EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. XVIII KÖIDE
ÜHISKONNATEADUSED. 1969, Nr. 2

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ XVIII
ОБЩЕСТВЕННЫЕ НАУКИ. 1969. № 2

https://doi.org/10.3176/hum.soc.sci.1969.2.06

Ю. ЭННУСТЕ

ОПТИМАЛЬНОЕ РАЗВИТИЕ РЕГИОНАЛЬНОЙ ЭКОНОМИКИ ИСХОДЯ ИЗ ВНЕШНЕГО ТОВАРООБМЕНА

(Задача линейного программирования)

Под региональной экономикой подразумевается производственный и непроизводственный комплексы, находящиеся на какой-то территории, например, народное хозяйство (*resp.* экономика) республики, экономического района, области, города и т. д. Данный комплекс рассматривается как подсистема в кооперативной системе всего народного хозяйства. Постулируется, что оптимальное планирование региональной экономики должно в конечном итоге отвечать двум основным требованиям: наилучшим образом покрывать непроизводственные нужды региона и обеспечивать в виде товарообмена те потребности, которые определяет региону оптимальное развитие народного хозяйства страны в целом.

С точки зрения последнего требования, задачу оптимального планирования с некоторых аспектов целесообразно поставить в рамках задачи планирования народного хозяйства как целого [1]. Однако параллельно эту же задачу можно поставить и в условно изолированном виде, рассматривая регион в качестве подсистемы, имеющей свой критерий развития. Такой подход обеспечивает бо́льшую детальность решения, а также более согласованное развитие производственного и непроизводственного секторов. Нижеследующая задача так и поставлена: вначале излагаются основные принципы развития региональной экономики, затем формулируется динамическая линейная задача ее оптимального развития, где целевой функцией является максимум активного сальдо товарообмена региона. В заключение рассматриваются вопросы подбора необходимых для задачи исходных данных.

1. Принципы и условия развития региональной экономики

Рассматривая региональную экономику как комплексную условно изолированную подсистему в кооперативной системе народного хозяйства, необходимо иметь в виду следующие требования.

(а) Развитие экономики должно эффективно осуществляться в интересах народного хозяйства (кооперации) всей страны, причем для части этого требования основным показателем эффективности является результат, эффект товарообмена с другими подсистемами.

(б) Развитие экономики должно оптимально удовлетворять непроизводственные нужды населения региона, имея при этом в виду пропорции производственной и непроизводственной сферы.

(в) Планы развития экономики по всем средствам должны отвечать балансовым требованиям как в отношении текущего, так и единовременного потребления (капитальные вложения). Под средствами подразумеваются ресурсы (природные, рабочая сила и т. д.), мощности, незавершенные капитальные вложения, продукты, услуги и т. д.

Первых два требования (а) и (б) противостоят одно другому: увеличение активного сальдо товарообмена региона могло бы происходить за счет уменьшения производимых в регионе непроизводственных затрат и наоборот. Таким образом, в общей постановке задачи развития региона оба показателя с соответствующими коэффициентами весов следовало бы ввести в целевую функцию. Однако во избежание возникающих практических трудностей (определение весов [2]) один из этих показателей целесообразно ввести в ограничения задачи, другой — оставить в целевой функции. Получаем два класса задач, каждый из которых имеет свою область применения.

Один класс образуют задачи, в которых целевой функцией служит максимизация уровня и структуры производимых в регионе затрат для непроизводственных целей, при этом, разумеется, необходимо обеспечить определенный уровень активного сальдо товарообмена и балансовые требования (в). Сущность задач другого класса заключается в следующем: максимизировать активное сальдо товарообмена региона при условии обеспечения определенного уровня непроизводственных затрат, а также структуры и балансовых требований (в).

Задачи первого класса больше подходят для планирования районов страны, имеющих сравнительно отсталую непроизводственную сферу и низкий уровень жизни. Задачи другого класса целесообразно применять в случае более высокого уровня жизни и региональных богатств вообще. Рассмотрим лишь последний случай. В зависимости от местных условий региона и в этом случае получаем два вида задач. Во-первых, непроизводственные затраты находятся в сильной зависимости от развития производства, а тем самым и от развития товарообмена. Во-вторых, непроизводственные затраты сравнительно независимы. С первым случаем имеем дело тогда, например, если развитие производства в данном районе считается определяющим миграцию населения. Второй случай встречается тогда, когда наблюдается стремление избежать миграции, и численность населения является одним из препятствующих развитию производства условий, иными словами, прогнозируемое население (рабочая сила) ограничивает развитие производства сверху. В первом случае структуру непроизводственных затрат следует моделировать как функцию из производственных затрат, во втором можно ограничиться заданием структуры затрат. Для этого за основу берутся прогнозируемая численность населения и планируемые уровень и структура ее личных и общественных затрат. Рассмотрим лишь последний случай.

