EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. XVI KÖIDE
ÜHISKONNATEADUSED. 1967, Nr. 1

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ XVI
ОБЩЕСТВЕННЫЕ НАУКИ. 1967, № 1

https://doi.org/10.3176/hum.soc.sci.1967.1.03

E. LEINEMANN

TOOTMISE TASAKAAL JA OMAHIND. III

Töö kolmandas osas uuritakse tootmistegevuse, tööjõu ja põhifondide vahekorda. Esimese ja teise osa eeskujul on käsitlus rajatud tootmisüksuse ja majandustegevuse mõistele [1,2]. Erinevalt töö teisest osast, milles käsitletakse investeerimise ja põhifondide mõistet, koondub käesolevas artiklis tähelepanu tootmissektorile, mille kaudu defineeritakse tootmistegevus ja tehnika progress. Tootmistegevuse mõiste konkretiseerimiseks püstitatakse tootmistegevuse hüpoteesid, tuletatakse Cobb-Douglas'e tootmisfunktsioon ja käsitletakse viimasega seotud põhimõisteid. Tootmisüksuse tasakaalu mõiste järgi käsitletakse tootmissektori-omahinda ja kasumit, mille järgi omakorda defineeritakse konkurentsi mõiste. Tuginedes palga ja fondimaksu normaalmäära mõistele, postuleeritakse hõivuse ja põhivahendite kasutamise sõltuvus palga- ja fondimaksu määrast ning interpreteeritakse neid sõltuvusi elastsustegurite mitmesuguste eriväärtuste korral. Rakendatakse Leontjevi mudelit

$$\mathfrak{A}X + Y = X, \qquad (*)$$

kus $\mathfrak{A}$ on maatriks, mille elemendid on operaatorid, ja konstrueeritakse tootmise makrodünaamiline tasakaalumudel, mis investeerimis- ja asendamistegevuse kõrval arvestab ka tehnika progressi, elanikkonna kasvu ja sotsiaalpsühholoogiliste vaadete mõju tootmisele. Mudeli parameetrite klassifitseerimisel peatutakse tootmissüsteemi tootmissuhete mõistel. Artiklis käsitletakse üksikasjaliselt analüütilise planeerimisülesande lahendamist, uurides eriti tootmissuhete mõju tootmiskiirusele, hõivusele ja põhivahendite kasutamisele. Fondimahukusnormi dünaamika uurimisel näidatakse, et arenemise käigus muutub fondimahukusnorm peaaegu konstantseks, ja tuletatakse valem, mis võimaldab hinnata tootmissuhete mõju tehnika progressile. Poliitiliste planeerimisülesannete käsitlemisel peatutakse optimumülesandel, milles tootmise arendamise eesmärk on seotud elanikkonna tarbimisega ja arendamispoliitika realiseerimisvahendiks on hinnapoliitika. Leitakse valemid, mis võimaldavad uurida tootmiskiiruse optimaalse kasvutempo algväärtuse sõltuvust tootmissuhetest. Artikli lõpus näidatakse, et töö teises osas käsitletud taastootmise teooria on allpool arendatava teooria erijuhtum, mida iseloomustavad konkreetsed tootmissuhted.

Taastootmise teooria põhimõistete sõnastamisel on autor tuginenud teataval määral J. Tinbergeni ja H. C. Bos'i töödele [3,4,5]. Teooria aksiomaatilise käsitlusviisi on kasutusele võtnud autor.

1. Tootmissektor erineb tootmissüsteemi teistest tootmisüksustest väljundi viivitusaja ja asendi poolest tootmissüsteemis. Investeerimissektorist erineb tootmissektor näiteks selle poolest, et tema sisendvoole X^- vastavat väljundvoogu X^+ eraldav ajavahemik on lühike. Tootmissektori väljundi viivitusaega sisendi suhtes seetõttu tavaliselt ei arvestata. Nagu uurimuse teises osas [2], nii käsitleme ka käesolevas tootmissektorit kui

a priori mõistet, mille varal defineerime teisi vajalikke mõisteid. Eeldame, et tootmissektorisse kuulub ainult üks tootmisüksus,* mis annab ühte liiki toodangut. Tootmissektori väljundvoog X^+ on ühenimeline vektor, mille koordinaatide summa X on tootmiskiirus [1]. Tootmissektori majandustegevus on tootmistegevus ehk tootmisprotsess. Defineerime tootmistegevuse kui abstraktse kvantitatiivse mõiste.

Definitsioon 1. *Tootmistegevus* $\mathfrak{P}$ on operaator, mis tootmissektori sisendvooga X^- seab vastavusse tootmiskiiruse X:

$$X = \mathfrak{P}(X^-). \tag{1}$$

Tootmistegevuse mõistega on seotud tehnika progressi mõiste, mille defineerime järgmiselt:

Definitsioon 2. Kui tootmissektori konstantsele sisendvoole vastav väljundvoog on aja kasvav funktsioon, siis nimetatakse niisuguse funktsiooni kasvutempot *tehnika progressiks*.

Tootmistegevuse kui operaatori konkreetne kuju sõltub tootmistegevuse hüpoteesidest. Tugineme töö esimeses osas käsitletud marginaalse elastsuse mõistele [1] ning püstitame tootmistegevuse ja tehnika progressi kohta järgmised kaks hüpoteesi.

A_p. Tootmiskiirus on elastne tootmissektori sisendvoo koordinaatide X_i^- suhtes. Tootmiskiiruse elastsustegurid

$$\frac{X_i^-}{X}\frac{\partial X}{\partial X_i^-} = \bar{\lambda}_i, \qquad i = 1, 2, \ldots, m \tag{2}$$

on määratud.

B_p. Tehnika progress

$$\frac{1}{X}\frac{\partial X}{\partial t} = \varepsilon \tag{3}$$

on jääv suurus.

Moodustanud tootmiskiiruse täisdiferentsiaali

$$dX = \frac{\partial X}{\partial t} + \sum_{i=1}^{m} \frac{\partial X}{\partial X_i^-} dX_i^- = X\left(\varepsilon\, dt + \sum_{i=1}^{m} \bar{\lambda}_i\, dX_i^-/X_i^-\right)$$

ning jaganud võrduse pooli tootmiskiirusega ja integreerinud tulemuse, saame:

$$\ln X = \varepsilon t + \sum_{i=1}^{m} \bar{\lambda}_i \ln X_i^- + \ln Q$$

($\ln Q$ on integreerimiskonstant). Potentseerime ja leiame, et hüpoteesidest (A_p) ja (B_p) tulenev tootmistegevus on Cobb-Douglas'e tootmisfunktsioon kujul

$$X = Qe^{\varepsilon t} \prod_{i=1}^{m} (X_i^-)^{\bar{\lambda}_i}. \tag{4}$$

Mastaabiteguri Q väärtus sõltub sisend- ja väljundvoo koordinaatide mõõtühikutest. Edasises käsitluses valime mõõtühikud niisugused, et mastaabitegur $Q = 1$.

Olgu $X = f(X^-)$ mingi tootmisfunktsioon. Käsitleme mõnda tootmisfunktsiooniga seotud põhimõistet. Tootmisfunktsiooni osa-diferentssuhe tootmissektori sisendvoo mingi koordinaadi järgi $\Delta X/\Delta X_i^-$ on vastava koordinaadi kasvu ΔX_i^- *keskmine tootlikkus*. Selle suhte piirväärtus

$$\lim_{\Delta X_i^- \to 0} \frac{\Delta X}{\Delta X_i^-} = \frac{\partial X}{\partial X_i^-}$$

* Töö neljandas osas käsitleme tootmissüsteemi, mille tootmissektor koosneb mitmest tootmisüksusest.

on tootmissektori sisendvoo koordinaadi i *marginaalne tootlikkus*. Tootmissektori sisendvoo X^- mingi hind $\underline{h}$ on sisendihind, väljundvoo mingi hind $\bar{h}$ — väljundihind. Tootmisüksuse tasakaalu definitsiooni järgi on tootmissektor tasakaalus, kui igale sisendihinnale $\underline{h}$ vastab niisugune väljundihind h, et kehtib võrdus

$$Xh = \sum_{i=1}^{m} X_i^- \underline{h}_i. \tag{5}$$

Väljundihind h, mis rahuldab tingimust (5), on *tootmissektori-omahind*. Tootmissektori kasum on vahe:

$$m = X\bar{h} - \sum_{i=1}^{m} X_i^- \underline{h}_i. \tag{6}$$

Kasumi suurus kuluühiku kohta on

$$\tilde{m} = X\bar{h} / \sum_{i=1}^{m} X_i^- \underline{h}_i - 1. \tag{7}$$

Eeldame, et tootmissektori sisendvoo X^- koordinaatide suhted

$$X_1^- : X_2^- : \ldots : X_m^- = c_1 : c_2 : \ldots : c_m$$

on määratud. Sel juhul avaldub sisendvoo iga koordinaat kujul

$$X_i^- = c_i p, \tag{8}$$

kus p on mastaabitegur. Asetame koordinaatide X_i^- väärtused võrdusest (8) valemisse (7). Kui kasumi suurus kuluühiku kohta sõltub mastaabitegurist p, siis ütleme, et tootmine võimaldab *mastaabiökonoomiat*. Vastasel korral ei ole mastaabiökonoomia võimalik. Valemist (7) nähtub, et viimasel juhul peab tootmiskiirus olema mastaabiteguriga võrdeline:

$$X = kp, \tag{9}$$

kus k on võrdetegur. Asetanud sisendvoo koordinaadid X_i^- võrdusest (8) võrdusse (4), veendume, et Cobb-Douglas'e tootmisfunktsiooni korral võib tootmiskiiruse X sõltuvus mastaabitegurist olla võrdeline ainult siis, kui

$$\sum_{i=1}^{m} \bar{\lambda}_i = 1. \tag{10}$$

Kui elastsustegurite summa on üks, siis Cobb-Douglas'e tootmisfunktsiooniga antud tootmistegevuses ei ole mastaabiökonoomia võimalik.

Lähtume kasumi mõistest ja defineerime konkurentsi mõiste.

D e f i n i t s i o o n 3. Tootmise arendamine kasumi suurendamise eesmärgil on *konkurents* *. Kui kasum on maksimaalne, siis nimetatakse konkurentsi *perfektseks* ehk *puhtaks*.

