EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. XVI KÖIDE
ÜHISKONNATEADUSED. 1967, Nr. 3

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ XVI
ОБЩЕСТВЕННЫЕ НАУКИ. 1967, № 3

https://doi.org/10.3176/hum.soc.sci.1967.3.06

Г. ФЕЛИЦИУС

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПОСТАВОК ПРОДУКЦИИ ТРАНЗИТОМ И ЧЕРЕЗ СКЛАД. II *

В первой части настоящей работы [1] были построены модели и выведены расчетные формулы, позволяющие определять изменение уровня общих запасов и общих издержек обращения при изменении величины одновременной поставки какого-либо вида изделий предприятием-поставщиком.

При построении указанных моделей исходными величинами служили параметры поставок, близкие к значениям, имеющим место в практике материально-технического снабжения. В частности, был принят линейный закон изменения относительного интервала поставок I/T при изменении величины одновременной поставки P, приближающейся к значениям, имеющим место на практике. При этом, однако, не было обращено должного внимания на то, в какой мере каждая из поставок, осуществляемая по этому закону, является экономически оптимальной.

Примем за критерии оптимальности минимум запасов и покажем, что поставка продукции по линейному закону I/T не является вполне оптимальной.

Обозначим относительный интервал поставок I/T через γ, а величину T/I, обратную ему — через β, тогда

$$I/T = \gamma = P/q, \quad \text{а} \quad T/I = \beta = q/P.$$

Ранее [1] было установлено, что линия относительных интервалов поставок в системе координат (γ, P) должна проходить через две граничные точки с координатами (γ_{max}, P_{min}) и (γ_{min}, P_{max}), соответствующих минимальному — Q_{min} — и максимальному — Q_{max} объемам потребления.

Если через указанные две точки (A и B, рис. 1) провести прямую *2* и вогнутую книзу кривую *1*, то прямая, соответствующая какому-либо среднему потреблению q и проходящая через начало координат, пересечет линии *1* и *2* в двух точках M_1 и M_2, которым на оси абсцисс соответствуют два значения величины одновременной поставки P_1 и P_2.

Нетрудно убедиться, что во всем диапазоне потребления между Q_{min} и Q_{max} абсцисса P_1 всегда будет расположена ближе к началу координат, чем абсцисса P_2 и, следовательно, $P_1 < P_2$.

Так как средняя величина запасов данного вида продукции у любого потребителя равна половине величины одновременной поставки, $S_{cp} = P/2$, то $S_{cp_1} = P_1/2$

* Настоящая статья представляет собой дополнение и продолжение работы [1], но в отличие от нее более полно раскрывает экономическую сущность процессов поставок и дает рекомендации по их оптимизации.

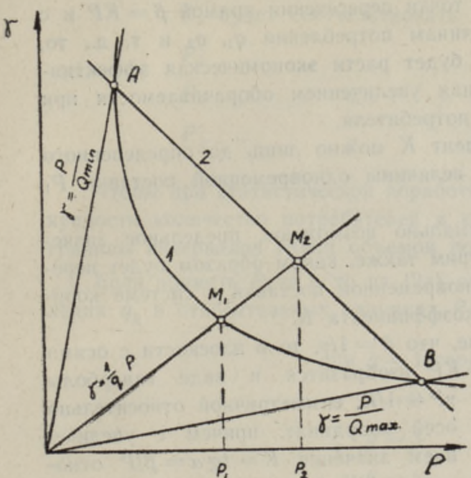

Рис. 1.

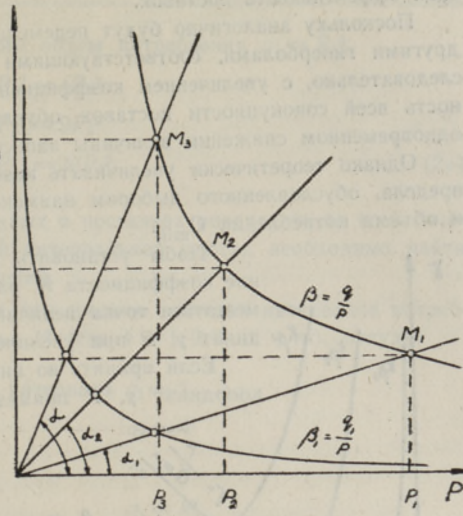

Рис. 2.

и $S_{\text{ср}_2} = P_2/2$, т. е. величина запасов у потребителей, поставка которым осуществляется по закону прямой *2*, будет больше, чем у потребителей, которые будут получать продукцию с относительным интервалом поставок по закону вогнутой кривой *1*.

Таким образом возникает задача: найти уравнение кривой относительных интервалов поставок, оптимальное в смысле минимума производственных запасов у каждого потребителя в диапазоне $Q_{\min} \div Q_{\max}$.

Прежде чем перейти к рассмотрению этой задачи, необходимо сделать важное замечание о величине относительного интервала поставок γ и обратной ему величины $\beta = 1/\gamma$.

По определению, $\gamma = P/q$, а так как $\frac{1}{2} P = S_{\text{ср}}$, то $\gamma = 2S_{\text{ср}}/q$ и, если учесть, что выражение $S_{\text{ср}}/q$ при неизменном объеме поставок P представляет собой отношение средней величины запасов в течение периода к расходу за период, то обратная ему величина $q/S_{\text{ср}}$ является коэффициентом оборачиваемости данного вида продукции на предприятии — потребителе [2].

Следовательно, величина $\beta = 1/\gamma = \frac{1}{2}\, qS_{\text{ср}}$ представляет собой (в некотором масштабе) коэффициент оборачиваемости, т. е. чем больше величина β или меньше величина γ, тем выше, при прочих равных условиях, оборачиваемость данного вида продукции на складе потребителя.

Таким образом, для регулирования величины запасов у потребителей на заранее заданном оптимальном уровне должно поддерживаться определенное соотношение между оборачиваемостью и величиной запасов, а следовательно, и между величинами β и P. Логично предположить, что между β и P должна существовать прямая пропорциональная зависимость; тогда, если ввести в рассмотрение новую функцию вида $\beta = KP$, где K — коэффициент пропорциональности, она в системе координат β, P изобразится в виде прямой линии, проходящей через начало координат под углом α к оси абсцисс ($K = \operatorname{tg} \alpha$).

Любой объем потребления изобразится в этой системе координат в виде гиперболы $\beta P = q$, которая будет пересекаться с прямой $\beta = KP$ в точке M (рис. 2).

Очевидно, что с увеличением коэффициента пропорциональности K и угла наклона прямой α точка M пересечения прямой и гиперболы будет перемещаться в направлении, соответствующем увеличению β при одновременном уменьшении P (точки M_1, M_2, M_3, рис. 2). Соответствующие этим точкам значения поставок P и β при этом будут находиться в следующем соотношении: $P_1 > P_2 > P_3$ и $\beta_1 < \beta_2 < \beta_3$ и, следовательно, для данного объема потребления с увеличением K повышается экономическая эффективность поставок.