В качестве одного из условий получаем запланированные уровень и структуру производимых для непроизводственных целей затрат, причем это условие в регионе удовлетворяет как структура производства, так и структура товарообмена. Сколь эффективно работает теперь данный регион в интересах остальных частей кооперации, покажет его товарообмен, особенно активное сальдо товарообмена. Чем больше активное сальдо, тем больше дает регион народному хозяйству, при этом намеченный уровень удовлетворяет и нужды самого региона. Настоящим мы не поднимаем вопроса о том, как происходит распределение созданного в регионе активного сальдо. Например, часть его может найти применение в самом регионе, но расчеты усложнили бы задачу, поэтому они останутся на будущее.

Теория оптимального планирования (например, теорема конкурентного равновесия Эрроу-Дебре [3] или модификация Д. Гейлем той же теоремы [4], а также труды Л. Канторовича, А. Лурье и др.) доказывает, что оптимально в интересах всей системы (народное хозяйство страны) подсистема (регион) работает тогда, когда она максимизирует разницу между своими доходами и затратами (активное сальдо товарообмена), причем оценка потоков (товарообмена) должна производиться в ценах, уравновешивающих спрос и предложения во всей системе. Фактические цены в общем не являются ценами равновесия. Но в случае явно больших агрегированных групп продуктов (применяемых в перспективном планировании) цены агрегатов приближаются к ним, так как ошибки в ценах деталей частично взаимно компенсируются.

Однако во избежание ошибок, которые могут из-за цен возникнуть, на внутренние и внешние потоки целесообразно накладывать определенные дополнительные ограничения, так наз. обязательства. Например, потребовать, чтобы данный регион по известной продукции обеспечил по крайней мере обязательный объем вывоза и не превысил определенные объемы ввоза. В случае, если в части какого-либо продукта мы имеем дело с сальдовым потоком, обязательства накладываются на сальдовый поток. Кроме ограничения потоков товарообмена, производится максимизация активного сальдо товарообмена в виде, так сказать, перевыполнения обязательств. В этих рамках отыскивается оптимальный план. Может, однако, встретиться и обратная необходимость, т. е. необходимость ограничить сверху вывоз какого-либо продукта. Последнее же часто оказывается целесообразным (счетно-технически) использовать и в виде верхних ограничений объемов продукции.

Следует отметить, что имеет смысл задачу оптимизации товарообмена разделить на две: на задачи долгосрочного и краткосрочного планирования. Первая дала бы основные пути специализации и указала бы направления необходимых для этого капитальных вложений. Ее нужно поставить как динамическую. Вторая должна уточнить оптимальную номенклатуру ввозимой и вывозимой продукции уже в рамках сложившихся мощностей и ресурсов. Ее целесообразно рассматривать как статическую и разделенную на изолированные частные отраслевые задачи. Ниже сформулируем динамическую задачу планирования. Статическая задача представляет собой ее упрощенный частный случай.

