.
7. Прейскурант № 10—01 тарифов на грузовые железнодорожные перевозки. Тарифное руководство № 3. М., Трансжелдориздат, 1966, стр. 124—182.
8. Справочник единых тарифов на перевозку грузов и пассажиров автомобильным транспортом. М., «Транспорт», 1965, стр. 4—5.
9. Себестоимость железнодорожных перевозок. Под ред. В. Н. Орлова. М., «Транспорт», 1965, стр. 83—92 и 262—269.
10. Справочник железнодорожных тарифов. М., «Транспорт», 1964, стр. 275—280.
11. Г. Фелициус, Электрическое моделирование экономических процессов поставок продукции транзитом и через склад. Изв. АН ЭССР, обществ. науки, 1965, XV, № 3.
12. Г. Фелициус, Моделирование и оптимизация экономических процессов поставок продукции транзитом и через склад. II. Изв. АН ЭССР, обществ. науки, 1967, XVI, № 3.
13. Н. Федоренко, Б. Геронимус, Проблемы создания автоматизированной системы управления снабжением. Материально-техническое снабжение, 1967, № 2, стр. 58.
14. А. А. Митропольский, Техника статистических вычислений. М., Гос. изд-во физико-математической литературы, 1961, стр. 461—462.

*Институт экономики
Академии наук Эстонской ССР*

Поступила в редакцию
15/X 1968

G. FELICIUS

HANKEPROTSESSIDE ÕKONOOMIKAST.**I. Nende modelleerimine ja optimiseerimine***Resümee*

Artiklis kirjeldatakse omavahel seostatud majanduslik-matemaatiliste mudelite süsteemi, mille põhjal võib üles ehitada hankeprotsesside juhtimise matemaatilise teooria.

Mudelite kasutamine materiaalse ja tehnilise varustamise praktikas võimaldab korradada hankeprotsessi, vähendada varusid ja rahvamajanduslikke kulutusi.

Sihifunktsioonide optimaalsuse erinevate kriteeriumide valikul võib saada majanduslike hankeprotsesside mitmeastmelise süsteemi.

Soovitatakse eksperimentaalselt kontrollida ja korrigeerida mudeleid ning seejärel neid kasutada varude juhtimise, ringluskulude ja varustamise vormide ühtse süsteemi loomiseks kogu riigis.

Artiklis esitatud arvutusmetoodikale on lisatud kergesti rakendatavad lihtsad matemaatilised valemid.

*Eesti NSV Teaduste Akadeemia
Majanduse Instituut*

Saabus toimetusse
15. X 1968

G. FELICIUS

ON THE ECONOMICS OF PURCHASING PROCESSES.**I. Modelling and optimization***Summary*

The author describes a system of interrelated economico-mathematical models, on the basis of which it will be possible to construct a mathematical theory for directing purchasing processes.

The application of the models in the practice of material and technical supply will enable us to regulate the purchasing process and decrease the reserves and expenses of national economy.

By selecting the most appropriate criteria of the optimal final function, we can construct a multi-stage system of economic purchasing processes.

The author advises to check up experimentally and correct the models and thereafter to utilize them for creating a uniform system to be used throughout the country for directing reserves and regulating circulation expenses and supplying processes.

In addition to calculation methods, the author presents mathematical formulae which can be easily applied in practice.

*Academy of Sciences of the Estonian SSR,
Institute of Economics*

Received
Oct. 15, 1968