Поскольку аналогично будут перемещаться точки пересечения прямой $\beta = KP$ и с другими гиперболами, соответствующими величинам потребления q_1, q_2 и т. д., то, следовательно, с увеличением коэффициента K будет расти экономическая эффективность всей совокупности поставок, обусловленная увеличением оборачиваемости при одновременном снижении величины запасов у потребителя.

Однако теоретически увеличивать коэффициент K можно лишь до определенного предела, обусловленного выбором наименьшей величины одновременной поставки P_1 и объема потребления $Q_{\min}$.

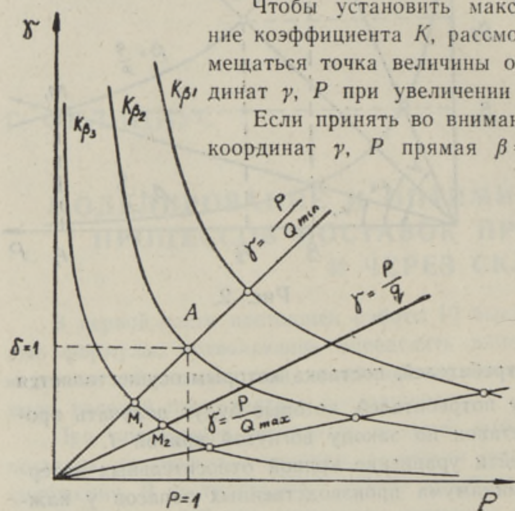

Рис. 3.

Чтобы установить максимально возможное, предельное значение коэффициента K, рассмотрим также, каким образом будет перемещаться точка величины одновременной поставки в системе координат γ, P при увеличении коэффициента K.

Если принять во внимание, что $\beta = 1/\gamma$, то в плоскости с осями координат γ, P прямая $\beta = KP$ изобразится в виде гиперболы $\gamma P = 1/K$, симметричной относительно осей координат, причем с увеличением значения $K = \operatorname{tg} \alpha = \beta/P$ отношение $1/K$ будет уменьшаться и гипербола будет перемещаться в осях γ, P к центру вдоль прямой $\gamma = P$, делящей координатный угол пополам (рис. 3).

При определенном значении K гипербола, перемещаясь, совместится с точкой A, соответствующей $P_{\min}$, $\gamma_{\max}$, которая нами принята равной единице по обеим координатным осям. При дальнейшем увеличении коэффициента K гипербола переместится мимо точки $P_{\min}$, $\gamma_{\max}$ и, непрерывно приближаясь к точке пересечения координатных осей, сольется с ней при $\operatorname{tg} \alpha = \infty$.

После того как гипербола переместится мимо точки A, она начнет пересекать прямые $Q_{\min}$, q_1, q_2 и т. д. внутри квадрата с координатами $\gamma = 1$ и $P = 1$ (точки M_1, M_2, рис. 3) и, следовательно, геометрическое место точек пересечения линий $\gamma = KP$ и $\gamma P = 1/K$ не может в этом случае быть использовано в качестве закона изменения относительного интервала поставок, так как оно не охватывает всей совокупности последних.

Следовательно, увеличивать значение K следует лишь до тех пор, пока гипербола не совместится с точкой A, а так как ее координаты по обеим осям равны единице, то предельное значение K определится из равенства

$$K = \operatorname{tg} \alpha = \gamma_{\max}/P_{\min} = \gamma = P = 1.$$

В этом случае уравнение гиперболы, проходящей через точку A с координатами (1; 1), можно выразить в виде

$$\gamma P = 1 \text{ или } \gamma = P/q = 1/P,$$

а зависимость между объемом потребления и величиной одновременной поставки выразится как

$$q = P^2. \tag{2}$$

Из последнего выражения видно, что линейному увеличению объема одновременной поставки P будет соответствовать квадратичное увеличение соответствующих средних интервальных значений потребления q, т. е. объему одновременной поставки

P_1 будет соответствовать средний объем потребления $q_1 = P_1^2$,

P_2 „ „ $q_2 = P_2^2 = 4P_1^2$

P_3 „ „ $q_3 = P_3^2 = 9P_1^2$

P_k „ „ $q_k = P_k^2 = k^2P_1^2$. (2а)

Чтобы при статистической обработке данных о поставках определить во всей совокупности количество потребителей в каждой интервальной группе, необходимо найти границы интервалов групп объемов потребления.

Если принять $P_1 = 1$, то из (2а) следует, что средние значения интервалов потребления q_k в относительных единицах P_1 равны k^2 (где $k = 1, 2, 3, \ldots, m$), откуда:

при $k = 1$ середина интервала $q_1 = 1$

„ $k = 2$ „ „ $q_2 = 4$

„ $k = 3$ „ „ $q_3 = 9$

„ $k = k_i$ „ „ $q_i = k^2$.

Из указанного следует, что с увеличением индекса интервала разность между средними объемами потребления интервалов увеличивается, а границы интервалов раздвигаются.

Граничные значения интервалов объемов потребления q' легко определяются исходя из того, что средние значения объема поставок в каждом интервале $q_{\text{ср}}$ равноудалены от границ соответствующего интервала.

Приняв за начало отсчета (за нижнюю границу первого интервала) нулевой объем потребления $q_0' = 0$, и обозначив границы I интервала $q_0' \div q_1'$, II — $q_1' \div q_2'$, III — $q_2' \div q_3'$ и т. д., найдем граничные значения интервалов из следующих простых соотношений:

$$(q_0' + q_1')/2 = q_1, \quad 2q_1 = q_0' + q_1', \quad q_1' = 2q_1 - q_0'$$

аналогично

$$q_2' = 2q_2 - q_1', \quad q_3' = 2q_3 - q_2' \text{ и т. д.,}$$

откуда

$$q_1' = 2 \cdot 1 - 0 = 2, \quad q_2' = 2 \cdot 2^2 - 2 = 8 - 2 = 6$$

$$q_3' = 2 \cdot 3^2 - 6 = 18 - 6 = 12 \quad \text{и т. д.}$$

При этом указанные значения границ интервалов будут выражены в относительных единицах P_1.

Если вычислены границы интервалов объемов потребления, то при статистической обработке совокупности потребителей их следует в зависимости от объема потребления относить к определенной интервальной группе, после чего подсчитать число потребителей, попавших в каждую интервальную группу n_1, n_2, n_3 и т. д. до n_m.

Таким образом, в качестве исходных принимаются всего два параметра — средние объемы потребления интервальных групп q_i и число потребителей в каждой интервальной группе n_i.