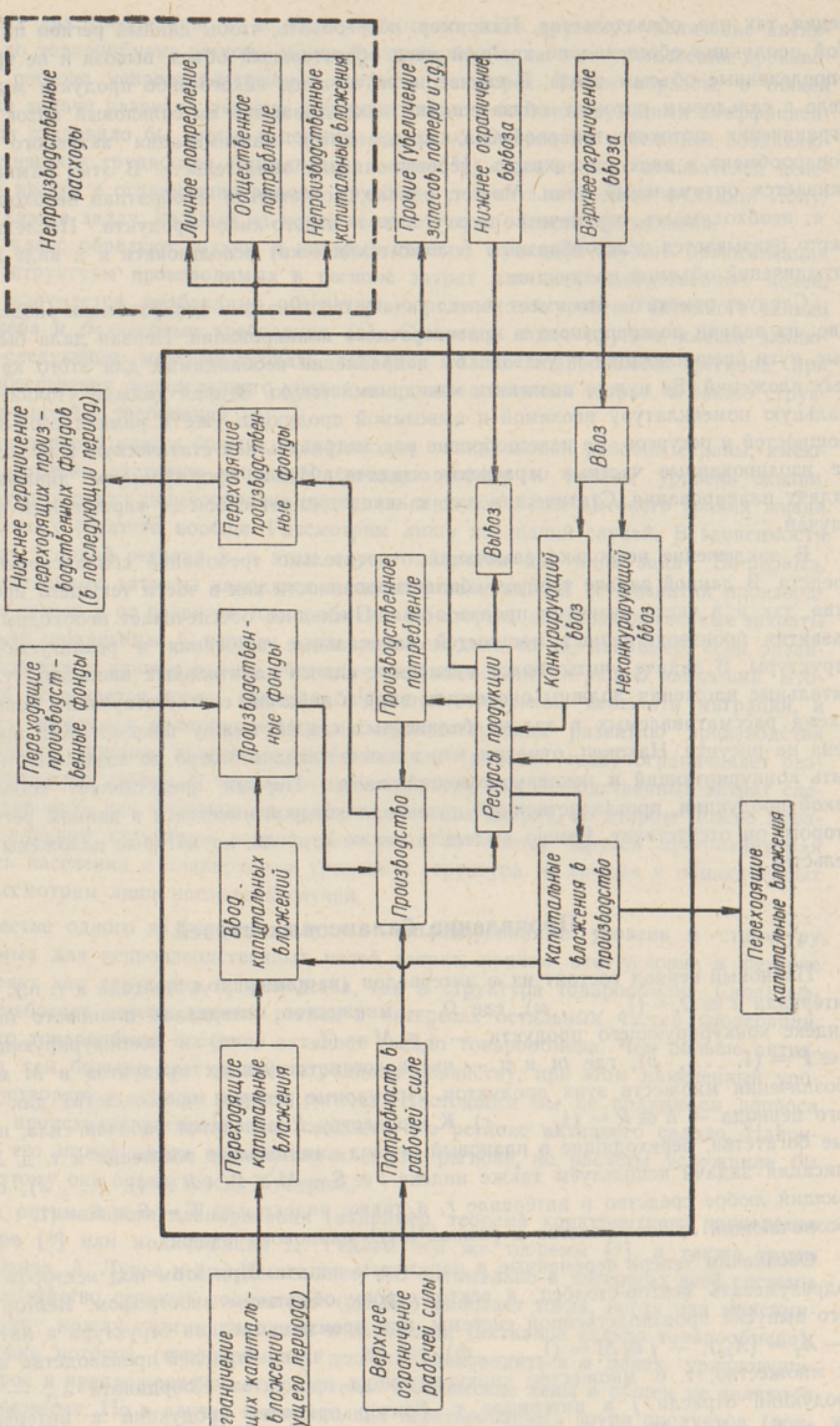
В заключение несколько замечаний относительно требований сбалансированности средств. В данной задаче требуем сбалансированности как в части текущего производства, так и в части развития производства. Последнее обеспечивает необходимые для развития производственных мощностей капитальные вложения и реализуемость их структуры. В задаче учитываются временные сдвиги капитальных вложений, т. е. капитальные вложения должны опережать ввод в действие соответствующих мощностей. Схема рассматриваемых в задаче балансовых связей между показателями представлена на рисунке. Наконец, отметим, что в данной задаче важно по возможности выделить конкурирующий и неконкурирующий ввозы. Первый представляет собой ввоз такой продукции, производственный потенциал которой имеется и в данном регионе, у второго он отсутствует. Важно выделить также отрасли, на которые наложены обязательства.

2. Проявление балансовых связей

Плановый период состоит из ω интервалов (например, год, полгода и т. п.), индекс интервала $\tau \in \Omega = (1, \ldots, \omega)$, где Ω — множество интервалов планового периода. Индекс конкурирующего продукта — $i \in M = (1, \ldots, m)$ и неконкурирующего — $k \in P = (1, \ldots, p)$, где m и p — числа соответствующих продуктов и M и P — обозначения множеств этих продуктов. Примарные ресурсы производства для планового периода — $h \in R = (1, \ldots, r)$. К множеству R относятся рабочая сила, природные богатства, переходящие в плановый период капитальные вложения и т. д. В ходе описания задачи используем также индекс $l \in S = M \times P \times R = (1, \ldots, s)$, обозначающий любое средство в интервале τ, а также индекс $v \in W = S \times \Omega = (1, \ldots, w)$, обозначающий любое средство в рамках всего планового периода.