Kasumi maksimiseerimiseks on tarvilik, et kasumifunktsiooni (6) osatuletised tootmissektori sisendvoo koordinaatide järgi oleksid nullid:

$$\frac{\partial m}{\partial X_i^-} = \frac{\partial X}{\partial X_i^-}\bar{h} - \underline{h}_i = 0,$$

* Majandusteadusliku mõiste matemaatiline definitsioon toimub sel teel, et vastava majandusliku nähtuse paljudest tunnustest eraldame mõne või üheainukese kõige olulisema tunnuse, mis seda nähtust käsiteldava probleemi seisukohalt parimini iseloomustab [6]. Kuna käesolev töö uurib majanduslike nähtuste sõltuvust ja vastastikust tingitust, siis on nähtusi iseloomustavate oluliste tunnuste valimisel silmas peetud mitte niivõrd seda, m i s on oma olemuselt vaadeldav nähtus, vaid eeskätt seda; k u i d a s mõjutab see nähtus teisi temast sõltuvaid nähtusi. Konkurentsi mõju hindamisel majanduse arenemisele pole käesoleva töö seisukohalt oluline näiteks see, kes konkureerivad, vaid see, et konkurentsi eesmärk on kasumi suurendamine. Tootmissuhete kvantitatiivsel käsitlemisel pole niivõrd tähtis, mis on tootmissuhted, kuivõrd tootmissuhete mõju tootmise arenemisele. Et eri teooriad defineerivad sama tegelikkuse nähtust erinevalt, on teaduses tavaline. See võimaldab põhjalikumalt uurida nähtuse eri külgi, mille tulemuseks on nähtuse kui terviku sügavam tundmaõppimine. H. Poincaré järgi [7] ei too teadusele kahju ükski selgelt väljendatud definitsioon või hüpotees, sest sellest võime alati loobuda, kui vaatlus seda ei kinnita. Teadusele on ohtlikud niisugused hüpoteesid, mis tehakse vaikides, ebateadlikult või harjumusest, sest viimastest oleme mõnikord võimetud loobuma isegi siis, kui nad on ilmses vasturääkivuses tegelikkusega.

millest

$$\frac{\partial X}{\partial X_i^-} = \frac{h_i}{\bar{h}}. \tag{11}$$

Eeldame, et väljundihind $\bar{h} = 1$. Siis

$$\frac{\partial X}{\partial X_i^-} = h_i. \tag{11'}$$

Perfektse konkurentsi korral on tootmissektori sisendvoo iga koordinaadi sisendihind võrdne selle koordinaadi marginaalse tootlikkusega.

Eeldame perfektset konkurentsi ja arvutame tootmissektori maksimaalse kasumi, kui tootmistegevus on antud Cobb-Douglas'e tootmisfunktsiooniga. Lähtume võrdusest (11') ja arvutame sisendihinna:

$$h_i = \frac{\partial X}{\partial X_i^-} = \frac{\partial}{\partial X_i^-}\left[e^{\varepsilon t}\prod_{j=1}^{m}(X_j^-)^{\bar{\lambda}_j}\right] = \bar{\lambda}_i X / X_i^-.$$

Võrduse (6) järgi leiame nüüd, et

$$m = X - \sum_{i=1}^{m} X_i^- h_i = X(1 - \sum_{i=1}^{m}\bar{\lambda}_i). \tag{12}$$

Kui tootmine ei võimalda mastaabiökonoomiat, s. t. $\sum_{i=1}^{m}\bar{\lambda}_i = 1$, siis on kasum null. Võrduse (5) järgi on väljundihind $\bar{h} = 1$ sel juhul ühtlasi tootmissektori-omahind, s. t. $h = 1$. Kui $\sum_{i=1}^{m}\bar{\lambda}_i < 1$, siis on kasum positiivne. Kui $\sum_{i=1}^{m}\bar{\lambda}_i > 1$, siis annab tootmine kahjumit. Cobb-Douglas'e tootmisfunktsiooniga määratud tootmistegevus, mis allub tingimusele $\sum_{i=1}^{m}\bar{\lambda}_i > 1$, laseb end mitmeti interpreteerida. Niisugune tootmistegevus võiks esineda näiteks majanduses, mille tasakaalu reguleerib maksupoliitika: tootmistegevuse kahjumi korvamiseks tuleks rahvatulust osasaajaid — tööd, kapitali jne. — kõrgemini maksustada. Teatavas ajavahemikus tingimuse $\sum_{i=1}^{m}\bar{\lambda}_i > 1$ tõttu kahjumit andval tootmistegevusel võib olla ka mõni erieesmärk, näiteks konkurentide laostamine ja monopoli või oligopoli kehtestamine.

Piirdume sellega, et vaatleme tootmissektorit, mille sisendvool X^- on kaks koordinaati — hõivus (tööjõu kulu) X_1^- ja põhivahendite kasutamine X_2^-. Sel juhul avaldub Cobb-Douglas'e tootmisfunktsioon (4) kujul

$$X = e^{\varepsilon t}(X_1^-)^{\bar{\lambda}_1}(X_2^-)^{\bar{\lambda}_2}. \tag{13}$$

Cobb-Douglas'e tootmisfunktsiooni määramispiirkonda nimetatakse *tootmistehnoloogiate hulgaks*. Kui määramispiirkond on pidev, siis nimetame ka tehnoloogiate hulka *pidevaks*. Kui tehnoloogiate hulk on $X_1^-X_2^-$-tasandi mingi piirkond, mille pindala erineb nullist, siis on tootmisfunktsiooni (13) geomeetriliseks vasteks kolmemõõtmelise Cartesiuse koordinaatruumi pinna tükk (või tükid), mille kuju sõltub ajast. Kui tootmisele esitatud nõuded dikteerivad töö ja põhivahendite kasutamise teatud kindlas vahekorras, mille määrab eeskiri

$$f(X_1^-, X_2^-) = 0,$$

siis vastab tehnoloogiate hulgale $X_1^-X_2^-$-tasandi mingi kõver. Fikseerides näiteks tootmiskiiruse $X = X_0$, on tehnoloogiate hulk antud kõveraga

$$X_0 = e^{\varepsilon t}(X_1^-)^{\bar{\lambda}_1}(X_2^-)^{\bar{\lambda}_2},$$

mille kuju sõltub ajast. Selle kõvera iga punkt (X_1^-, X_2^-) kujutab tehnoloogia võimalikku varianti, millele vastab tootmiskiirus X_0.

Eeldame, et tootmine ei võimalda mastaabiökonoomiat ($\bar{\lambda}_1 + \bar{\lambda}_2 = 1$), ja jagame võrduse (13) pooli põhivahendite kasutamisega X_2^-. Võrdus (13) avaldub siis kujul

$$X/X_2^- = e^{\varepsilon t}(X_1^-/X_2^-)^{\bar{\lambda}_1}. \tag{13'}$$

Võrduse vasak pool on fonditootlikkus, suluavaldis võrrandi paremas pooles aga tööjõu kulu ja põhivahendite kasutamise suhe. Võrdus (13′) määrab fonditootlikkuse sõltuvuse tööjõu kulu ja põhivahendite kasutamise suhtest. Kui see suhe on jääv suurus, siis on tehnika progressi tõttu fonditootlikkus aja kasvav eksponentfunktsioon.

Olgu konkurents perfektne ja tootmisfunktsioon (13) pidev. Palgamäär $\underline{h}_1$ on sel juhul võrdne *marginaalse tööviljakusega* ja fondimaksu määr $\underline{h}_2$ — *marginaalse fonditootlikkusega*:

$$\underline{h}_1 = \frac{\partial X}{\partial X_1^-} = \bar{\lambda}_1 e^{\varepsilon t}(X_1^-)^{\bar{\lambda}_1 - 1}(X_2^-)^{\bar{\lambda}_2} \tag{14}$$

$$\underline{h}_2 = \frac{\partial X}{\partial X_2^-} = \bar{\lambda}_2 e^{\varepsilon t}(X_1^-)^{\bar{\lambda}_1}(X_2^-)^{\bar{\lambda}_2 - 1}. \tag{15}$$

Kui tootmine mastaabiökonoomiat ei võimalda, siis avalduvad viimased võrdused kujul

$$\underline{h}_1 = \bar{\lambda}_1 e^{\varepsilon t}(X_2^-/X_1^-)^{\bar{\lambda}_2} \tag{14'}$$

$$\underline{h}_2 = \bar{\lambda}_2 e^{\varepsilon t}(X_1^-/X_2^-)^{\bar{\lambda}_1}. \tag{15'}$$

2. Käsitleme palga- ja fondimaksu määra reguleerivat toimet tööjõu ja põhivahendite kasutamisele.

Tööjõu kui tootmise esmasteguri kasutamise tagavad tööjõuvarud, mille olemasolu on seotud elanikkonna taastootmise mõistega. Elanikkonna taastootmise (enesesäilitamise) alus on tarbimine, mille all mõistame töötasu ekvivalendi tarbimist ehk tarbimist kitsamas mõttes ning tarbimist muude hüvede näol, nagu näiteks vaba aeg, tervishoid (eeskätt head toitumis-, korteri- ja tööolud), hea haridus, loominguvabadus, isikupuutumatus jne. Elanikkonna taastootmisele aitavad kaasa *ühiskonna sotsiaalpsühholoogilised vaated*, mille kujunemist mõjutavad elatustase ja minevikukogemused. Postuleerime, et *elanikkond* on demograafia andmetega dikteeritud aja funktsioon kujul

$$\bar{P} = \bar{P}_0 e^{\pi t},$$

mille teatava osa $\iota\bar{P}$, $\iota \in [0, 1]$ moodustab *töövõimeline elanikkond* $\bar{L}$:

$$\bar{L} = \iota\bar{P}_0 e^{\pi t} = \bar{L}_0 e^{\pi t}. \tag{16}$$

Elanikkonna sotsiaalpsühholoogiliste vaadete reguleeriv toime hõivusele avaldub elanikkonna arusaamades selle kohta, missuguseid elamistingimusi võib pidada normaalseiks. Elanikkonna sotsiaalpsühholoogiliste vaadete mõju arvestamiseks postuleerime, et tööjõu pakkumist ja nõudmist reguleerib *palga normaalmäär*, mille defineerime võrdusega

$$\underline{h}_1^0 = \underline{h}_{1_0}^0 e^{\xi t}. \tag{17}$$

Tugineme palga normaalmäära mõistele ja postuleerime hõivuse sõltuvuse palgamäärast.

$\mathbf{A_L}$. Töövõimelise elanikkonna hõivuse X_1^- elastsustegur palgamäära $\underline{h}_1$ suhtes on $1/\beta$:

$$\frac{\underline{h}_1}{X_1^-}\frac{\partial X_1^-}{\partial \underline{h}_1} = \frac{1}{\beta}. \tag{18}$$

$\mathbf{B_L}$. Kui palgamäär on normaalne, siis on hõivus täielik.

Postulaadi (A_L) järgi

$$\beta \frac{dX_1^-}{X_1^-} = \frac{d\underline{h}_1}{\underline{h}_1},$$

mille integreerimisel ja potentseerimisel leiame, et

$$\beta \ln X_1^- = \ln \underline{h}_1 + \ln C_1$$

$$(X_1^-)^{\beta} = C_1 \underline{h}_1, \tag{19}$$

kus $\ln C_1$ on integreerimiskonstant. Määrame konstandi C_1 väärtuse. Kui $\underline{h}_1 = \underline{h}_1^0$, siis postulaadi ($B_L$) järgi $X_1^- = \bar{L}$, s. t. hõivus on täielik. Järelikult

$$(\bar{L})^{\beta} = C_1 \underline{h}_1^0,$$

millest

$$C_1 = (\bar{L})^{\beta} / \underline{h}_1^0.$$

Asetanud konstandi C_1 leitud väärtuse võrdusse (19), saame

$$(X_1^- / \bar{L})^{\beta} = \underline{h}_1 / \underline{h}_1^0. \tag{20}$$

Interpreteerime sõltuvust (20) elastsusteguri $1/\beta$ mõne konkreetse eriväärtuse korral.

Kui $\beta > 0$, siis on töövõimelise elanikkonna hõivus palgamäära kasvav astmefunktsioon.

Kui $\beta = 1$, siis on hõivus palgamääraga võrdeline.