Ниже будет показано, каким образом, используя в качестве основных только эти два параметра поставок, можно теоретически исследовать такие процессы поставок, как формирование запасов и издержек обращения, а также оптимизировать процессы поставок путем нахождения экономически целесообразных соотношений между транзитным и складским снабжением.

1. Формирование запасов при изменении величины одновременной поставки

Предполагая, что первоначально все потребители получают продукцию транзитом, общую величину производственных запасов от транзитного снабжения можно выразить в виде суммы запасов у отдельных потребителей

$$S_{\text{тр}} = S_1 + S_2 + S_3 + \ldots + S_m = \\ = \tfrac{1}{2}(P_1 n_1 + P_2 n_2 + \ldots + P_m n_m),$$

где n_m — количество потребителей в последней интервальной группе.

Принимая во внимание, что $P_2 = 2P_1$, $P_3 = 3P_1$, ... , $P_m = mP_1$, общие первоначальные запасы могут быть выражены в следующем виде:

$$S_{\text{тр}} = \tfrac{1}{2} P_1 (n_1 + 2n_2 + 3n_3 + \ldots + mn_m) = \tfrac{1}{2} P_1 \sum_{k=1}^{m} kn_k.$$

Указанная величина запасов соответствует случаю, когда все без исключения поставки осуществляются транзитом и объем одновременной поставки установлен на уровне P_1.

Если увеличивать объем одновременной поставки ступенчато на P_1, т. е. направлять транзитом не все поставки, а начиная с величины одновременной поставки P_2, P_3 и т. д., то общая величина запасов от транзитных поставок будет уменьшаться на величину:

при $P = P_2$ $$S_{2\text{тр}} = \tfrac{1}{2} P_1 \sum_{k=1}^{m} kn_k - \tfrac{1}{2} P_1 n_1$$

при $P = P_3$ $$S_{3\text{тр}} = \tfrac{1}{2} P_1 \sum_{k=1}^{m} kn_k - \tfrac{1}{2} P_1 (n_1 + 2n_2)$$

и в общем виде:

при $P = P_i$ $$S_{i\text{тр}} = \tfrac{1}{2} P_i \sum_{k=1}^{m} kn_k - \tfrac{1}{2} P_1 \sum_{k=1}^{i-1} kn_k$$

или

$$S_{i\text{тр}} = \tfrac{1}{2} P_1 \left(\sum_{k=1}^{m} kn_k - \sum_{k=1}^{i-1} kn_k\right). \tag{3}$$

Характер изменения величины производственных запасов у потребителей от складских поставок определим несколько иным способом, чем в [1], где предполагалось, что с баз и складов продукция отпускается потребителям партиями размером P_1.

Дело в том, что принятое выше предположение справедливо лишь в том случае, если P_1 является наименьшим и не подлежащим дальнейшему делению объемом поставки, чему соответствует, например, поставка продукции единицами, где P_1 может являться одним электродвигателем, насосом, станком и т. п.

В практике поставок минимальные транзитные поставки объема P_1 при поступлении на склады и базы снабженческо-сбытовых организаций в большинстве случаев распаковываются и разукрупняются.

Например, минимальный объем одновременной поставки магнитных пускателей типа МКР-0, поставляемых Таллинским заводом «Ильмарине», составляет 25 штук (1 место упаковки). Однако со складов и баз снабженческо-сбытовых организаций потребители могут получать эти магнитные пускатели даже по одной штуке и, следовательно, поставка в этом случае может быть разукрупнена в 25 раз.

Обозначим минимально возможный объем поставки данного вида изделий с баз и складов через R_1 и отношение R_1/q_1 через σ, тогда, если предположить, что запасы, образуемые у каждого потребителя от складских поставок, пропорциональны объему потребления, т. е. $R_1/q_1 = R_2/q_2 = R_3/q_3 = \ldots = R_m/q_m = \sigma = \text{const}$, то общие запасы от складских поставок можно определить из следующих геометрических построений.

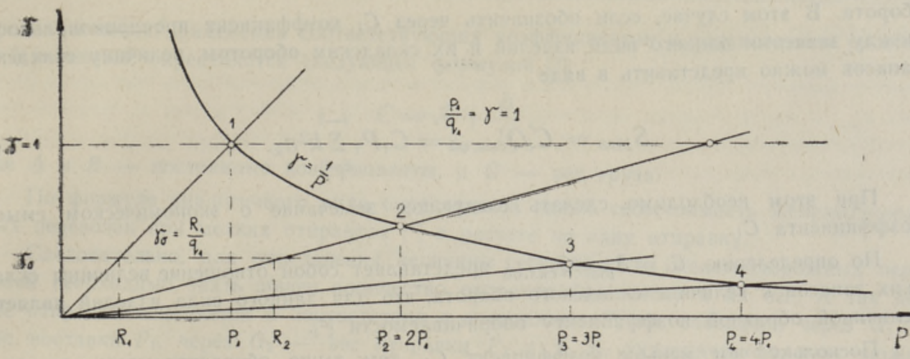

Рис. 4.

На рис. 4 в определенном масштабе в системе координат γ, P изображены гиперболическая зависимость между величиной относительного интервала поставок γ и величиной одновременной поставки P_1, а также линия, соответствующая постоянной величине относительного интервала поставок

$$R_1/q_1 = \gamma_\sigma = \text{const}.$$

Если заметить, что ордината точки *1* равна $1/P_1$; точки *2* — $1/P_2$ и т. д., то можно написать:

$$\operatorname{tg}\alpha_1 = \sigma/R_1 = 1/P_1 : P_1 \quad \text{или} \quad R_1 = \sigma P_1{}^2$$

$$\operatorname{tg}\alpha_2 = \sigma/R_2 = 1/P_2 : P_2 \quad \text{или} \quad R_2 = \sigma P_2{}^2$$

аналогично

$$\operatorname{tg}\alpha_m = \sigma/R_m = 1/P_m : P_m \quad \text{или} \quad R_m = \sigma/Pm^2.$$

По аналогии с предыдущим средние запасы у потребителей от складского снабжения при величине транзитного норматива P_1 будут равны нулю

$$\text{при } P = P_2 \quad S_{2\,\text{скл}} = \tfrac{1}{2} R_1 n_1$$

$$\text{при } P = P_3 \quad S_{3\,\text{скл}} = \tfrac{1}{2} R_1 n_1 + \tfrac{1}{2} R_2 n_2$$

$$\text{при } P = P \quad S_{i\,\text{скл}} = 1/2 \sum_{k=1}^{i-1} R_k n_k$$

и после подстановки значения $R = \sigma P^2$ получим

$$S_{\text{скл}} = \tfrac{1}{2}\,\sigma \sum_{k=1}^{i-1} P_k{}^2 n_k = \sigma\,\tfrac{1}{2}\,P_1 \sum_{k=1}^{i-1} k^2 n_k. \tag{4}$$

Для определения полной величины запасов необходимо также определить, как изменяются запасы на снабженческо-сбытовых складах и базах при изменении величины одновременного объема поставки P.