Обозначим теперь переменные и параметры задачи. При этом под вектором будем подразумевать вектор-столбец, а вектор-строку обозначим апострофом. Вектор валового выпуска производственной системы, или производственная структура в интервале τ — $X_\tau = (X_{j\tau})$, — $j \in M = (1, \ldots, m)$, где m — число отраслей производства и M — их множество, т. е. множество конкурирующих продуктов. Координата $X_{j\tau}$ — объем продукции отрасли j в интервале τ. Вектор прироста продукции в интервале τ: $\Delta X_\tau = X_\tau - X_{\tau-1}$. Пусть структура производства в интервале $\tau = 0$ будет X_0 и пусть это будет задано.

Производственная структура связана с рядом технологических параметров, которые определяют удельные затраты текущих расходов (затраты на единицу продукции). При


Непроизводственные расходы
Личное потребление
Общественное потребление
Непроизводственные капитальные вложения
Прочие (увеличение запасов, потери и т.д.)
Нижнее ограничение вывоза
Верхнее ограничение ввоза
Нижнее ограничение переходящих производственных фондов (в последующий период)
Переходящие производственные фонды
Вывоз
Ввоз
Производственное потребление
Конкурирующий ввоз
Неконкурирующий ввоз
Переходящие производственные фонды
Производственные фонды
Ресурсы продукции
Ввод капитальных вложений
Производство
Капитальные вложения в производство
Переходящие капитальные вложения
Переходящие капитальные вложения
Потребность в рабочей силе
Верхнее ограничение переходящих капитальных вложений (из предыдущего периода)
Верхнее ограничение рабочей силы

этом к текущим затратам производства относим и затраты по капитальному ремонту и замене производственных фондов. Обозначим матрицу удельных затрат конкурирующей продукции в интервале τ: $A_\tau = (a_{ij\tau})$; $i, j \in M$. Таким образом, A_τ — квадратная матрица. Пусть матрица удельных затрат неконкурирующей продукции будет $U_\tau = (u_{kj\tau})$, $k \in P$, $j \in M$ и соответствующая матрица примарных средств $V_\tau = (v_{hj\tau})$, $h \in R$, $j \in M$.

Расширение производства ΔX_ϑ в интервале ϑ связано с удельными капитальными затратами. Под удельными капитальными затратами подразумеваются капитальные вложения, связанные с приростом продукции. При этом прирост продукции в интервале $\vartheta \geqslant \tau$ требует капитальных вложений как в интервале ϑ, так и в предыдущих, т. е. в интервалах $\tau \leqslant \vartheta$.

В части конкурирующей продукции матрицу удельных капитальных вложений, которые необходимо выделить в интервале τ для расширения производства на единицу продукции в интервале ϑ, обозначим $K_{\tau\vartheta} = (k_{ij}{}^{\tau\vartheta})$; $i, j \in M$; $\tau, \vartheta \in \Omega$, $\tau \leqslant \vartheta$. В части неконкурирующей продукции и примарных ресурсов производства матрицы того же содержания обозначим $L_{\tau\vartheta} = (l_{kj}{}^{\tau\vartheta})$ и $H_{\tau\vartheta} = (h_{rj}{}^{\tau\vartheta})$.

Теперь можем записать балансовые условия в виде системы уравнений (1).

$$\left.\begin{aligned} (E - A_\tau) X_\tau - \sum_{\vartheta=\tau}^{\omega} K_{\tau\vartheta} \Delta X_\vartheta &= Y_\tau \\ -U_\tau X_\tau - \sum_{\vartheta=\tau}^{\omega} L_{\tau\vartheta} \Delta X_\vartheta &= S_\tau \\ -V_\tau X_\tau - \sum_{\vartheta=\tau}^{\omega} H_{\tau\vartheta} \Delta X_\vartheta &= R_\tau \end{aligned}\right\} \tau = 1, \ldots, \omega. \qquad (1)$$

В системе уравнений (1) $Y = (Y_{i\tau})$, $i \in M$ — динамический вектор конечной продукции производственной системы в части конкурирующей продукции в интервале τ. $S_\tau = (S_{k\tau})$; $k \in P$ — вектор потребления производственной системой неконкурирующего ввоза в интервале τ и $R_\tau = (R_{h\tau})$, $h \in R$ — тот же вектор в части первичных средств. E — m-мерная единичная матрица.

При составлении системы уравнений (1) исходим из следующего правила знаков. Все вливающиеся в производственную систему потоки (потребление) отрицательны. Вытекающие из системы потоки — неотрицательны.