Kui $\beta = 0$, siis sõltuvus (20) lihtsustub, avaldudes kujul $\underline{h}_1 = \underline{h}_1^0 = \underline{h}_{10}^0 e^{\xi t}$. Tulemus ütleb, et ühiskonnas on kehtestatud hõivusest sõltumatud töötasu määrad, mille keskmine on $\underline{h}_1^0$.

Kui $\beta = \infty$, siis avaldub sõltuvus (20) kujul $X_1^- = \bar{L} = \bar{L}_0 e^{\pi t}$. Tulemus ütleb, et ühiskonnas on kohaldatud töösundus, mis töötajate materiaalset huvitatust arvestamata näeb ette kogu töövõimelise elanikkonna hõivuse.

Kui $\beta < 0$, siis on hõivus palgamäära kahanev astmefunktsioon. Töövõimelise elanikkonna täieliku hõivuse saavutamiseks on kehtestatud minimaalpalga määr $\underline{h}_1^0$, mille puhul on võimalik tööd anda kogu töövõimelisele elanikkonnale.

Kui $\beta = -1$, siis on hõivus palgamääraga pöördvõrdeline.

Olgu $\bar{K}$ põhivahendite varu. Postuleerime, et põhivahendite kasutamist reguleerib *fondimaksu normaalmäär*, mille defineerime võrdusega

$$\underline{h}_2^0 = \underline{h}_{20}^0 e^{\xi t}. \tag{21}$$

Postuleerime põhivahendite kasutamise sõltuvuse fondimaksu määrast.

A_F. Põhivahendite kasutamise X_2^- elastsustegur fondimaksu määra $\underline{h}_2$ suhtes on $1/\gamma$:

$$\frac{\underline{h}_2}{X_2^-} \frac{\partial X_2^-}{\partial \underline{h}_2} = \frac{1}{\gamma}. \tag{22}$$

B_F. Kui fondimaksu määr on normaalne, siis on põhivahendite kasutamine täielik.

Postulaadi (A_F) järgi leiame, et

$$(X_2^-)^{\gamma} = C_2 \underline{h}_2. \tag{23}$$

Kui $\underline{h}_2 = \underline{h}_2^0$, siis postulaadi ($B_F$) järgi $X_2^- = \bar{K}$ ja sõltuvus (23) avaldub kujul

$$(X_2^- / \bar{K})^{\gamma} = \underline{h}_2 / \underline{h}_2^0. \tag{24}$$

Interpreteerime sõltuvust (24) elastsusteguri $1/\gamma$ mõne konkreetse eriväärtuse korral.

Kui $\gamma > 0$, siis on põhivahendite kasutamine fondimaksu määra kasvav astmefunktsioon.

Kui $\gamma = 1$, siis on põhivahendite kasutamine fondimaksu määraga võrdeline.

Kui $\gamma = 0$, siis lihtsustub sõltuvus (24), avaldudes kujul $\underline{h}_2 = \underline{h}_2^0 = \underline{h}_{20}^0 e^{\zeta t}$. Tulemus ütleb, et tootmisele on ette kirjutatud põhivahendite kasutamisest sõltumatu fondimaksu määr.

Kui $\gamma = \infty$, siis avaldub sõltuvus (24) kujul $X_2^- = \overline{K}$. Tulemus ütleb, et fondimaksu määrast sõltumata peab põhivahendite kasutamine olema täielik.

Kui $\gamma < 0$, siis on põhivahendite kasutamine marginaalse fonditootlikkuse kahanev astmefunktsioon. Mida väiksem on marginaalne fonditootlikkus, seda täielikum on põhivahendite kasutamine. Fondimaksu normaalmäär fikseerib sel juhul madalaima lubatud marginaalse fonditootlikkuse.

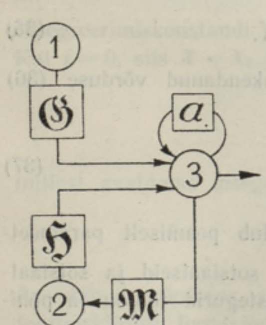
Kui $\gamma = -1$, siis on põhivahendite kasutamine marginaalse fonditootlikkusega pöördvõrdeline.

Tootmissektori sisendvoogu X^- reguleerivad seega sõltuvused (20) ja (24), mis palga normaalmäära $\underline{h}_1^0$ ja fondimaksu normaalmäära $\underline{h}_2^0$ näol arvestavad ka elanikkonna sotsiaalpsühholoogilisi vaateid.

3. Käsitleme tootmise dünaamilist tasakaalumudelit, mis investeerimis- ja asendamistegevuse kõrval arvestab ka tehnika progressi, elanikkonna kasvu ja sotsiaalpsühholoogiliste vaadete mõju tootmisele. Interpreteerime naturaalarve 1, 2 ja 3 järgmiselt:

1 — töövõimeline elanikkond, mille hõivus on X_1^-;
2 — põhivahendid, mille kasutamine on X_2^-;
3 — tootmine, mille kiirus on X.

Esitagu tootmissüsteemi graaf



Graafile vastab Leontjevi mudel (*) kujul

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & \mathfrak{G} \\ 0 & 0 & \mathfrak{H} \\ 0 & \mathfrak{M} & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1^- \\ X_2^- \\ X \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_1^- \\ X_2^- \\ X \end{pmatrix} \tag{25}$$

või kujul

$$\begin{aligned} \mathfrak{G}(X) &= X_1^- \\ \mathfrak{H}(X) &= X_2^- \\ \mathfrak{M}(X_2^-) + aX + Y &= X, \end{aligned} \tag{25'}$$

kus $\mathfrak{G}$, $\mathfrak{H}$ ja $\mathfrak{M}$ on operaatorid, mille kuju sõltub tootmisüksuste majandustegevusest ning millele avaldavad mõju tehnika progress, elanikkonna kasv ja sotsiaalpsühholoogilised vaated. Toonud võrdusega

$$X - Y = \alpha X \tag{26}$$

mudelisse hinnapoliitika [1, 2], leiame võrrandisüsteemi (25′) teise ja kolmanda võrrandi järgi, et

$$\mathfrak{M}[\mathfrak{H}(X)] = (\alpha - a)X. \tag{27}$$

Operaatorite $\mathfrak{G}$, $\mathfrak{H}$ ja $\mathfrak{M}\mathfrak{H}$ avaldamiseks eeldame, et konkurents on perfektne. Võrduste (13), (14) ja (20) järgi leiame, et operaatorid $\mathfrak{G}$ ja $\mathfrak{H}$ avalduvad kujul

$$X_1^- = \mathfrak{G}(X) = k_0^{\bar{\varkappa}_1} e^{\bar{\varepsilon}_1 t} X^{\bar{\eta}_1} \tag{28}$$

$$X_2^- = \mathfrak{H}(X) = k_0^{\bar{\varkappa}_2} e^{\bar{\varepsilon}_2 t} X^{\bar{\eta}_2}, \tag{29}$$

kus

$$k_0 = \bar{\lambda}_1 (\bar{L}_0)^{\beta} / \underline{h}_{10}^0 \tag{30}$$

$$\begin{aligned} &\bar{\varkappa}_1 = 1/(1+\beta) && \bar{\varkappa}_2 = -\bar{\lambda}_1/\bar{\lambda}_2(1+\beta) \\ &\bar{\varepsilon}_1 = (\beta\pi - \xi)/(1+\beta) && \bar{\varepsilon}_2 = -[(1+\beta)\varepsilon + \bar{\lambda}_1(\beta\pi - \xi)]/\bar{\lambda}_2(1+\beta) \\ &\bar{\eta}_1 = 1/(1+\beta) && \bar{\eta}_2 = (1 - \bar{\lambda}_1 + \beta)/\bar{\lambda}_2(1+\beta). \end{aligned} \tag{31}$$

Operaatori $\mathfrak{M}\mathfrak{H}$ avaldamiseks leiame võrduste (15), (24), (28) ja (29) järgi põhivahendite varu $\overline{K}$ funktsionaalse sõltuvuse tootmiskiirusest X:

$$\overline{K} = \bar{k}_0 e^{-\bar{\varepsilon} t} X^{\bar{\eta}}, \tag{32}$$

kus võrduste (30) ja (31) järgi

$$\bar{k}_0 = (\underline{h}_{20}{}^0/\bar{\lambda}_2)^{1/\gamma}\,[\underline{h}_{10}{}^0/\bar{\lambda}_1(\bar{L}_0)^{\beta}]^{\bar{\lambda}_1(1+\gamma)/\bar{\lambda}_2(1+\beta)\gamma}$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{(1+\gamma)[(1+\beta)\varepsilon + \bar{\lambda}_1(\beta\pi - \xi)] - \bar{\lambda}_2(1+\beta)\zeta}{\bar{\lambda}_2(1+\beta)\gamma} \tag{33}$$

$$\bar{\eta} = \frac{(1+\gamma)(1-\bar{\lambda}_1+\beta) - \bar{\lambda}_2(1+\beta)}{\bar{\lambda}_2(1+\beta)\gamma}.$$

Töö teises osas [2] käsitlesime tootmissektori tagasisidet põhifondidega ning leidsime, et viimane realiseerub investeerimissektori sisendvoo I^- kaudu kahe majandustegevuse — investeerimis- ja asendamistegevuse koostoimel, avaldudes võrdusega

$$I^- = \mathfrak{J}(1-\mathfrak{R})^{-1}\mathbf{D}\overline{K}, \tag{34}$$

kus operaatorid $\mathfrak{J}$, $\mathfrak{R}$ ja $\mathbf{D}$ on vastavalt investeerimis- ja asendamistegevus ning tuletisoperaator. Võrduste (34) ja (32) järgi leiame nüüd operaatori $\mathfrak{M}\mathfrak{H}$:

$$\mathfrak{M}[\mathfrak{H}(X)] = \mathfrak{J}(1-\mathfrak{R})^{-1}\mathbf{D}(\bar{k}_0 e^{-\bar{\varepsilon} t} X^{\bar{\eta}}). \tag{35}$$

Asetame operaatori $\mathfrak{M}\mathfrak{H}$ leitud väärtuse mudelisse (27). Mudel (27) avaldub kujul

$$\mathfrak{J}(1-\mathfrak{R})^{-1}\mathbf{D}(\bar{k}_0 e^{-\bar{\varepsilon} t} X^{\bar{\eta}}) = (\alpha - a)X. \tag{36}$$

Olgu $\mathfrak{J}$ ja $\mathfrak{R}$ lineaarsed ja kommuteeruvad operaatorid. Rakendanud võrduse (36) pooltele operaatorit $1-\mathfrak{R}$, leiame, et

$$\mathfrak{J}\mathbf{D}(e^{-\bar{\varepsilon} t} X^{\bar{\eta}}) = \frac{\alpha - a}{\bar{k}_0}(X - \mathfrak{R}X). \tag{37}$$