Определим, как изменяется величина складского оборота при изменении величины поставки P_1:

$$\text{при } P = P_1 \quad Q_{1\,\text{скл. об}} = 0$$

$$\text{при } P = P_2 \quad Q_{2\,\text{скл. об}} = q_1 n_1 = P_1{}^2 n_1$$

$$\text{при } P = P_3 \quad Q_{3\,\text{скл. об}} = q_1 n_1 + q_2 n_2 = P_1{}^2 n_1 + P_2{}^2 n_2;$$

$$\text{при } P = P_i \quad Q_{i\,\text{скл. об}} = \sum_{k=1}^{i-1} q_k n_k \quad \text{и с учетом (2)}$$

$$Q_{i\,\text{скл. об}} = \sum_{k=1}^{i-1} P_k{}^2 n_k = P_1 \sum_{k=1}^{i-1} k^2 n_k.$$

Можно считать, что в первом приближении величина запасов на складах и базах снабженческо-сбытовых организаций прямо пропорциональна величине складского оборота. В этом случае, если обозначить через C_1 коэффициент пропорциональности между запасами данного вида изделий и их складским оборотом, величину складских запасов можно представить в виде

$$S_{i\text{баз}} = C_i Q_{\text{скл. об}} = C_1 P_1 \sum_{k=1}^{i-1} k^2 n_k. \qquad (5)$$

При этом необходимо сделать следующее замечание о экономическом смысле коэффициента C_1.

По определению, $C_1 = S_{i\text{баз}}/Q_{\text{скл.об}}$ представляет собой отношение величины складских запасов к величине складского оборота, что для данного вида изделий является величиной обратной коэффициенту оборачиваемости [2].

Поскольку чем меньше коэффициент C_1, тем выше оборачиваемость, то необходимо стремиться к тому, чтобы коэффициент C_1 по возможности был минимален и с увеличением складского оборота либо оставался на прежнем уровне, либо постепенно уменьшался.

В связи с тем, что выше были определены отдельные составляющие запасов, то для того, чтобы установить полную величину запасов, необходимо суммировать величины запасов по (3), (4), (5):

$$S_{\text{общ}} = S_{i\text{тр}} + S_{i\text{скл}} + S_{i\text{баз}} = \tfrac{1}{2} P_1 \Big(\sum_{k=1}^{m} k n_k - \sum_{k=1}^{i-1} k n_k\Big) + \sigma \tfrac{1}{2} P_1 \sum_{k=1}^{i-1} k^2 n_k + C_1 P_1 \sum_{k=1}^{i-1} k^2 n_k \qquad (6)$$

$$S_{\text{общ}} = \tfrac{1}{2} P_1 \Big[\sum_{k=1}^{m} k n_k - \sum_{k=1}^{i-1} k n_k + (\sigma + 2C_1) \sum_{k=1}^{i-1} k^2 n_k\Big].$$

2. Формирование издержек обращения при изменении величины одновременной поставки

При изменении величины одновременной поставки продукции соответственно меняются и издержки обращения, что обусловлено появлением и изменением расходов на складское хранение и дополнительную транспортировку продукции при складской форме снабжения.

Так как объем погрузочно-разгрузочных работ на местах у поставщика и потребителя продукции при изменении величины объема одновременной поставки практически не меняется, то, следовательно, издержки, обусловленные погрузкой продукции у поставщика и разгрузкой у потребителя, можно принять независящими от P и в дальнейших расчетах не учитывать.

Остальные составляющие издержек обращения, обусловленные продвижением продукции от поставщика к потребителям, зависят от размера поставок P и процесс их формирования в зависимости от изменения P будет рассмотрен нами ниже в следующем порядке.

1. Процесс формирования транспортных издержек, обусловленных изменением веса железнодорожных отправок при изменении объема поставок.

2. Процесс формирования издержек по автомобильным перевозкам, обусловленных изменением объема перевозок в зависимости от складского оборота.

3. Процесс формирования издержек по хранению запасов у потребителей и на снабженческо-сбытовых базах и складах, зависящих от величины запасов.

4. Процесс формирования издержек, обусловленных отвлечением материальных ресурсов, находящихся в запасах, из народнохозяйственного оборота.

Себестоимость железнодорожных перевозок различных грузов повагонными отправками после применения соответствующих коэффициентов и установления расстояний перевозок определяется следующей формулой [3]:

$$C = A + \frac{B}{G},$$

где A и B — постоянные коэффициенты, а G — вес груза.

По формуле аналогичного вида определяется также себестоимость железнодорожных перевозок при мелких отправках [4] в расчете на одну отправку.

Следовательно, для определения величины себестоимости железнодорожных перевозок необходимо знать общее количество отправок (поставок) и их вес. А так как вес отправки изменяется в соответствии с изменением P, то, обозначив через G_1 — вес поставки P_1, через G_2 — вес отправки P_2 и т. д., указанную формулу можно привести к виду

$$C = A + \frac{B'}{P_i}, \tag{7}$$

где C — издержки по транспортировке одной отправки данного веса, а B' — коэффициент, пересчитанный из соотношения объема к весу поставки, $B'/B = P_1/G_1$, $B' = BP_1/G_1$.

При определении транспортных издержек на железнодорожные перевозки в качестве исходной была выбрана гипотеза [1], согласно которой по мере увеличения объема одновременной поставки P происходит укрупнение мелких поставок, объемом меньше P, до величины поставки P при одновременном изменении общего количества поставок.

Приняв указанную гипотезу в качестве основы для данных расчетов и несколько видоизменив их порядок, можно определить транспортные издержки при железнодорожных перевозках следующим образом.

При $P = P_1$ все поставки осуществляются транзитом и их себестоимость выразится в соответствии с (7) в виде суммы произведений общего количества поставок на коэффициент A, плюс сумма отношений общего количества поставок в данной интервальной группе к их объему, умноженной на коэффициент B'.

Обозначив общее количество поставок в каждой интервальной группе через N_1, N_2, N_3, ... , N_m и подставив их значения в (7), получим выражение для общей себестоимости поставок

$$C_{\text{общ}} = A\sum_1^m N_i + B'\sum_1^m N_1/P_i$$

$(i = 1, 2, 3, \dots, m)$.