Система уравнений, или модель, (1) содержит переменные X_τ и ΔX_ϑ. Чтобы упростить модель, производим преобразования, устраняющие ΔX_ϑ. Для этого принимаем следующие новые обозначения. Пусть матрица текущих удельных затрат системы в интервале τ будет

$$M_\tau = \left\| \begin{matrix} E - A_\tau \\ -U_\tau \\ -V_\tau \end{matrix} \right\|.$$

Из матрицы M_τ образуем вектор $\vec{M} = (M_\tau)$, $\tau \in \Omega$, а с помощью полученного вектора — диагональную матрицу $M = (\mathrm{diag}\ \vec{M})$.

Так же поступаем с матрицами коэффициентов развития системы. Обозначим:

$$N_{\tau\vartheta} = \left\| \begin{matrix} -K_{\tau\vartheta} \\ -L_{\tau\vartheta} \\ -H_{\tau\vartheta} \end{matrix} \right\|$$

и образуем матрицу $N = (N_{\tau\vartheta})$; $\tau, \vartheta \in \Omega$.

Пусть структура производства системы в течение всего планового периода будет $X = (X_\tau)$, $\tau \in \Omega$ и структура приростов объемов продукции за тот же период — $\Delta X = (\Delta X_\tau)$, $\tau \in \Omega$. Экономическую структуру системы за весь интервал τ определяем $Z_\tau = (Y_\tau, S_\tau, R_\tau)'$ и экономическую структуру всего планового периода — $Z = (Z_\tau)$, $\tau \in \Omega$, таким образом $Z = (Z_v)$, $v \in W$.

Применяя приведенные выше обозначения, модель (1) можно записать в виде

$$MX + N\Delta X = Z. \tag{1a}$$

Будем иметь в виду, что $\Delta X = X - \underset{\Theta=-1}{E}X$, где $\underset{\Theta=-1}{E}$ — оператор сдвига с шагом $\Theta = -1$, т. е. один интервал назад. Обозначим $\underset{\Theta=-1}{E}X = \tilde{X} = (X_0, X_1, \ldots, X_{\omega-1})'$, где $X_0 = \text{fix}$. Применяя вектор $\tilde{X}$, запишем (1a) в виде

$$MX + N(X - \tilde{X}) = Z$$

или

$$(M + N)X - N\tilde{X} = Z. \tag{1б}$$

Для продолжения преобразования определим матрицу $\tilde{N}$ так, чтобы она удовлетворила требованию

$$N\tilde{X} = N_0 + \tilde{N}\tilde{X}, \tag{2}$$

где $N_0 = (-N_{11}X_0, \Theta, \ldots, \Theta)'$. Так как N_0 — входящий в систему поток, то он не положителен. Таким образом, видим, что

$$\tilde{N} = \begin{Vmatrix} N_{12} & N_{13} & \ldots & N_{1\omega} & \Theta \\ N_{22} & N_{23} & \ldots & N_{2\omega} & \Theta \\ \Theta & N_{33} & \ldots & N_{3\omega} & \Theta \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \Theta & \Theta & & N_{\omega\omega} & \Theta \end{Vmatrix}.$$

Применив выражения (1б) и (2), получим

$$(M + N)X - (N_0 + \tilde{N}X) = (M + N - \tilde{N})X - N_0 = Z.$$

Обозначим $(M + N - N) = Q$ и $Z + N_0 = \tilde{Z}$ и получим модель системы:

$$QX = \tilde{Z}. \tag{3}$$

3. Ограничение переменных величин

Введение ограничений обеспечивает в реальном промежутке развитие величин свободных переменных как с точки зрения товарообмена, так и с точки зрения потребностей базового периода и последующего за плановым периодом отрезка времени. С другой стороны, необходимо иметь в виду, что с увеличением числа ограничений, устанавливаемых на величины показателей, возрастает размерность задачи, усложняя ее решение. Растет также опасность того, что постановка задачи окажется противоречивой. Исходя из последнего обстоятельства, целесообразно вводить только такие ограничения, которые в желаемом направлении влияли бы на возможно большее число показателей.

В данной задаче естественным ограничителем служит неотрицательность производственной структуры: $X \geqslant 0$. Вторым требованием является неотрицательность приростов объемов продукции:

$$\Delta X \geqslant 0, \tag{4}$$

так как в противном случае возникли бы отрицательные капитальные вложения, которые вообще нереализуемы (см. балансовые требования (1)).