Tootmise makrodünaamilisse tasakaalumudelisse (37) kuulub peamiselt parameetrite $\bar{k}_0$, $\bar{\varepsilon}$ ja $\bar{\eta}$ kaudu rida tootmissüsteemiga antud tehnilisi, sotsiaalseid ja sotsiaalpsühholoogilisi parameetreid, milleks on tootmiskiiruse elastsustegurid tööjõu ja põhivahendite kasutamise suhtes $\bar{\lambda}_1$ ja $\bar{\lambda}_2$, tehnika progress ε, omatoodangu otsekulunorm a, töövõimeliste elanike algarv $\bar{L}_0$, elanikkonna kasvutempo π, tööjõu ja põhivahendite kasutamise elastsustegurid palga- ja fondimaksu määra suhtes $1/\beta$ ja $1/\gamma$, palga normaalmäära algväärtus ja kasvutempo $\underline{h}_{10}{}^0$ ja ξ, fondimaksu normaalmäära algväärtus ja kasvutempo $\underline{h}_{20}{}^0$ ja ζ. Klassifitseerime parameetreid klassikalise poliitilise ökonoomia terminites. Tööjõu ja põhivahendite kasutamise elastsustegurid palga- ja fondimaksu määra suhtes reguleerivad tootmissektori sisendvoo koordinaatide — töö ja kapitali — vahekorda tootmisega. Need sotsiaalsed parameetrid määravad *tootmissüsteemi tootmissuhted*. Kõigi ülejäänud parameetrite väärtused, kaasa arvatud juhtimisparameeter α, iseloomustavad antud *tootmissüsteemi tootlikke jõude*. Tootmissüsteemi tehnilised, sotsiaalsed ja sotsiaalpsühholoogilised parameetrid ning juhtimisparameeter määravad seega *tootmisviisi*, millest sõltub tootmise arenemise iseloom — tootmiskiiruse trajektoor ajas. Tootmiskiiruse funktsionaalset sõltuvust tootmissüsteemi tehnilistest, sotsiaalsetest ja sotsiaalpsühholoogilistest parameetritest ning juhtimisparameetrist nimetatakse *tootmissüsteemi majandusseadusteks*. Edasisest selgub, et majandusseaduste iseloomu mõjutavad tugevasti tootmissuhted.

4. Olgu tootmissüsteemi tehniliste, sotsiaalsete ja sotsiaalpsühholoogiliste parameetrite väärtused ning juhtimisparameetri väärtus määratud. Lahendame mudeli (37) järgi analüütilise planeerimisülesande, arvestamata investeerimistegevuse viivitusaega ja põhivahendite kulumist. Sel juhul on töö teises osas käsitletud investeerimis- ja asendamistegevuse hüpoteeside järgi $\mathfrak{J}=1$ ja $\mathfrak{R}=0$ ning mudel (37) lihtsustub:

$$\mathrm{D}(e^{-\bar{\varepsilon}t}X^{\bar{\eta}})=\frac{\alpha-a}{\bar{k}_0}X. \tag{38}$$

Oletame algul, et $\bar{\eta}\neq 1$, ja toome võrdusega

$$e^{-\bar{\varepsilon}t}X^{\bar{\eta}}=z \tag{39}$$

mudelisse (38) abimuutuja z. Võrrand (38) avaldub siis kujul

$$\mathrm{D}z=\frac{\alpha-a}{\bar{k}_0}e^{(\bar{\varepsilon}/\bar{\eta})t}z^{1/\bar{\eta}},$$

millest muutujate eraldamisel ja integreerimisel leiame, et

$$\frac{z^{1-1/\bar{\eta}}}{1-1/\bar{\eta}}=\frac{\alpha-a}{\bar{k}_0}\frac{\bar{\eta}}{\bar{\varepsilon}}e^{(\bar{\varepsilon}/\bar{\eta})t}+\mathrm{C}, \tag{40}$$

kus C on integreerimiskonstant. Läheme võrduse (39) järgi tagasi põhimuutujale:

$$[e^{-(\bar{\varepsilon}/\bar{\eta})t}X]^{\bar{\eta}-1}=\frac{\alpha-a}{\bar{k}_0}\frac{\bar{\eta}-1}{\bar{\varepsilon}}e^{(\bar{\varepsilon}/\bar{\eta})t}+\tilde{\mathrm{C}},$$

kus $\tilde{\mathrm{C}}=(1-1/\bar{\eta})\mathrm{C}$. Avaldame põhimuutuja ja saame, et

$$X=\left[\frac{\alpha-a}{\bar{k}_0}\frac{\bar{\eta}-1}{\bar{\varepsilon}}e^{(\bar{\varepsilon}/\bar{\eta})t}+\tilde{\mathrm{C}}\right]^{1/(\bar{\eta}-1)}e^{(\bar{\varepsilon}/\bar{\eta})t}. \tag{41}$$

Integreerimiskonstandi $\tilde{\mathrm{C}}$ määramiseks eeldame, et tootmise algkiirus X_0 on teada. Kui $t=0$, siis $X=X_0$ ja sõltuvus (41) taandub võrduseks

$$X_0=\left(\frac{\alpha-a}{\bar{k}_0}\frac{\bar{\eta}-1}{\bar{\varepsilon}}+\tilde{\mathrm{C}}\right)^{1/(\bar{\eta}-1)},$$

millest avaldame integreerimiskonstandi:

$$\tilde{\mathrm{C}}=X_0^{\bar{\eta}-1}-\frac{\alpha-a}{\bar{k}_0}\frac{\bar{\eta}-1}{\bar{\varepsilon}}. \tag{42}$$

Asendanud võrduses (41) integreerimiskonstandi $\tilde{\mathrm{C}}$ väärtuse võrdusest (42), saame tootmiskiiruse funktsionaalse sõltuvuse ajast kujul

$$X=\left[\frac{\alpha-a}{\bar{k}_0}\frac{\bar{\eta}-1}{\bar{\varepsilon}}(e^{(\bar{\varepsilon}/\bar{\eta})t}-1)+X_0^{\bar{\eta}-1}\right]^{1/(\bar{\eta}-1)}e^{(\bar{\varepsilon}/\bar{\eta})t} \tag{43}$$

või kujul

$$X=\left[\frac{\alpha-a}{\bar{k}_0}\tilde{\zeta}(e^{\tilde{\varepsilon}t}-1)+X_0^{\tilde{\eta}}\right]^{1/\tilde{\eta}}e^{\tilde{\varepsilon}t}, \tag{44}$$

milles võrduste (43) ja (44) järgi

$$\tilde{\varepsilon}=\frac{\bar{\varepsilon}}{\bar{\eta}}=\frac{(1+\gamma)[(1+\beta)\varepsilon+\bar{\lambda}_1(\beta\pi-\xi)]-\bar{\lambda}_2(1+\beta)\zeta}{1-(\bar{\lambda}_1+\bar{\lambda}_2)+(1-\bar{\lambda}_2)\beta+(1-\bar{\lambda}_1+\beta)\gamma}$$

$$\tilde{\eta}=\bar{\eta}-1=\frac{(1+\gamma)[1-(\bar{\lambda}_1+\bar{\lambda}_2)+(1-\bar{\lambda}_2)\beta]}{\bar{\lambda}_2(1+\beta)\gamma} \tag{45}$$

$$\tilde{\zeta}=\frac{\bar{\eta}-1}{\bar{\varepsilon}}=\frac{(1+\gamma)[1-(\bar{\lambda}_1+\bar{\lambda}_2)+(1-\bar{\lambda}_2)\beta]}{(1+\gamma)[(1+\beta)\varepsilon+\bar{\lambda}_1(\beta\pi-\xi)]-\bar{\lambda}_2(1+\beta)\zeta}.$$

Olgu nüüd $\bar{\eta}=1$. Võrduse (39) järgi

$$e^{-\bar{\varepsilon}t}X=z \tag{39'}$$

ja võrrand (38) taandub kujule

$$\mathrm{D}z=\frac{\alpha-\bar{a}}{\bar{k}_0}e^{\bar{\varepsilon}t}z,$$

mille integreerimisel leiame, et

$$\ln z=\frac{\alpha-\bar{a}}{\bar{k}_0\bar{\varepsilon}}e^{\bar{\varepsilon}t}+\mathrm{C}' \tag{40'}$$

(C′ on integreerimiskonstant). Läheme võrduse (39′) järgi tagasi põhimuutujale ja avaldame põhimuutuja logaritmi:

$$\ln X=\mathrm{C}'+\frac{\alpha-\bar{a}}{\bar{k}_0\bar{\varepsilon}}e^{\bar{\varepsilon}t}+\bar{\varepsilon}t. \tag{41'}$$

Arvutanud tootmise algkiiruse X_0 kaudu integreerimiskonstandi C′, saame:

$$\mathrm{C}'=\ln X_0-\frac{\alpha-\bar{a}}{\bar{k}_0\bar{\varepsilon}}. \tag{42'}$$

Asendame võrduses (41′) integreerimiskonstandi C′ väärtuse võrdusest (42′). Võrdus (41′) avaldub kujul

$$\ln X=\ln X_0+\frac{\alpha-\bar{a}}{\bar{k}_0\bar{\varepsilon}}(e^{\bar{\varepsilon}t}-1)+\bar{\varepsilon}t, \tag{43'}$$

mille potentseerimisel leiame, et

$$X=X_0\exp\left[\frac{\alpha-\bar{a}}{\bar{k}_0\bar{\varepsilon}}(e^{\bar{\varepsilon}t}-1)+\bar{\varepsilon}t\right]. \tag{44'}$$

Valemid (44) ja (44′) võimaldavad uurida tootmissüsteemi parameetrite (arenemise algtingimuste, tehniliste, sotsiaalsete ja sotsiaalpsühholoogiliste parameetrite) ning aja mõju tootmiskiiruse trajektoorile.

Postuleerime arenemise algtingimused.

$\mathrm{A_B}$. Mõõtühikud on valitud niiviisi, et arenemise alguses $(t=0)$

$$X_1^-(0)=X_2^-(0)=1.$$

$\mathrm{B_B}$. Arenemine algab normaaltingimustest:

$$\underline{h}_1(0)=\underline{h}_{10}{}^0,\quad \underline{h}_2(0)=\underline{h}_{20}{}^0.$$

Peame silmas postulaati $(\mathrm{A_B})$ ja leiame valemi (13) järgi, et $X(0)=1$, ning valemite (14) ja (15) järgi, et $\underline{h}_1(0)=\bar{\lambda}_1$, $\underline{h}_2(0)=\bar{\lambda}_2$. Valemid (20) ja (24) avalduvad arenemise alguses kujul

$$(1/\bar{L}_0)^{\beta}=\bar{\lambda}_1/\underline{h}_{10}{}^0$$

$$(1/\bar{K}_0)^{\gamma}=\bar{\lambda}_2/\underline{h}_{20}{}^0,$$

millest

$$\bar{\lambda}_1(\bar{L}_0)^{\beta}/\underline{h}_{10}{}^0=1,\quad \underline{h}_{20}{}^0/\bar{\lambda}_2=(\bar{K}_0)^{\gamma}.$$

Arvutame valemite (30) ja (33) järgi kordajad k_0 ja $\bar{k}_0$:

$$k_0=\bar{\lambda}_1(\bar{L}_0)^{\beta}/\underline{h}_{10}{}^0=1 \tag{46}$$

$$\bar{k}_0=(\underline{h}_{20}{}^0/\bar{\lambda}_2)^{1/\gamma}[\underline{h}_{10}{}^0/\bar{\lambda}_1(\bar{L}_0)^{\beta}]^{\bar{\lambda}_1(1+\gamma)/\bar{\lambda}_2(1+\beta)\gamma}=\bar{K}_0 \tag{47}$$