Принимая во внимание, что $N_i = n_i\beta_i = n_i q_i/P_i$ и учитывая (2), общая себестоимость всей совокупности транзитных поставок при $P = P_1$ выразится в виде

$$C_{\text{транз}} = A\sum_1^m P_k n_k + B'\sum_1^m n_k = \sum_1^m (AP_k + B')\,n_k. \tag{8}$$

С увеличением объема одновременной поставки P общая себестоимость, определяемая по (8), начнет уменьшаться за счет уменьшения транзитного количества поставок и составит:

$$C_{\text{транз}} = \sum_{k=1}^m (AP_k + B')\,n_k - \sum_{k=1}^i (AP_k + B')\,n_k. \tag{9}$$

Кроме того, мелкие поставки, направляемые в этом случае через склады и базы снабженческо-сбытовых организаций, будут ими укрупняться до значений, которые могут быть определены из следующих рассуждений.

Предположим, что имеется M снабженческих баз и складов и что объемы складских поставок распределены между ними поровну, т. е. объем продукции, получаемый каждой базой и складом, равен

$$q_{\text{скл}} = Q_{\text{скл}}/M.$$

Последнее допущение правомерно вследствие того, что во всех предыдущих исследованиях мы оперировали средними величинами объемов потреблений, объемов поставок, количества потребителей и пр. и, следовательно, средний объем складских поставок по каждому складу выразится в виде отношения общего объема складских поставок $Q_{скл}$ к числу складов M.

При увеличении объема одновременной поставки P общий объем складской поставки составит:

при $P = P_1$ $\quad Q_{скл} = q_1 n_1$

при $P = P_2$ $\quad Q_{2скл} = q_1 n_1 + q_2 n_2$

при $P = P_3$ $\quad Q_{3скл} = q_1 n_1 + q_2 n_2 + q_3 n_3$

при $P = P_i$ $\quad Q_{iскл} = \sum_{k=1}^{i} q_k n_k = \sum_{k=1}^{i} P_k{}^2 n_k = P_1 \sum_{k=1}^{i} k^2 n_k.$

Количество же складских поставок при изменении P остается неизмененным, равным количеству баз и складов M, изменяться будет лишь величина объема поставки каждому складу $P_{скл}$:

$$P_{скл} = q_{скл} = Q_{скл}/M \qquad P_{скл} = P/M \sum_{k=1}^{i} k^2 n_k.$$

После подстановки количества складских поставок M и их объема $P_{скл}$ в (7) получим выражение для себестоимости железнодорожных перевозок складских поставок:

$$C_{скл} = AM + B'M : P_i/M \sum_{k=1}^{i} k^2 n_k = AM + B'M^2/P_1 \sum_{k=1}^{i} k^2 n_k. \tag{10}$$

Выражение для общих издержек по железнодорожным перевозкам получим в виде суммы издержек по транзитным и складским поставкам:

$$C_{общ} = C_{транс} + C_{скл}.$$

Поскольку первые члены выражений (9) и (10) являются постоянными, не зависящими от P, то, если обозначить

$$\sum_{k=1}^{m} (AP_i + B') n_i + AM = D,$$

суммарные издержки от железнодорожных перевозок можно выразить в виде

$$C_{общ} = D - \sum_{k=1}^{i} (AP_k + B') n_k + B'M^2/P_1 \sum_{k=1}^{i} k^2 n_k. \tag{11}$$

Перейдем к рассмотрению процесса формирования издержек, обусловленных дополнительными автомобильными перевозками продукции от снабженческо-сбытовых баз и складов до непосредственных потребителей.

Поскольку в настоящее время отсутствует методика определения зависимости себестоимости перевозок от рода и веса грузов, то при исследовании издержек на автомобильные перевозки можно пользоваться едиными тарифами.

При определенных средних условиях перевозки на данное расстояние стоимость перевозок определяется перемножением тарифной ставки на количество тонн перевезенного груза [5].

Таким образом за исходную принимаем прямую пропорциональную зависимость издержек автомобильных перевозок от веса груза.

Так как вес поставки данного вида изделий связан с величиной поставки соотношением вида $G = g_1 P$ (где g_1 — вес единичной поставки P_1), то, принимая во внимание, что объем дополнительных перевозок равен общему объему складских поставок по (5), себестоимость автомобильных перевозок может быть представлена в виде

$$C_{ап} = g_1 C_1 P_1 \sum_{k=1}^{i} k^2 n_k. \tag{12}$$

Переходя к рассмотрению процесса формирования издержек по хранению общих запасов, необходимо отметить сложность определения этих издержек у потребителей продукции.

Прежде всего следует заметить, что затраты на хранение запасов у предприятий-потребителей не планируются и отдельно не учитываются.

Часть затрат по хранению проходит по статьям общезаводских расходов (хранение продукции на центральных складах), а другая часть включается в цеховые расходы (хранение запасов продукции в цеховых складах).

Еще большие трудности возникают при необходимости определить затраты по хранению какого-либо отдельного вида потребляемой продукции.

Учитывая, что примерно 80—85% всех запасов сосредоточено и хранится на складах предприятий-потребителей, отсутствие должного учета и методики отражения затрат по хранению запасов является, на наш взгляд, недопустимым.

Поскольку отсутствует возможность непосредственно определить уровень издержек по хранению запасов у потребителей, то, по-видимому, единственно возможным способом их определения является принять их равными расходам по хранению на снабженческо-сбытовых базах и складах, хотя эти расходы, по нашему мнению, у предприятий несколько выше из-за низкой производительности труда в складском хозяйстве.

Издержки по хранению запасов на снабженческо-сбытовых базах планируются и учитываются отдельным показателем организаций материально-технического снабжения и в настоящее время составляют в народном хозяйстве примерно 1,5% величины складского оборота.

С учетом изложенного издержки по хранению запасов могут быть определены как произведение относительной величины издержек по хранению на цену изделий и общий объем запасов $S_{\text{общ}}$ по выражению (6).

Если $J_{\text{от}}$ — относительные издержки по хранению, h — цена единицы изделий, то издержки по хранению запасов выразятся в виде

$$J_{\text{хр}} = J_{\text{от}} h S_{\text{общ}}. \tag{13}$$

В заключение рассмотрим процесс формирования издержек, образующихся вследствие отвлечения из народнохозяйственного оборота запасов $S_{\text{общ}}$, которые определяются аналогично (13), т. е. как произведение нормативного коэффициента эффективности капитальных вложений $K_{\text{эф}}$ на цену изделия и общий объем запасов

$$J_{\text{извл}} = K_{\text{эф}} h S_{\text{общ}}. \tag{14}$$

Значение коэффициента эффективности капитальных вложений меняется в зависимости от отрасли, в которую вкладываются средства.

Так, в аналогичных расчетах [6] для анализа издержек отвлечения запасов применяется коэффициент эффективности использования производственных фондов, равный по промышленности СССР 0,234, а значение коэффициента эффективности капитальных вложений принят типовой методикой различным для отраслей народного хозяйства. В частности, для машиностроения, лесной, бумажной, легкой и пищевой промышленности и сельского хозяйства этот коэффициент установлен равным 0,2 [7].