Для связи показателей системы с предыдущим интервалом применим два ограничения. Во-первых, чтобы в динамике производственной системы не произошло нереального скачка ни по какой отрасли. Обозначим производственную структуру предшествовавшего плановому периоду интервала X_0, заданную для данной модели (например, в случае планового периода с 1971 по 1980 год производственную структуру 1970 года принимаем заданной). Исходя из величины X_0, для всего планового периода прогнозируем верхнее ограничение объемов продукции $\overline{X}$ и требуем, чтобы

$$X \leqslant \bar{X}. \tag{5}$$

Условие (5) предусматривает, чтобы ни в одной отрасли не произошло ненормального скачка. В части общественного валового продукта плановый рост обеспечиваем ограничением вектора F переходящих капитальных вложений,

$$F \leqslant \bar{F}, \tag{6}$$

где $\overline{F}$ задана и обозначает переходящие из предыдущего планового периода незавершенные капитальные вложения. $\overline{F} = (\overline{F}_\tau)$, где $F_\tau = (F_{l\tau})$, $l \in S$.

Для связи планового периода с последующим периодом используем переходящие из планового периода капитальные вложения $I = (I_\tau)$, $\tau \in \Omega$, которые принимаем заданными. На конец планового периода не целесообразно ставить ограничения на минимальный объем общественного валового продукта или на минимальный объем производственных фондов, так как задача максимизации в общем сама обеспечивает выполнение этого требования. В случае, если этого не произойдет, нужно дополнить задачу соответствующими ограничениями.

Рассмотрим теперь ограничения, которые, согласно предпосылкам задачи, нужно наложить на экономическую структуру Z системы и, следовательно, на структуру $\tilde{Z} = Z + N_0$, так как $N_0 = \text{fix}$. Экономическая структура производственной системы должна в то же время соответствовать заданным обязательствам как в части непроизводственных затрат C, так и наложенных на сальдо товарообмена D ограничений. Вообще сальдо товарообмена подлежит ограничению как сверху, так и снизу. Верхнее ограничение предотвратило бы излишний вывоз. В данном случае это условие в известной степени имеет в виду ограничение $X \leqslant \overline{X}$, поэтому откажемся от верхнего ограничения сальдо D. Нижнее ограничение $\underline{D}$ сальдо товарообмена требует, чтобы в части вывоза $(D_i \geqslant 0)$ были выполнены определенные обязательства и чтобы ввоз $(D_i \leqslant 0)$ не превышал допустимые лимиты. Таким образом, ограничение $D \geqslant \underline{D}$ в данном случае целесообразно и мы его вводим.

Теперь можем нижнее ограничение Z экономической структуры рассчитать следующим образом:

$$\underline{Z} = C + \underline{D} + \overline{F} + I.$$

Для вектора $\tilde{Z}$ получим ограничение в виде

$$\underline{\tilde{Z}} = \underline{Z} + N_0, \tag{7}$$

которое применим в модели (3), таким образом,

$$QX = \underline{\tilde{Z}}.$$

В итоге получаем для задачи следующую систему ограничений:

$$\left.\begin{aligned} QX &\geqslant \underline{\tilde{Z}} \\ (E - \underset{\theta=-1}{E})X &\geqslant \theta \\ -EX &\geqslant -\overline{X} \end{aligned}\right\} \text{ или } \begin{pmatrix} Q \\ E - \underset{\theta=-1}{E} \\ -E \end{pmatrix} X \geqslant \begin{pmatrix} \underline{\tilde{Z}} \\ \theta \\ -\overline{X} \end{pmatrix} \text{ или } BX \geqslant G, \tag{9}$$

где ΔX заменено равенством $\Delta X = X - \underset{\theta=-1}{E} X = EX - \underset{\theta=-1}{E} X = (E - \underset{\theta=-1}{E})X \geqslant 0$, $B = (Q, E - \underset{\theta=-1}{E}, -E)$ и $G = (\tilde{Z}, \theta, -\overline{X})'$.

Условие $BX \geqslant G$ применяем в качестве системы ограничений задачи, имея в виду, что $X \geqslant 0$.

4. Формирование целевой функции задачи и задача в конечном виде

В действительности общий сальдовый поток D региона представляет собой сумму нескольких потоков товарообмена $D = \sum_{\psi=\Psi} D_{\psi}$, где ψ — индекс рынка или региона и Ψ — множество всех рынков. Рассмотрение в разрезе рынков $\psi \in \Psi$ значительно увеличило бы размерность задачи и объем необходимой информации, поэтому его применение мыслимо только в случае особой необходимости. При решении комплексных задач перспективного планирования республики или экономического района целесообразнее ограничиться лишь одним рынком, т. е. учетом народнохозяйственного (всесоюзного) рынка. При этом прогнозировании складывающихся на последнем цен и потребностей необходимо учитывать влияние на народное хозяйство внешних рынков.