Postulaadi $(\mathrm{B_B})$ järgi on nüüd kerge veenduda, et

$$\underline{h}_{10}{}^0=\bar{\lambda}_1,\quad \underline{h}_{20}{}^0=\bar{\lambda}_2,\quad \bar{L}_0=\bar{K}_0=1. \tag{48}$$

Tabel 1

Tootmissuhete mõju tootmiskiirusele

$$\left(\bar{\lambda}_1 = \frac{3}{4},\ \bar{\lambda}_2 = \frac{1}{4};\ t = 0,\ X_1^-(0) = X_2^-(0) = X(0) = \bar{L}_0 = \bar{K}_0 = 1\right)$$

$\beta \diagdown \gamma$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	∞
$-\frac{1}{2}$	$-\varepsilon + \frac{3}{4}\pi + \frac{3}{2}\xi$ $+\frac{1}{2}\zeta + \frac{1}{4}\alpha - \frac{1}{4}a$	$-\frac{4}{3}\varepsilon + \pi + 2\xi$ $+\frac{1}{3}\zeta$	$-\frac{3}{2}\varepsilon + \frac{9}{8}\pi + \frac{9}{4}\xi$ $+\frac{1}{4}\zeta - \frac{1}{8}\alpha + \frac{1}{8}a$	$-\frac{8}{5}\varepsilon + \frac{6}{5}\pi + \frac{12}{5}\xi$ $+\frac{1}{5}\zeta - \frac{1}{5}\alpha + \frac{1}{5}a$	$-2\varepsilon + \frac{3}{2}\pi + 3\xi$ $-\frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{2}a$
0	$-4\varepsilon + 3\xi$ $+2\zeta + \alpha - a$	väärtus ei ole määratud **	$12\varepsilon - 9\xi$ $-2\zeta + \alpha - a$	$8\varepsilon - 6\xi$ $-\zeta + \alpha - a$	$4\varepsilon - 3\xi$ $+\alpha - a$
$\frac{1}{2}$	$4\varepsilon + \pi - 2\xi$ -2ζ *	$4\varepsilon + \pi - 2\xi$ $-\zeta$	$3\varepsilon + \frac{3}{4}\pi - \frac{3}{2}\xi$ $-\frac{1}{2}\zeta + \frac{1}{4}\alpha - \frac{1}{4}a$	$\frac{8}{3}\varepsilon + \frac{2}{3}\pi - \frac{4}{3}\xi$ $-\frac{1}{3}\zeta + \frac{1}{3}\alpha - \frac{1}{3}a$	$2\varepsilon + \frac{1}{2}\pi - \xi$ $+\frac{1}{2}\alpha - \frac{1}{2}a$
1	$8\varepsilon + 3\pi - 3\xi$ $-4\zeta - 2\alpha + 2a$	$\frac{8}{3}\varepsilon + \pi - \xi$ $-\frac{2}{3}\zeta$	$\frac{24}{11}\varepsilon + \frac{9}{11}\pi - \frac{9}{11}\xi$ $-\frac{4}{11}\zeta + \frac{2}{11}\alpha - \frac{2}{11}a$	$2\varepsilon + \frac{3}{4}\pi - \frac{3}{4}\xi$ $-\frac{1}{4}\zeta + \frac{1}{4}\alpha - \frac{1}{4}a$	$\frac{8}{5}\varepsilon + \frac{3}{5}\pi - \frac{3}{5}\xi$ $+\frac{2}{5}\alpha - \frac{2}{5}a$
∞	$2\varepsilon + \frac{3}{2}\pi$ $-\zeta - \frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{2}a$	$\frac{4}{3}\varepsilon + \pi$ $-\frac{1}{3}\zeta$	$\frac{6}{5}\varepsilon + \frac{9}{10}\pi$ $-\frac{1}{5}\zeta + \frac{1}{10}\alpha - \frac{1}{10}a$	$\frac{8}{7}\varepsilon + \frac{6}{7}\pi$ $-\frac{1}{7}\zeta + \frac{1}{7}\alpha - \frac{1}{7}a$	$\varepsilon + \frac{3}{4}\pi$ $+\frac{1}{4}\alpha - \frac{1}{4}a$

* Kui $\bar{\lambda}_1 = \frac{3}{4}$, $\bar{\lambda}_2 = \frac{1}{4}$, $\beta = \frac{1}{2}$ ja $\gamma = -\frac{1}{2}$, siis $\bar{\eta} = 0$ ja valem (51) ei ole rakendatav.

Kasvutempo arvutamiseks lähtume võrrandist (38), mis sel juhul, kui $\bar{\eta} = 0$, avaldub kujul

$$X = -\frac{\bar{k}_0 \bar{\varepsilon}}{\alpha - a}\, e^{-\bar{\varepsilon} t}.$$

Viimasest nähtub, et tootmine areneb konstantse kasvutempoga:

$$\omega = -\bar{\varepsilon} = 4\varepsilon + \pi - 2\xi - 2\zeta.$$

** Kui $\bar{\lambda}_1 + \bar{\lambda}_2 \neq 1$ ja $\beta = \gamma = 0$, siis avaldub tootmiskiiruse kasvutempo valemiga

$$\omega = \frac{\varepsilon - \bar{\lambda}_1 \xi - \bar{\lambda}_2 \zeta}{1 - (\bar{\lambda}_1 + \bar{\lambda}_2)}.$$

Tabel 2

Tootmissuhete mõju hõivusele

$$\left(\bar{\lambda}_1 = \frac{3}{4},\ \bar{\lambda}_2 = \frac{1}{4};\ t = 0,\ X_1^-(0) = X_2^-(0) = X(0) = \bar{L}_0 = \bar{K}_0 = 1\right)$$

$\beta \backslash \gamma$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	∞
$-\frac{1}{2}$	$-2\varepsilon + \frac{1}{2}\pi + \xi$ $+\zeta + \frac{1}{2}\alpha - \frac{1}{2}a$	$-\frac{8}{3}\varepsilon + \pi + 2\xi$ $+\frac{2}{3}\zeta$	$-3\varepsilon + \frac{5}{4}\pi + \frac{5}{2}\xi$ $+\frac{1}{2}\zeta - \frac{1}{4}\alpha + \frac{1}{4}a$	$-\frac{16}{5}\varepsilon + \frac{7}{5}\pi + \frac{14}{5}\xi$ $+\frac{2}{5}\zeta - \frac{2}{5}\alpha + \frac{2}{5}a$	$-4\varepsilon + 2\pi + 4\xi$ $-\alpha + a$
0	$-4\varepsilon + 2\xi$ $+2\zeta + \alpha - a$	väärtus ei ole määratud *	$12\varepsilon - 10\xi$ $-2\zeta + \alpha - a$	$8\varepsilon - 7\xi$ $-\zeta + \alpha - a$	$4\varepsilon - 4\xi$ $+\alpha - a$
$\frac{1}{2}$	$\frac{8}{3}\varepsilon + \pi - 2\xi$ $-\frac{4}{3}\zeta$	$\frac{8}{3}\varepsilon + \pi - 2\xi$ $-\frac{2}{3}\zeta$	$2\varepsilon + \frac{5}{6}\pi - \frac{5}{3}\xi$ $-\frac{1}{3}\zeta + \frac{1}{6}\alpha - \frac{1}{6}a$	$\frac{16}{9}\varepsilon + \frac{7}{9}\pi - \frac{14}{9}\xi$ $-\frac{2}{9}\zeta + \frac{2}{9}\alpha - \frac{2}{9}a$	$\frac{4}{3}\varepsilon + \frac{2}{3}\pi - \frac{4}{3}\xi$ $+\frac{1}{3}\alpha - \frac{1}{3}a$
1	$4\varepsilon + 2\pi - 2\xi$ $-2\zeta - \alpha + a$	$\frac{4}{3}\varepsilon + \pi - \xi$ $-\frac{1}{3}\zeta$	$\frac{12}{11}\varepsilon + \frac{10}{11}\pi - \frac{10}{11}\xi$ $-\frac{2}{11}\zeta + \frac{1}{11}\alpha - \frac{1}{11}a$	$\varepsilon + \frac{7}{8}\pi - \frac{7}{8}\xi$ $-\frac{1}{8}\zeta + \frac{1}{8}\alpha - \frac{1}{8}a$	$\frac{4}{5}\varepsilon + \frac{4}{5}\pi - \frac{4}{5}\xi$ $+\frac{1}{5}\alpha - \frac{1}{5}a$
∞	π	π	π	π	π

* Kui $\bar{\lambda}_1 + \bar{\lambda}_2 \neq 1$ ja $\beta = \gamma = 0$, siis avaldub hõivuse kasvutempo valemiga

$$\omega_1 = \frac{\varepsilon - (1 - \bar{\lambda}_2)\xi - \bar{\lambda}_2\zeta}{1 - (\bar{\lambda}_1 + \bar{\lambda}_2)}.$$

Arenemise postuleeritud algtingimuste järgi avalduvad valemid (44) ja (44′) kujul

$$X = [(\alpha - a)\tilde{\zeta}(e^{\bar{\varepsilon}t} - 1) + 1]^{1/\tilde{\eta}} e^{\bar{\varepsilon}t} \tag{49}$$

$$X = \exp\left[\frac{\alpha - a}{\bar{\varepsilon}}(e^{\bar{\varepsilon}t} - 1) + \bar{\varepsilon}t\right]. \tag{49′}$$

Valemid (49) ja (49′) võimaldavad uurida hinnapoliitika kui tootmissüsteemi juhtimisparameetri mõju tootmiskiirusele, kui arenemine algab postuleeritud algtingimustest.