Если исходить из величины коэффицента эффективности вложения основных фондов $K_{\text{эф}} = 0{,}2$ и относительных издержек по хранению $J_{\text{от}} = 0{,}015$, то, объединив (13) и (14), можно написать для издержек, обусловленных запасами

$$J_{\text{зап}} = 0{,}215\, h S_{\text{общ}}. \tag{15}$$

Тогда суммарные издержки $J_{\text{сум}}$ по (11), (12), (15) в общем виде равны:

$$J_{\text{сум}} = D - \sum_{k=1}^{i} (AP_k + B') n_k + B'M^2/P_1 \sum_{k=1}^{i} k^2 n_k + g_1 C_1 P_1 \sum_{k=1}^{i-1} k^2 n_k +$$

$$+ 0{,}108\, h P_1 \Big[D_1 - \sum_{k=1}^{i-1} k n_k + (\sigma + 2C_1) \sum_{k=1}^{i-1} k^2 n_k\Big]. \tag{16}$$

3. Оптимизация издержек и запасов при поставках продукции транзитом и через склад

Построенные ранее математические модели (6) и (16) позволяют определить величины запасов и издержек обращения в зависимости от величины одновременной поставки P как непосредственно по самим формулам в целом, так и в отдельности — по членам уравнений, описывающим составляющие процессов поставок.

При рассмотрении моделей (6), (16) можно заметить, что они состоят из постоянных коэффициентов, определение которых уже рассмотрено, и из выражений, стоящих под знаком суммы, представляющих собой произведение значения текущей координаты объема поставок ($K = 1, 2, 3, \ldots, m$) в нулевой, первой и второй степени на число потребителей в данной интервальной группе

$$\text{(суммы вида } \sum_{k=1}^{i} n_k, \quad 1/\sum_{k=1}^{i} k^2 n_k, \quad \sum_{k=1}^{i} k n_k, \quad \sum_{k=1}^{i} k^2 n_k).$$

Таким образом, определение величины издержек и запасов не составит значительных трудностей, если учесть, что число потребителей в каждой интервальной группе n_k задано дискретными значениями, определенными при статистической обработке данных о структуре потребления и о поставках исследуемого вида продукции.

После соответствующей обработки статистических данных и проведения надлежащей корректировки в нашем распоряжении окажется ряд интервальных значений количества потребителей n_1, n_2, n_3, n_k, которые непосредственно применять в расчетных формулах все же не рекомендуется по ряду соображений.

Во-первых, при статистической обработке возможно появление всевозможных вычислительных ошибок, значительно возрастающих по величине в процессе умножения и искажающих характер функционала. Кроме того, ошибки возможны и за счет некоторых резких скачков значений n_k по отношению к средним величинам, за счет нетипичных для процесса в целом отклонений случайного характера (например), полное отсутствие потребителей или их чрезмерная концентрация в некоторых интервалах).

Во-вторых, в процессе оптимизации функции необходимо определять ее экстремальные значения, что при использовании опытных данных с резкими колебаниями величины аргумента не всегда приводит к желаемым результатам, так как минимальному или максимальному дискретному значению еще не всегда соответствует экстремум функционала.

Для исключения вышеперечисленных влияний на результаты вычислений необходимо дискретные значения аргумента n_k сгладить (выравнять) по методу наименьших квадратов, то есть привести к виду

$$y = a_0\varphi_0(k) + a_1\varphi_1(k) + \ldots + a_m\varphi_m(k),$$

где y — многочлен наилучшего приближения; a_0, a_1, a_2 и т. д. — коэффициенты, а $\varphi_m(k)$ — функция степени m от аргумента K.

В общем случае многочлен наилучшего приближения выразится в виде параболы 2. 3, или m-й степени более высокого порядка.

Не останавливаясь на способе вычисления этого многочлена, который подробно описан в математической литературе, заметим лишь, что в качестве метода выравнивания опытных данных целесообразно применить математико-статистический метод, базирующийся на полиномах Чебышева, который позволяет с наибольшим приближением и наиболее простым способом определить все члены полинома параболического приближения по методу наименьших квадратов [8]. При этом методе уже полиномы 3-й и 4-й степени дают достаточное для практики приближение, в связи с чем вычисление полиномов более высоких степеней обычно не производится.

После выравнивания дискретных значений n_k и подстановки в полученное значение функции аргумента $x = 1, 2, 3, \ldots, k$ можно найти выравненное значение количеств потребителей n'_1, n'_2, n'_3, ... , n'_k, которые необходимо перемножить с находящимися под знаком сумм k^0, k^1 и k^2 уравнений (6), (16) и вычислить значения этих сумм при $k = 1, 2, 3, \ldots, m$.

Чтобы найти оптимальные значения запасов и издержек обращения по преобразованным таким образом выражениям (6) и (16), можно поступить двояко:

во-первых, можно вычисленные значения сумм

$$\sum_{k=1}^{i} n'_k, \qquad 1/\sum_{k=1}^{i} k^2 n'_k, \qquad \sum_{k=1}^{i} kn'_k, \qquad \sum_{k=1}^{i} k^2 n'_k$$

умножить на стоящие перед знаками сумм коэффициенты уравнений (6) и (16) и вычисленные при $k = 1, 2, 3, \ldots, m$ значения функций непосредственно сравнить между собой, найдя минимум функций запасов и издержек;

во-вторых, можно входящие в (6) и (16) суммы вычислить при $k = 1, 2, 3, \ldots, m$ и полученные дискретные значения каждой из сумм вторично выровнять по способу Чебышева в полиномы 3-й степени, получив для каждой суммы соответственно:

$$y_a = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3, \qquad y_b = b_0 + b_1 x + b_2 x^2 + b_3 x^3$$
$$y_c = c_0 + c_1 x + c_2 x^2 + c_3 x^3, \qquad y_d = d_0 + d_1 x + d_2 x^2 + d_3 x^3.$$

В общем случае уравнение (16) может быть путем соответствующих математических преобразований сумм и коэффициентов приведено к виду

$$J_{\text{сум}} = A \sum_{k=1}^{i} n'_k + B/\sum_{k=1}^{i} k^2 n'_k + C \sum_{k=1}^{i} kn'_k + D \sum_{k=1}^{i} k^2 n'_k + E. \tag{17}$$

После подстановки в уравнение (17) соответствующих полиномов, перемножения и суммирования получим уравнение (16) в виде

$$J_{\text{сум}} = Lx^3 + Mx^2 + Nx + E, \tag{18}$$

где коэффициенты L, M, N представляют собой суммы попарных произведений вида $L = Aa_3 + Bb_3 + Cc_3 + Dd_3$ и т. п., а E — постоянный член.