Теория оптимального планирования говорит о том, что оптимальный план подсистемы (в данном случае региональной экономики) совпадает с оптимальным планом всей системы (народного хозяйства) в случае, если подсистема максимизирует свое активное сальдо (разницу выходных и вводных потоков) в ценах, уравновешивающих спрос и предложение во всей системе.

В модели структура товарообмена D измеряется в каких-либо базовых ценах, т. е. в ценах, которые применяются при построении модели. Для составления целевой функции необходим вектор ценовых индексов $d = (d_v)$, $v \in W$. Этот вектор видоизменяет базовые цены в ожидаемые цены равновесия народнохозяйственного рынка. Далее нужно учитывать и вопросы сравнения эффекта товарообмена в зависимости от момента его осуществления, т. е. вопросы дисконтирования (времени). Физическое сальдо товарообмена, полученное, например, в начале или конце периода, для народного хозяйства имеет не одинаковое значение. Для этого применяем фактор дисконтирования β (диагональная матрица).

Перемножив ценовые индексы d с фактором дисконтирования β, получаем вектор учтенного ценового индекса $c = \beta d$, который используем в целевой функции

$$\max c'D. \tag{10}$$

По постановке модели $QX = C + D + K + I + N_0$ и, следовательно, $D = QX - (C + K + I + N_0)$, где величины заключенных в скобки векторов заданы, таким образом, целевая функция (10) равна следующей целевой функции

$$\max c'QX = p'X, \tag{11}$$

где вектор $p' = c'Q$ и назовем его динамическим вектором коэффициентов чистой прибыли системы. Как видим, его можно вычислить с помощью c и Q.

Отметим также, что возможность замены в целевой функции вектора D вектором $QX = \overline{Z} + N_0$ показывает, что по существу максимизируется экономическая структура производственной системы, но это делается в ценах, в которых измеряется эффективность товарообмена (в народнохозяйственных ценах равновесия). Аналогичный результат дает максимизация производимых для непроизводственной сферы затрат по содержанию и капитальных вложений: и здесь максимизируется экономическая структура производственной системы, но уже в ценах, измеряющих эффективность потребления.

В итоге система ограничений (9) и целевая функция (11) образуют линейную задачу

$$\left.\begin{matrix} BX \geqslant G \\ X \geqslant 0 \end{matrix}\right\} \max_{p'X}. \qquad (12)$$

Задачу можно решить каким-либо общим методом линейного планирования. Решение целесообразно выпечатывать вместе с решением двойственной задачи. Анализ последнего дает информацию об эффективности ограниченных средств в данной системе, а также показывает, сдвиг каких ограничений дал бы наибольший эффект для дальнейшего увеличения целевой функции $p'X$. Таким образом, после первого решения задачи следовало бы вернуться к уточнению системы ограничений и, следовательно, к отысканию более точных планов.

5. Подготовка и уточнение исходных данных

В задаче (12) численные величины элементов матрицы B можно получить из статистических и динамических плановых матричных балансов производства-потребления региона. Члены вектора G: C, K, I, N_0 — можно получить из тех же источников. Поскольку составление матричных балансов служит подготовительным этапом для числовой постановки данной задачи, останавливаться на методических вопросах определения численных величин упомянутых показателей не имеет смысла.

Ввиду того, что в матричных балансах системы ограничений в общем отсутствуют, дополнительно необходимо определить ограничения $\overline{X}$ и координаты $\underline{D}$, но и это методически не сложно. Величина координаты $\overline{X}_{j\tau}$ вектора $\overline{X}$ представляет собой максимально допустимый объем продукции отрасли j в интервале τ. При определении этого вектора достаточно учесть лишь те обстоятельства, которые в модели не описаны. Прежде всего следует исходить из переходящих на начало периода мощностей и незавершенных капитальных вложений. Далее надо иметь в виду те ограниченные ресурсы, которые не учтены в модели (например, подготовка кадров, трудности, связанные с транспортом, ограниченные природные богатства и т. д. соответствующей отрасли). Поскольку выделяемые в плановом периоде капитальные вложения в модели учтены, то они не могут быть причиной ограничения.