Käsitleme tootmiskiiruse kasvutempo sõltuvust tootmissuhetest. Arvutanud võrduste (49) ja (49′) järgi tootmiskiiruse kasvutempo, saame järgmised sõltuvused:

$$\omega = \tilde{\varepsilon} + \frac{1}{\bar{\eta}} \frac{\alpha - a}{1 + [(\alpha - a)\tilde{\zeta} - 1](1 - e^{-\bar{\varepsilon}t})} \tag{50}$$

$$\omega = \bar{\varepsilon} + (\alpha - a)e^{\bar{\varepsilon}t}, \tag{50′}$$

sest võrduste (45) ja (33) järgi

$$\tilde{\varepsilon}\tilde{\xi}/\tilde{\eta} = \tilde{\varepsilon}/\bar{\varepsilon} = 1/\bar{\eta}.$$

Tabel 3

Tootmissuhete mõju põhivahendite kasutamisele

$$\left(\bar{\lambda}_1 = \frac{3}{4},\ \bar{\lambda}_2 = \frac{1}{4};\ t = 0,\ X_1^-(0) = X_2^-(0) = X(0) = \bar{L}_0 = \bar{K}_0 = 1\right)$$

$\beta \diagdown \gamma$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	∞
$-\frac{1}{2}$	$-2\varepsilon + \frac{3}{2}\pi + 3\xi$ $-\zeta - \frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{2}a$	$-\frac{4}{3}\varepsilon + \pi + 2\xi$ $-\frac{2}{3}\zeta$	$-\varepsilon + \frac{3}{4}\pi + \frac{3}{2}\xi$ $-\frac{1}{2}\zeta + \frac{1}{4}\alpha - \frac{1}{4}a$	$-\frac{4}{5}\varepsilon + \frac{3}{5}\pi + \frac{6}{5}\xi$ $-\frac{2}{5}\zeta + \frac{2}{5}\alpha - \frac{2}{5}a$	$\alpha - a$
0	$-8\varepsilon + 6\xi$ $+2\zeta + \alpha - a$	väärtus ei ole määratud *	$8\varepsilon - 6\xi$ $-2\zeta + \alpha - a$	$4\varepsilon - 3\xi$ $-\zeta + \alpha - a$	$\alpha - a$
$\frac{1}{2}$	$4\varepsilon + \pi - 2\xi$ -4ζ	$4\varepsilon + \pi - 2\xi$ -2ζ	$2\varepsilon + \frac{1}{2}\pi - \xi$ $-\zeta + \frac{1}{2}\alpha - \frac{1}{2}a$	$\frac{4}{3}\varepsilon + \frac{1}{3}\pi - \frac{2}{3}\xi$ $-\frac{2}{3}\zeta + \frac{2}{3}\alpha - \frac{2}{3}a$	$\alpha - a$
1	$16\varepsilon + 6\pi - 6\xi$ $-10\zeta - 5\alpha + 5a$	$\frac{8}{3}\varepsilon + \pi - \xi$ $-\frac{5}{3}\zeta$	$\frac{16}{11}\varepsilon + \frac{6}{11}\pi - \frac{6}{11}\xi$ $-\frac{10}{11}\zeta + \frac{5}{11}\alpha - \frac{5}{11}a$	$\varepsilon + \frac{3}{8}\pi - \frac{3}{8}\xi$ $-\frac{5}{8}\zeta + \frac{5}{8}\alpha - \frac{5}{8}a$	$\alpha - a$
∞	$4\varepsilon + 3\pi$ $-4\zeta - 2\alpha + 2a$	$\frac{4}{3}\varepsilon + \pi$ $-\frac{4}{3}\zeta$	$\frac{4}{5}\varepsilon + \frac{3}{5}\pi$ $-\frac{4}{5}\zeta + \frac{2}{5}\alpha - \frac{2}{5}a$	$\frac{4}{7}\varepsilon + \frac{3}{7}\pi$ $-\frac{4}{7}\zeta + \frac{4}{7}\alpha - \frac{4}{7}a$	$\alpha - a$

* Kui $\bar{\lambda}_1 + \bar{\lambda}_2 \neq 1$ ja $\beta = \gamma = 0$, siis avaldub põhivahendite kasutamise kasvutempo valemiga

$$\omega_2 = \frac{\varepsilon - \bar{\lambda}_1 \xi - (1 - \bar{\lambda}_1)\zeta}{1 - (\bar{\lambda}_1 + \bar{\lambda}_2)}.$$

Võrduste (50) ja (50′) järgi leiame tootmiskiiruse kasvutempo algväärtuse

$$\omega(0) = \tilde{\varepsilon} + \frac{1}{\eta}(\alpha - a) \tag{51}$$

$$\omega(0) = \bar{\varepsilon} + \alpha - a. \tag{51′}$$

Tootmissüsteemi tootmissuhteid iseloomustavad parameetrid β ja γ, millele anname järgmised väärtused: $\beta, \gamma = -\frac{1}{2}$, 0, $\frac{1}{2}$, 1, ∞. Olgu tootmiskiiruse elastsustegurid hõivuse ja põhivahendite kasutamise suhtes $\bar{\lambda}_1 = \frac{3}{4}$ ja $\bar{\lambda}_2 = \frac{1}{4}$. Arvutame valemite (51) või (51′) järgi tootmiskiiruse kasvutempo algväärtused ja esitame need tabelis 1.

Eeldame, et kehtivad arenemise postuleeritud algtingimused ning uurime tootmissuhete mõju hõivusele ja põhivahendite kasutamisele. Logaritminud ja diferentseerinud võrduste (28) ja (29) pooli, saame hõivuse ja põhivahendite kasutamise kasvutempode arvutamiseks valemid

$$\omega_1 = \bar{\varepsilon}_1 + \bar{\eta}_1 \omega \tag{52}$$

$$\omega_2 = \bar{\varepsilon}_2 + \bar{\eta}_2 \omega, \tag{53}$$

kus ω on tootmiskiiruse kasvutempo ning $\bar{\varepsilon}_1$, $\bar{\varepsilon}_2$, $\bar{\eta}_1$ ja $\bar{\eta}_2$ väärtused on määratud valemitega (31). Arvutame tabeli 1 järgi β ja γ väärtustele $-\frac{1}{2}$, 0, $\frac{1}{2}$, 1, ∞ vastavad ω_1 ja ω_2 algväärtused ($t = 0$). Arvutustulemused on esitatud tabelites 2 ja 3.

Tabelitest 1, 2 ja 3 nähtub, et tootmiskiirust, hõivust ja põhivahendite kasutamist mõjutab kuus parameetrit: tehnika progress ε, elanikkonna kasvutempo π, palga normaalmäära kasvutempo ξ, fondimaksu normaalmäära kasvutempo ζ, hinnapoliitika α ja omatoodangu otsekulunorm a. Kui tootmissektori sisendvoogu reguleerivad parameetrid β ja γ on mittenegatiivsed, siis kaasneb elanikkonna kasvutempo π ja hinnapoliitika α suurenemisega tootmiskiiruse, hõivuse ja põhivahendite kasutamise kasvutempo üldiselt madalam suurenemine. Erandiks on tootmissuhete niisugused tüübid, mille puhul hinnad ei reguleeri hõivust ja põhivahendite kasutamist. Neid tootmissuhteid iseloomustab tootmissüsteemi mõne tehnilise, sotsiaalse või sotsiaalpsühholoogilise parameetri mõju välistamine. Tööjõu pakkumisest ja nõudmisest sõltumatu palgamäär ($\beta = 0$) välistab näiteks elanikkonna kasvutempo mõju tootmiskiirusele, hõivusele ja põhivahendite kasutamisele; töösundus, mis materiaalset huvitatust arvestamata näeb ette kogu töövõimelise elanikkonna hõivuse ($\beta = \infty$), välistab palga normaalmäära kasvutempo mõju tootmiskiirusele ja põhivahendite kasutamisele; põhivahendite kasutamisest sõltumatu fondimaksu määr ($\gamma = 0$) välistab hinnapoliitika ja omatoodangu otsekulunormi mõju; fondimaksu määrast sõltumatu põhivahendite täielik kasutamine ($\gamma = \infty$) välistab fondimaksu normaalmäära mõju.

Tabelites 1, 2 ja 3 esitatud kasvutempode avaldisi võime kasutada ka poliitiliste planeerimisülesannete lahendamiseks, leides näiteks tootmiskiiruse, hõivuse ja põhivahendite kasutamise antud kasvutempodele vastava hinnapoliitika ning palga ja fondimaksu normaalmäära kasvutempo.

Arvutame fondimahukusnormi ja uurime selle dünaamikat. Valemi (29) järgi

$$\varkappa_t = X_2^{-}/X = k_0^{\bar{\varkappa}_2} e^{\bar{\varepsilon}_2 t} X^{\bar{\eta}_2 - 1}. \tag{54}$$

Eeldame, et arenemine algab postulaatidega (A_B) ja (B_B) määratud algtingimustest. Asendanud X väärtuse võrdusest (49) võrdusse (54), saame fondimahukusnormi dünaamika uurimiseks järgmise valemi

$$\varkappa_t = [(\alpha - a)\tilde{\xi}(1 - e^{-\tilde{\varepsilon}t}) + e^{-\tilde{\varepsilon}t}]^{\hat{\eta}} e^{\hat{\varepsilon}t}, \tag{55}$$

kus valemite (33) ja (45) järgi

$$\hat{\eta} = (\bar{\eta}_2 - 1)/\tilde{\eta} = \gamma/(1 + \gamma) \tag{56}$$

$$\hat{\varepsilon} = \tilde{\varepsilon}(1/\tilde{\eta} + 1)(\bar{\eta}_2 - 1) + \bar{\varepsilon}_2 = -\zeta/(1 + \gamma) \tag{57}$$

(viimane avaldis on arvutatud eeldusel, et tootmine ei võimalda mastaabiökonoomiat, s. t. $\bar{\lambda}_1 + \bar{\lambda}_2 = 1$).

Kui põhivahendite kasutamine ei sõltu fondimaksu määrast ja on täielik ($\gamma = \infty$), siis

$$\hat{\eta} = 1, \quad \hat{\varepsilon} = 0$$

ja valem (55) avaldub kujul

$$\varkappa_t = (a - a)\tilde{\zeta}(1 - e^{-\bar{\varepsilon}t}) + e^{-\bar{\varepsilon}t}$$

või kujul

$$\varkappa_t = 1 + [(a - a)\tilde{\zeta} - 1](1 - e^{-\bar{\varepsilon}t}). \tag{58}$$

Kui $(a - a)\tilde{\zeta} - 1 > 0$, siis arenemise käigus kasvab fondimahukusnorm, kui $(a - a)\tilde{\zeta} - 1 < 0$, siis kahaneb. Arvutanud valemite (45) järgi $\tilde{\zeta}$ väärtuse tingimusel $\gamma = \infty$, leiame:

$$\tilde{\zeta} = \bar{\lambda}_1\beta/[(1 + \beta)\varepsilon + \bar{\lambda}_1(\beta\pi - \xi)]. \tag{59}$$

Fondimahukusnormi kasvamise või kahanemise tingimus avaldub seega kujul

$$\frac{\bar{\lambda}_1\beta(a - a)}{(1 + \beta)\varepsilon + \bar{\lambda}_1(\beta\pi - \xi)} \gtreqless 1. \tag{60}$$

Võrdusest (58) nähtub, et fondimahukusnorm on monotoonselt kasvav või kahanev aja funktsioon, millel on punktis

$$\varkappa_\infty = \lim_{t \to \infty} \varkappa_t = \frac{\bar{\lambda}_1\beta(a - a)}{(1 + \beta)\varepsilon + \bar{\lambda}_1(\beta\pi - \xi)} \tag{61}$$

horisontaalasümptoot. Arenemisaja kestel muutub fondimahukusnorm peaaegu konstantseks. J. Tinbergeni ja H. C. Bos'i järgi kinnitab seda arenemise seaduspärasust empiiriline fakt: umbes saja aasta vältel on fondimahukusnorm arenenud majandusega maades olnud peaaegu konstantne [5].