Экстремум функции (18), представляющий собой уравнение третей степени $y = Lx^3 + Mx^2 + Nx + E$, может быть найден путем дифференцирования этой функции и приравнивания ее первой производной нулю:

$$y' = 3Lx^2 + 2Mx + N = 0. \tag{19}$$

Решая полученное квадратное уравнение, найдем оптимальное значение суммарных издержек.

Аналогично находится и величина оптимальных запасов.

Рассмотренный выше способ нахождения оптимума издержек и запасов сравнительно точен, но требует большого количества вычислений и поэтому может быть рекомендован для реализации на электронных цифровых вычислительных машинах.

Если не предъявляется повышенных требований к точности вычислений, то можно рекомендовать приближенный метод вычисления (6) и (16) путем сглаживания функции n_k, входящей под знаки суммы членов этих выражений, не в полиномах Чебышева, а в виде приближенной функции вида

$$y_1 = 1/x \qquad \text{или} \qquad y_2 = 1/x^2.$$

Функция n_k представляет собой зависимость количества предприятий-потребителей от объема одновременной поставки и, очевидно, с увеличением объема поставки P_k количество предприятий n_k монотонно уменьшается.

Если представить эту функцию в виде относительного количества предприятий-потребителей, отнесенных к наибольшему их количеству n_1, т. е.

$$N_1 = n_1/n_1, \qquad N_2 = n_2/n_1, \qquad N_3 = n_3/n_1, \qquad N_k = n_k/n_1,$$

то можно заметить, что первый член N_1 равен единице ($N_1 = n_1/n_1 = 1$), а последующие члены уменьшаются с увеличением индекса K обратно пропорционально K.

Очевидно, что приближенно значения N_k можно представить в виде функции $y_1 = 1/x$ или $y_2 = 1/x^2$, значение которой также уменьшается с увеличением x.

Выбор функции лучшего приближения из функций $y_1 = 1/x$ и $y_2 = 1/x^2$ может быть произведен следующим образом:

1) вычисляются значения относительного количества потребителей

$$N_k = n_k/n_1, \quad N_1,\ N_2,\ \ldots,\ N_k \qquad \text{при } k = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots,\ m;$$

2) вычисляются или определяются из таблиц значения функций

$$y_1 = 1/x \ \text{ и } \ y_2 = 1/x^2 \qquad \text{при } x = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots,\ k;$$

3) вычисляются разности $N_k - y_k$ для обеих функций и возводятся в квадрат;

4) вычисляются суммы

$$S_1 = \sum_{k=1}^{m} (N_k - y_{1k})^2, \quad S_2 = \sum_{k=1}^{m} (N_k - y_{2k})^2$$

и из них выбирается наименьшая.

Очевидно, что если сумма $S_1 < S_2$, то это будет соответствовать наибольшему приближению функции N_k к $y_1 = 1/x$, а при $S_2 < S_1$ функция N_k будет приближаться к функции $y_2 = 1/x^2$.

Выбрав соответствующее значение функции y_1 или y_2, подставим его вместо N_k в уравнения (6) и (16), соответственно заменив x на k.

Суммы членов (6) и (16) с учетом подстановки можно выразить в ином виде, если обозначить $1/n_1 = l$, тогда для $y_1 = 1/k$

$$\sum_{k=1}^{i} k^2 n_k = l \sum_{k=1}^{i} k^2 1/k = l \sum_{k=1}^{i} k, \quad \sum_{k=1}^{i} n_k = l \sum_{k=1}^{i} 1/k$$

$$1/\sum_{k=1}^{i} k^2 n_k = 1/l \sum_{k=1}^{i} k, \quad \sum_{k=1}^{i} k n_k = l \sum_{k=1}^{i} k 1/k = lk.$$

Если же $y_2 = 1/k^2$, тогда

$$\sum_{k=1}^{i} k^2 n_k = l \sum_{k=1}^{i} k^2/k^2 = lk,$$

$$\sum_{k=1}^{i} n_k = l \sum_{k=1}^{i} 1/k^2, \quad \sum_{k=1}^{i} k n_k = l \sum_{k=1}^{i} 1/k, \quad 1/\sum_{k=1}^{i} k^2 n_k = 1/lk$$

$$\text{при } k = 1, 2, 3,\ \ldots,\ m.$$

Если полученные суммы

$$\sum_{k=1}^{m} k = 1 + 2 + 3 + \ldots + m, \quad \sum_{k=1}^{m} 1/k = 1 + 1/2 + 1/3 + \ldots + 1/m$$

$$1/\sum_{k=1}^{m} k = 1/(1 + 2 + 3 + \ldots + m), \quad \sum_{k=1}^{m} 1/k^2 = 1 + 1/4 + 1/9 + \ldots + 1/m^2$$

сгладить по методу Чебышева и представить в виде полиномов 3-й степени, дающих достаточное приближение, то выражения (6) и (16) могут быть преобразованы в уравнения 3-й степени относительно P_1.

Последующие дифференцирование этого уравнения по k и приравнивание первой производной нулю приведет к уравнению 2-й степени, решение которого позволит найти оптимальное с точки зрения запасов или издержек значение P.

Можно предположить, что несмотря на приближенный характер предложенного вычислительного метода он даст достаточную для решения практических задач точность нахождения P и окажется весьма полезным для вычисления оптимальных значений P в тех случаях, когда неизвестен вид функции n_k, например, при определении транзитных нормативов на новые виды продукции.

В заключение покажем достоинства приближенного метода вычислений с заменой

n_k на функцию вида $y_1 = 1/k$ или $y_2 = 1/k^2$ для предварительной оценки величин коэффициентов, входящих в уравнение (6).

Очевидно, что если

$$\sum_{k=1}^{i} kn_k > (\sigma + 2C_1) \sum_{k=1}^{i} k^2 n_k,$$

то общая величина запасов будет уменьшаться и, наоборот, увеличиваться, если

$$\sum_{k=1}^{i} kn_k < (\sigma + 2C_1) \sum_{k=1}^{i} k^2 n_k.$$

Следовательно, при

$$\sum_{k=1}^{i} kn_k = (\sigma + 2C_1) \sum_{k=1}^{i} k^2 n_k$$

запасы будут оставаться на неизменном уровне и величина коэффициента $(\sigma + 2C)$ будет иметь граничное значение.

Подставим в последующее уравнение вместо n_k функцию $1/k$, тогда можно написать

$$\sigma + 2C_1 = \sum_{k=1}^{i} kn_k / \sum_{k=1}^{i} k^2 n_k = lk/l \sum_{k=1}^{i} k = k / \sum_{k=1}^{i} k,$$

следовательно, при $k = 1, 2, 3, \ldots, m$, коэффициент $(\sigma + 2C_1)$ выразится в виде следующего числового ряда: 1; 3/5; 3/7; 3/9; $3/2k+1$, откуда можно заметить, что даже при $k = 2$ и $\sigma = 0$ величина оборачиваемости в днях должна быть не менее $90 \cdot 3/10$, т. е. 27 дней, и с увеличением K непрерывно должна уменьшаться.