Нижнее ограничение $\underline{D}$ вектора сальдового потока товарообмена региона содержит в себе координаты различного значения. Для отыскания нижнего ограничения сальдового потока конкурирующей продукции $\underline{D}_{i\tau}$ определяется объем обязательного вывоза данного продукта и из него вычитается допустимый объем ввоза. В части конкурирующей продукции координата $\underline{D}_{i\tau}$, разумеется, может иметь как положительное, так и отрицательное значение. Перевыполнение плана в части этого ограничения показывает или превышение обязательного вывоза, или уменьшение допустимого потребления. В части неконкурирующего ввоза ограничения являются высшими пределами допустимого ввоза этих продуктов. Мы видим, что определение численных величин ограничений как конкурирующей, так и неконкурирующей продукции должно осуществляться с учетом интересов всего народного хозяйства. В состав вектора $\underline{D}$ входят также верхние ограничения всякого рода локальных ресурсов (рабочая сила, природные богатства, переходящие капитальные вложения и т. д.). Их определение не представляет трудностей. Вектор $\underline{D}$ включает также X_0, т. е. производственную структуру предшествовавшего плановому периоду интервала (года).

Методически сложнее определение вектора ценовых индексов c. Во-первых, оно зависит от прогноза индексов ожидаемых цен равновесия d народнохозяйственного рынка и, во-вторых, от решения вопросов дисконтирования. В смысле теории вероятности ожидаемые цены — величины случайные, и в своих расчетах мы применяем их средние величины. Основой средних оценок может быть, с одной стороны, изучение динамики цен по статистике (пока явно основной метод) и далее — с помощью специальных математических задач — прогнозирования цен равновесия всего народного хозяйства.

Следует отметить, что без прогноза ожидаемых цен равновесия народнохозяйственного рынка решать задачи оптимизации региональной экономической структуры изолированно, а следовательно, сколько-нибудь детально невозможно.

Что касается фактора дисконтирования, то решать задачи целесообразно с различным значением факторов дисконтирования и за окончательное решение принимать тот вариант, у которого динамика активного сальдо товарообмена наиболее приемлема.

К моменту написания данной статьи автором были решены некоторые числовые примеры по 10 отраслям, 17 средствам на пятилетку. Числовые примеры рассматривались как подготовка к постановке более крупной задачи с 30 отраслями, 37 средствами и 10 годами.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Волконский, Модель оптимального размещения производства по районам и пути ее упрощения. Экономика и математические методы, 1968, т. IV, № 2.
2. Ю. Гаврилец, О критерии оптимальности экономической системы. Экономика и математические методы, 1967, т. III, № 2.
3. С. Карлин, Математические методы в теории игр программирования и экономике. М., 1964.
4. Д. Гейле, Теория линейных экономических моделей. М., 1963.

Институт экономики
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию
1/VII 1968

Ü. ENNUSTE

REGIONAALSE MAJANDUSE OPTIMAALNE ARENDAMINE KAUBAVAHETUSEST LÄHTUDES

(Lineaarplaneerimise ülesanne)

Resümee

Regionaalset majandust vaadeldakse riigi kogu rahvamajanduse kooperatiivse süsteemi alamsüsteemina. Postuleeritakse, et regionaalse majanduse optimaalne arendamine peab lõppeesmärgina rahuldama kahte nõuet: 1) katma regiooni mittetootlikud vajadused ning 2) parimini rahuldama riigi kogu rahvamajanduse (kooperatsiooni) huve, kusjuures selles osas on efektiivsuse näitajaks kaubavahetuse tulemus (aktiivne saldo) teiste regioonidega.

Formuleeritakse vastavasisuline lineaarne dünaamilise planeerimise ülesanne, kus sihifunktsiooniks on regiooni kaubavahetuse aktiivse saldo maksimum ja tõkete süsteem kirjeldab jooksvate kulutuste ning kapitaalmahutuste bilansilisi seoseid. Mudel on mõeldud arvutusteks majandusrajooni perspektiivplaani koostamise algstaadiumis.

Eesti NSV Teaduste Akadeemia
Majanduse Instituut

Saabus toimetusse
1. VII 1968

Ü. ENNUSTE

OPTIMAL DEVELOPMENT OF REGIONAL ECONOMY CONSIDERING TRADE RELATIONS

(Linear programming problem)

Summary

Regional economy is considered as a subsystem of the whole economy. According to the fundamental postulates, the development of regional economy must fulfil the following requirements: 1) satisfy non-productive demands of the region, and 2) meet the requirements of the whole economy. An active balance of trade is regarded as a measuring tool.

Maximum of the active trade balance has been selected as a target function of the linear dynamic programming problem. The system of restrictions describes input-output and capital flow relations. The model is designed for a prospective planning of regional economy.

Academy of Sciences of the Estonian SSR,
Institute of Economics

Received
July 1, 1968