Eeldame, et fondimahukusnorm $\varkappa$ on konstantne ja tuletame valemi tehnika progressi hindamiseks. Diferentseerime võrduse (54) pooli aja järgi:

$$\frac{d\varkappa}{dt} = k_0^{\bar{\varkappa}_2} e^{\bar{\varepsilon}_2 t} X^{\bar{\eta}_2 - 1}[\bar{\varepsilon}_2 + (\bar{\eta}_2 - 1)\omega].$$

Peame silmas tingimust $(d/dt)\varkappa = 0$ ja leiame, et

$$\bar{\varepsilon}_2 + (\bar{\eta}_2 - 1)\omega = 0. \tag{62}$$

Asetame $\bar{\varepsilon}_2$ ja $\bar{\eta}_2$ väärtused võrdustest (31) võrdusse (62), millest avaldame tehnika progressi:

$$\varepsilon = \{[1 - (\bar{\lambda}_1 + \bar{\lambda}_2) + (1 - \bar{\lambda}_2)\beta]\omega - \bar{\lambda}_1(\beta\pi - \xi)\}/(1 + \beta). \tag{63}$$

Valem võimaldab konstantse fondimahukusnormi korral uurida tootmissuhete mõju tehnika progressile. Mastaabiökonoomia puudumise ja töösunduse korral $\bar{\lambda}_1 + \bar{\lambda}_2 = 1$ ja $\beta = \infty$ ning valem (63) lihtsustub:

$$\varepsilon = \bar{\lambda}_1(\omega - \pi). \tag{63'}$$

Eeldame postulaatidega (A_B) ja (B_B) määratud arenemise algtingimusi. Tootmiskiiruse kasvutempo arenemise alguses avaldub siis kas valemiga (51) või (51'). Töö teises osas [2] on tuletatud hinnapoliitika sõltuvus akumulatsiooninormist σ kujul

$$a = \sigma + (a + \delta\varkappa)(1 - \sigma), \tag{64}$$

kus põhivahendite kulumise puudumise tõttu amortisatsiooninorm $\delta = \varrho$ (100ϱ on diskontoprotsendi määr). Eeldame, et diskontoprotsendi määra kujundab tehnika progressist tingitud tootmise efektiivsuse kasv, kusjuures $\varrho = \varepsilon$. Arenemise postuleeritud algtingimustel fondimahukusnorm $\varkappa = 1$ ja valem (64) avaldub kujul

$$\alpha = \sigma + (a + \varepsilon)(1 - \sigma), \tag{64'}$$

millest

$$\alpha - a = (1 - a)\sigma + (1 - \sigma)\varepsilon. \tag{64''}$$

Kirjutame võrduste (45) järgi $\tilde{\varepsilon}$ kujul

$$\tilde{\varepsilon} = \bar{m}\varepsilon + \bar{n}, \tag{65}$$

kus

$$\bar{m} = \frac{(1+\beta)(1+\gamma)}{1 - (\bar{\lambda}_1 + \bar{\lambda}_2) + (1 - \bar{\lambda}_2)\beta + (1 - \bar{\lambda}_1 + \beta)\gamma}$$

$$\bar{n} = \frac{\bar{\lambda}_1(1+\gamma)(\beta\pi - \xi) - \bar{\lambda}_2(1+\beta)\zeta}{1 - (\bar{\lambda}_1 + \bar{\lambda}_2) + (1 - \bar{\lambda}_2)\beta + (1 - \bar{\lambda}_1 + \beta)\gamma}. \tag{66}$$

Avaldugu tootmiskiiruse kasvutempo valemiga (51). Võrduste (64″) ja (65) järgi leiame siis, et

$$\omega = \tilde{\varepsilon} + (\alpha - a)/\bar{\eta} = [\bar{m} + (1 - \sigma)/\bar{\eta}]\,\varepsilon + \bar{n} + \sigma(1 - a)/\bar{\eta}. \tag{67}$$

Asetame ω väärtuse võrdusest (67) võrdusse (63) ja avaldame tehnika progressi:

$$\varepsilon = \frac{[1 - (\bar{\lambda}_1 + \bar{\lambda}_2) + (1 - \bar{\lambda}_2)\beta][\bar{n} + \sigma(1 - a)/\bar{\eta}] - \bar{\lambda}_1(\beta\pi - \xi)}{1 + \beta - [1 - (\bar{\lambda}_1 + \bar{\lambda}_2) + (1 - \bar{\lambda}_2)\beta][\bar{m} + (1 - \sigma)/\bar{\eta}]}. \tag{68}$$

Kui mastaabiökonoomia ei ole võimalik, siis $\bar{\lambda}_1 + \bar{\lambda}_2 = 1$ ja valem (68) lihtsustub:

$$\varepsilon = \frac{\bar{\lambda}_1\beta[\bar{n} + \sigma(1 - a)/\bar{\eta}] - \bar{\lambda}_1(\beta\pi - \xi)}{1 + \beta - \bar{\lambda}_1\beta[\bar{m} + (1 - \sigma)/\bar{\eta}]}, \tag{69}$$

milles

$$\bar{m} = \frac{(1+\beta)(1+\gamma)}{\bar{\lambda}_1\beta + (\bar{\lambda}_2 + \beta)\gamma}$$

$$\bar{n} = \frac{\bar{\lambda}_1(1+\gamma)(\beta\pi - \xi) - \bar{\lambda}_2(1+\beta)\zeta}{\bar{\lambda}_1\beta + (\bar{\lambda}_2 + \beta)\gamma} \tag{70}$$

$$\bar{\eta} = \frac{\bar{\lambda}_1\beta + (\bar{\lambda}_2 + \beta)\gamma}{\bar{\lambda}_2(1+\beta)\gamma}.$$

Erijuhul, kui $\bar{\eta} = 1$, avaldub tootmiskiiruse kasvutempo valemiga (51′). Võrduste (33) järgi

$$\bar{\varepsilon} = \bar{m}_1\varepsilon + \bar{n}_1, \tag{65'}$$

kus

$$\bar{m}_1 = (1 + \gamma)/\bar{\lambda}_2\gamma$$
$$\bar{n}_1 = -[\bar{\lambda}_1(1 + \gamma)\xi + \bar{\lambda}_2\zeta]/\bar{\lambda}_2\gamma. \tag{66'}$$

Peame silmas võrdusi (65′) ja (64″) ning kirjutame valemi (51′) kujul

$$\omega = \bar{\varepsilon} + \alpha - a = (\bar{m}_1 + 1 - \sigma)\varepsilon + \bar{n}_1 + (1 - a)\sigma. \tag{67'}$$

Asetanud ω leitud väärtuse võrdusse (63) ja avaldanud tehnika progressi, saame valemi:

$$\varepsilon = \frac{[1 - (\bar{\lambda}_1 + \bar{\lambda}_2) + (1 - \bar{\lambda}_2)\beta][\bar{n}_1 + (1 - a)\sigma] - \bar{\lambda}_1(\beta\pi - \xi)}{1 + \beta - [1 - (\bar{\lambda}_1 + \bar{\lambda}_2) + (1 - \bar{\lambda}_2)\beta](\bar{m}_1 + 1 - \sigma)}. \tag{68'}$$

Kui mastaabiökonoomia ei ole võimalik, siis lihtsustub valem (68'):

$$\varepsilon = \frac{\bar{\lambda}_1 \beta [\bar{n}_1 + (1-a)\sigma] - \bar{\lambda}_1(\beta\pi - \xi)}{1 + \beta - \bar{\lambda}_1 \beta(\bar{m}_1 + 1 - \sigma)}, \qquad (69')$$

kus $\bar{m}_1$ ja $\bar{n}_1$ on määratud valemitega (66').

Valemid (68),(69), (68') ja (69') võimaldavad konstantse fondimahukusnormi korral uurida tootmissüsteemi tehniliste, sotsiaalsete ja sotsiaalpsühholoogiliste parameetrite mõju tehnika progressile. Hõivusest sõltumatu palgamäära ja põhivahendite täieliku kasutamise korral ($\beta = 0$, $\gamma = \infty$) avaldub valem (69') näiteks kujul

$$\varepsilon = \bar{\lambda}_1 \xi. \qquad (71)$$

Palgamäärast sõltumatu täieliku hõivuse (töösunduse) ja põhivahendite täieliku kasutamise korral ($\beta = \infty$, $\gamma = \infty$) avaldub valem (69) kujul

$$\varepsilon = \frac{\bar{\lambda}_1 [(1-a)\sigma - \pi]}{1 - \bar{\lambda}_1(1-\sigma)}. \qquad (72)$$

5. Analüütilise planeerimisülesande käsitlemisel saadud tulemusi võime kasutada poliitilise planeerimisülesande lahendamiseks. Eeldame, et

1) tootmiskiiruse elastsustegurid hõivuse ja põhivahendite kasutamise suhtes on $\bar{\lambda}_1 = \frac{3}{4}$ ja $\bar{\lambda}_2 = \frac{1}{4}$;

2) elanikkonna kasvutempo on π;

3) omatoodangu otsekulunorm on a;

4) fondimahukusnorm on konstantne;

5) diskontoprotsendi kujunemise aluseks on tehnika progress: $\varrho = \varepsilon$;

6) arenemine algab postulaatidega (A_B) ja (B_B) määratud algtingimustest.

Lahendame neil eeldustel järgmised poliitilised planeerimisülesanded.

Ülesanne 1. Leiame akumulatsiooninormi σ niisuguse väärtuse, mis tagab arenemise alguses tootmiskiiruse soovitud kasvutempo ω, kui tootmissuhted määrab tingimus: palga- ja fondimaksu määrast sõltumata on hõivus ja põhivahendite kasutamine täielik ($\beta = \infty$, $\gamma = \infty$).

Lahendus. Tabelist 1 leiame, et tootmiskiiruse kasvutempo

$$\omega = \varepsilon + \frac{3}{4}\pi + \frac{1}{4}\alpha - \frac{1}{4}a.$$

Kui fondimahukusnorm on konstantne, siis valemi (59') järgi

$$\varepsilon = \frac{3}{4}(\omega - \pi).$$

Asetame ε väärtuse kasvutempo avaldisse ja leiame hinnapoliitika:

$$\alpha = \omega + a.$$

Valemi (64) järgi leiame, et akumulatsiooninorm avaldub hinnapoliitika kaudu valemiga

$$\sigma = \frac{\alpha - a - \varrho\varkappa}{1 - a - \varrho\varkappa}. \qquad (73)$$

Kui arenemine algab postuleeritud algtingimustest, siis $\varkappa = 1$. Asetanud α ja $\varrho = \varepsilon$ ülalleitud väärtused valemisse (73), saame akumulatsiooninormi kujul

$$\sigma = \frac{\omega + 3\pi}{4(1-a) + 3(\omega - \pi)}.$$

Ülesanne 2. Leiame akumulatsiooninormi σ, palga normaalmäära kasvutempo ξ ja diskontoprotsendi määra 100ϱ niisugused väärtused, mis tagavad arenemise alguses tootmiskiiruse ja hõivuse kasvutempode soovitud väärtused ω ja ω_1, kui tootmissuhted määrab tingimus: palgamäär ei sõltu hõivusest ja põhivahendite kasutamine on täielik ega sõltu fondimaksu määrast $(\beta = 0,\ \gamma = \infty)$.

Lahendus. Tabelitest 1 ja 2 leiame tootmiskiiruse ja hõivuse kasvutempod:

$$\omega = 4\varepsilon - 3\xi + a - a$$

$$\omega_1 = 4\varepsilon - 4\xi + a - a.$$

Kui fondimahukusnorm on konstantne, siis valemi (71) järgi

$$\varepsilon = \frac{3}{4}\xi.$$

Asetanud ε leitud väärtuse ω ja ω_1 avaldisse, saame:

$$\xi = \omega - \omega_1$$

$$a = \omega + a.$$

Tingimuse $\varrho = \varepsilon$ järgi leiame nüüd diskontoprotsendi määra:

$$\varrho = \frac{3}{4}(\omega - \omega_1).$$

Peame silmas, et arenemise postuleeritud algtingimuste põhjal $\varkappa = 1$, ja arvutame valemi (73) järgi akumulatsiooninormi:

$$\sigma = \frac{\omega + 3\omega_1}{4(1-a) - 3(\omega - \omega_1)}.$$

Loobume fondimahukusnormi konstantsuse nõudest (tingimus 4) ja lahendame järgmise poliitilise planeerimisülesande.