Еще меньшей должна быть величина оборачиваемости в днях при замене функции n_k на $y_2 = 1/k^2$.

Таким образом, при увеличении доли складского оборота непрерывно должна ускоряться оборачиваемость складских поставок, которая обусловливает уменьшение величины общих запасов; если же указанное условие не будет выполняться, то общая величина запасов с увеличением складского оборота будет расти.

Выводы

1. Минимуму совокупных запасов и наибольшей эффективности снабжения соответствует определенный математический закон поставок, при котором во всем интервале поставок произведение объема одновременной поставки P на величину относительного интервала поставок γ есть величина постоянная, равная минимально возможному объему поставки P_1, т. е. $\gamma P_k = P_1$.

2. Математическое выражение моделей совокупных запасов и издержек обращения, приведенные в дискретной форме, путем сглаживания по методу наименьших квадратов в полиномах Чебышева могут быть представлены в аналитическом виде, допускающем нахождение оптимума функции путем дифференцирования ее по P и приравнивания нулю ее первой производной y' на цифровых электронно-вычислительных машинах.

3. Предлагается менее точный, но более простой метод сглаживания функций запасов и издержек с последующим нахождением их оптимальных значений, допускающий применение обычных вычислительных приемов и доступный для решения практических задач..

4. Показывается, что при увеличении доли складского оборота непрерывно должна ускоряться оборачиваемость на снабженческих складах и базах, которая в целях уменьшения величины совокупных запасов не должна во всем диапазоне поставок превышать определенного поддающегося вычислению уровня.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Фелициус, Электрическое моделирование экономических процессов поставок продукции транзитом и через склад, Изв. АН ЭССР. Сер. обществ. наук, т. XV, № 3, 1966.
2. Словарь-справочник экономиста промышленного предприятия, М., 1965, стр. 326.
3. Справочник железнодорожных тарифов, М., 1964, стр. 275.
4. Себестоимость железнодорожных перевозок, Под. ред. В. Н. Орлова, М., 1965, стр. 262.
5. Справочник единых тарифов на перевозку грузов автомобильным транспортом, М., 1962, стр. 5—7.
6. В. Т. Наумик, Выбор экономической формы снабжения, НИИ организации управления и нормативов, Вып. 2 обзорной научно-экономической информации, М., 1965.
7. Экономическая Энциклопедия, т. 3, М., 1965, стр. 852.
8. В. С. Немчинов, Экономико-математические методы и модели, М., 1962, стр. 96—145.

Институт экономики
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию
25/X 1966

G. FELICIUS

MAJANDUSLIKE PROTSESSIDE MATEMAATILINE MODELLEERIMINE JA OPTIMISEERIMINE TOODANGU HANKIMISEL TRANSIIDINA JA LAO KAUDU. II

Resümee

Artiklis käsitletakse kaupade tagavarade ja käibekulude matemaatilise modelleerimise ja optimiseerimise meetodit erineva suurusega toodangupartiide hankimisel.

Soovitatakse hankimist käsitada kui diskreetset protsessi ja kasutada matemaatilise statistika meetodeid, kusjuures tarbijaskond jaotatakse keskmiste tarbimismahtude, hankesuuruste ja nendevaheliste intervallide järgi järkjärguliselt kasvavateks kindlateks gruppideks.

Hangete suhtelise intervalli muutumine sõltub pöördvõrdeliselt hangete mahust ja intervallide suurusest, mis tagab tagavarade miinimumi.

Matemaatilised sõltuvused esitatakse kujul, mis võimaldab tagavarade ja kulude analüüsi tavalise arvutusmeetodi abil.

Kuna modelleerimisele kuuluvad lõplikud matemaatilised tulemused on keerukad, jaotatakse nad mitmeks eri summaks, mis igaüks modelleeritakse, tulemused aga summeeritakse.

Diskreetsete mudelite optimiseerimisel on statistiliste jaotusribade võrdsustamisel kasutatud Tšebõševi polünoome, määrates selle kordajad vähimruutude meetodil. Tulemus minimiseeritakse.

Soovitatav meetod võimaldab hankeprotsesse uurida lihtsal ja ülevaatlikul kujul ning esimeses lähenduses arvutada kaubavarude ja käibekulude optimumi.

Eesti NSV Teaduste Akadeemia
Majanduse Instituut

Saabus toimetusse
25. X 1966

G. FELICIUS

MATHEMATISCHE MODELLIERUNG UND OPTIMIERUNG DER ÖKONOMISCHEN PROZESSE VON PRODUKTIONSLIEFERUNGEN MITTELS DES TRANSITS UND DURCH LAGERUNG. II

Zusammenfassung

Der Artikel behandelt die Methode der mathematischen Modellierung und Optimierung der Veränderungsprozesse der Warenvorräte und Umlaufspesen bei Produktionslieferungen in Partien verschiedenen Umfangs.

Man erörtert das Verfahren der Formulierung von Lieferungsprozessen in diskreter Form durch Methoden mathematischer Statistik, indem die Gesamtheit der Konsumenten nach einem bestimmten durchschnittlichen Umfang des Konsums und der Größe und Häufigkeit der Lieferungen in rangierte Gruppen eingeteilt wird.

Die Veränderung des verhältnismäßigen Lieferungsintervalls steht zum Lieferungsvolumen und zur Intervallgröße in umgekehrter Proportion, welcher Umstand ein Minimum des Warenvorrats gewährleistet.

Die mathematischen Abhängigkeiten sind derart dargelegt worden, daß man eine Analyse der Vorräte und Spesen durch die üblichen Berechnungsmethoden ausführen kann.

Wegen der Kompliziertheit der zu modellierenden endgültigen mathematischen Ausdrücke werden sie in einzelne Summen eingeteilt und die mathematische Modellierung nach folgender Summierung der einzelnen Ergebnisse gesondert durchgeführt.

Bei der Optimisierung der mathematischen Ausdrücke der diskreten Modelle wird eine Ausgleichung der statistischen Reihen der Verteilungen mit Hilfe der kleinsten Quadrate in Polynomen von Tschebyschew angewandt, — mit nachfolgender Minimierung der resultierenden Funktion.

Die vorgeschlagene Methode der mathematischen Modellierung gestattet es, Lieferungsprozesse auf eine einfache und anschauliche Weise zu erforschen sowie die Größe der Warenvorräte und Umlaufspesen in der ersten Annäherung zu optimieren.

Institut für Ökonomie der Akademie der Wissenschaften der Estnischen SSR

Eingegangen am 25. Okt. 1966