Ülesanne 3. Määraku tootmissuhted tingimus: fondimaksu määr on põhivahendite kasutamisest sõltumatu ja hõivus täielik $(\gamma = 0,\ \beta = \infty)$. Leiame fondimaksu määra kasvutempo ζ ja tehnika progressi ε niisugused väärtused, mis tagavad tootmiskiiruse ja põhivahendite kasutamise soovitud kasvutempod ω ja ω_2.

Lahendus. Tabelitest 1 ja 3 leiame, et

$$\omega = \frac{4}{3}\varepsilon + \pi - \frac{1}{3}\zeta.$$

$$\omega_2 = \frac{4}{3}\varepsilon + \pi - \frac{4}{3}\zeta,$$

millest

$$\zeta = \omega - \omega_2.$$

Fondimaksu määra kasvutempo on võrdne tootmiskiiruse ja põhivahendite kasutamise kavandatud kasvutempode vahega.

Leidnud ζ väärtuse, võime arvutada tehnika progressi:

$$\varepsilon = \omega - \frac{1}{4}\omega_2 - \frac{3}{4}\pi.$$

Loobume tingimusest 1 ja eeldame, et tootmine võimaldab mastaabiökonoomiat: $\bar{\lambda}_1 + \bar{\lambda}_2 < 1$. Lahendame järgmise poliitilise planeerimisülesande.

Ülesanne 4. Määraku tootmissuhted tingimus: palga- ja fondimaksu määr ei reguleeri tööjõu pakkumist ja nõudmist ning põhivahendite kasutamist $(\beta = \gamma = 0)$. Leiame palga- ja fondimaksu määra kasvutempo ξ ja ζ niisugused väärtused, mis tagaksid tootmisvahendite tootmise eelisarendamise $\omega_2 - \omega_1 = \Delta\omega$.

Lahendus. Tabelitest 2 ja 3 leiame, et

$$\varepsilon - (1 - \bar{\lambda}_2)\xi - \bar{\lambda}_2\zeta = (1 - \bar{\lambda}_1 - \bar{\lambda}_2)\,\omega_1$$
$$\varepsilon - \bar{\lambda}_1\xi - (1 - \bar{\lambda}_1)\zeta = (1 - \bar{\lambda}_1 - \bar{\lambda}_2)\,\omega_2.$$

Peame silmas, et eelisarendamise tingimuse järgi $\omega_2 - \omega_1 = \Delta\omega$, ja lahutame võrduste pooled. Taandame ja saame, et

$$\xi - \zeta = \Delta\omega.$$

Kui palga- ja fondimaksu määr ei reguleeri hõivust ja põhivahendite kasutamist, siis on tootmisvahendite tootmise eelisarenemine võrdne palga- ja fondimaksu määra kasvutempode vahega.

Kui fondimahukusnorm on konstantne, siis valemi (63) järgi

$$\varepsilon = (1 - \bar{\lambda}_1 - \bar{\lambda}_2)\,\omega + \bar{\lambda}_1\xi.$$

Saadud võrduses asendame ω väärtuse tabelis 1 esitatud väärtusega. Koondame ja leiame, et

$$\zeta = 0.$$

Konstantse fondimahukusnormi korral on fondimaksu määr konstantne. Tulemusest nähtub, et

$$\xi = \Delta\omega.$$

Konstantse fondimahukusnormi korral on tootmisvahendite tootmise eelisarenemine võrdne palgamäära kasvutempoga.

Käsitleme poliitika kavandamise optimumülesannet, milles tootmise arendamise eesmärk on seotud tarbimise maksimiseerimisega. Määrame arendamise eri eesmärkidele vastava optimaalse hinnapoliitika.

a) Olgu tootmise arendamise eesmärgiks maksimaalne tarbimine ajal $\bar{T}$:

$$Y(\bar{T}) = \max. \tag{74}$$

Leiame hinnapoliitika α niisuguse väärtuse, mille korral tingimus (74) on täidetud.

Olgu $\bar{\eta} \neq 1$. Võrduste (26) ja (49) järgi

$$Y(\bar{T}) = (1 - \alpha)[(\alpha - a)\tilde{\zeta}(e^{\tilde{\varepsilon}\bar{T}} - 1) + 1]^{1/\tilde{\eta}} e^{\tilde{\varepsilon}\bar{T}}.$$

Tingimuse (74) täitmiseks on tarvilik, et $(d/d\alpha)\,Y(\bar{T}) = 0$. Arvutame α järgi $Y(\bar{T})$ tuletise, võrdsustame selle nulliga ja saame võrrandi

$$(1 - \alpha)\,\frac{\tilde{\zeta}}{\tilde{\eta}}(e^{\tilde{\varepsilon}\bar{T}} - 1) = (\alpha - a)\tilde{\zeta}(e^{\tilde{\varepsilon}\bar{T}} - 1) + 1,$$

mille lahendamisel leiame, et

$$\alpha = a + (1 - a)/\bar{\eta} - \tilde{\varepsilon}/(e^{\tilde{\varepsilon}\bar{T}} - 1). \tag{75}$$

Kui $\tilde{\varepsilon}\bar{T}$ on väike, siis $e^{\tilde{\varepsilon}\bar{T}} - 1 \approx \tilde{\varepsilon}\bar{T}$ ja valem (75) lihtsustub:

$$\alpha \approx a + (1 - a)/\bar{\eta} - 1/\bar{T}. \tag{75'}$$

Olgu nüüd $\bar{\eta} = 1$. Võrduse (49′) järgi

$$Y(\bar{T}) = (1 - \alpha)\exp\left[\frac{\alpha - a}{\bar{\varepsilon}}(e^{\bar{\varepsilon}\bar{T}} - 1) + \bar{\varepsilon}\bar{T}\right].$$

Tarbimise $Y(\bar{T})$ maksimiseerimiseks on tarvilik, et

$$\frac{dY(\bar{T})}{d\alpha} = \left[\frac{1 - \alpha}{\bar{\varepsilon}}(e^{\bar{\varepsilon}\bar{T}} - 1) - 1\right]\exp\left[\frac{\alpha - a}{\bar{\varepsilon}}(e^{\bar{\varepsilon}\bar{T}} - 1) + \bar{\varepsilon}\bar{T}\right] = 0,$$

millest

$$\alpha = 1 - \bar{\varepsilon}/(e^{\bar{\varepsilon}\bar{T}} - 1). \tag{76}$$

Kui $\bar{\varepsilon}\bar{T}$ on väike, siis valem (76) lihtsustub:

$$a \approx 1 - 1/\bar{T}. \tag{76'}$$

Valemid (75) ja (76) võimaldavad uurida tootmise arendamise eesmärgile vastava optimaalse hinnapoliitika sõltuvust tootmissuhetest. Leidnud optimaalse hinnapoliitika, võime valemi (49) või (49′) järgi arvutada optimaalse tootmiskiiruse ning valemite (50) või (50′), (52) ja (53) järgi tootmiskiiruse, hõivuse ja põhivahendite kasutamise optimaalsed kasvutempod. Teades optimaalset tootmiskiirust, võime valemite (28) ja (29) järgi leida tootmissektori sisendvoo koordinaatide (hõivuse ja põhivahendite kasutamise) optimaalsed režiimid ning valemite (14) ja (15) järgi optimaalsed hinnad. Valemi (54) järgi võime lõppeks arvutada fondimahukusnormi ning fondimahukusnormi ja hinnapoliitika järgi optimaalse akumulatsiooninormi.

Lähtume võrdustest (51) ja (51′) ning leiame optimaalse hinnapoliitika valemite (75) ja (76) järgi, et

$$\omega(0) = \tilde{\varepsilon} + [(1-a)/\bar{\eta} - \tilde{\varepsilon}/(e^{\tilde{\varepsilon}\bar{T}} - 1)]\bar{\eta} \tag{77}$$

$$\omega(0) = \bar{\varepsilon} + 1 - a - \bar{\varepsilon}/(e^{\bar{\varepsilon}\bar{T}} - 1). \tag{77'}$$

Kui $\tilde{\varepsilon}\bar{T}$ ja $\bar{\varepsilon}\bar{T}$ on väikesed, siis aproksimeerivad valemeid (77) ja (77′) rahuldavait järgmised avaldised:

$$\omega(0) \approx \tilde{\varepsilon} + [(1-a)/\bar{\eta} - 1/\bar{T}]/\bar{\eta} \tag{78}$$

$$\omega(0) \approx \bar{\varepsilon} + 1 - a - 1/\bar{T}. \tag{78'}$$

Valemid (77) ja (77′) võimaldavad uurida tootmiskiiruse optimaalse kasvutempo algväärtuse sõltuvust tootmissuhetest.

Ülesanne 5. Olgu tootmise arendamise eesmärgiks maksimaalne tarbimine ajal $\bar{T}$ ja arendamispoliitika realiseerimisvahendiks hinnapoliitika. Leiame tootmiskiiruse optimaalse kasvutempo algväärtuse lähendi, kui tootmissuhted määrab tingimus: palga- ja fondimaksu määrast sõltumata on hõivus ja põhivahendite kasutamine täielik.

L a h e n d u s. Kui fondimahukusnorm on konstantne, siis valemi (63′) järgi

$$\varepsilon = \frac{3}{4}(\omega - \pi).$$

Valemi (75) järgi

$$a = a + (1-a)/\bar{\eta} - \tilde{\varepsilon}/(e^{\tilde{\varepsilon}\bar{T}} - 1),$$

kus valemite (33) ja (45) järgi $\bar{\eta} = 4$, $\tilde{\varepsilon} = \frac{3}{4}\omega$. Asetanud ε ja a leitud väärtused tootmiskiiruse kasvutempo avaldisse (tabel 1), saame ω väärtuse määramiseks transtsendentse võrrandi

$$\omega = \frac{1}{4}(1-a) - \frac{3}{4}\omega/(e^{\frac{3}{4}\omega\bar{T}} - 1).$$

Tuletame valemi ω lähisväärtuse arvutamiseks, kui $\omega\bar{T}$ on väike. Teisendame lahutatavat võrrandi paremas pooles järgmiselt:

$$\frac{\frac{3}{4}\omega}{e^{\frac{3}{4}\omega\bar{T}} - 1} \approx \frac{1}{\bar{T}} \frac{\frac{3}{4}\omega\bar{T}}{\frac{3}{4}\omega\bar{T} + \frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}\omega\bar{T}\right)^2} = \frac{1}{\bar{T}} \frac{1}{1 + \frac{3}{8}\omega\bar{T}} \approx \frac{1}{\bar{T}}\left(1 - \frac{3}{8}\omega\bar{T}\right).$$

Võrrand avaldub kujul

$$\omega \approx \frac{1}{4}(1-a) - \left(1/\bar{T} - \frac{3}{8}\omega\right),$$

millest

$$\omega \approx \frac{8}{5}\left(\frac{1-a}{4}-\frac{1}{\bar{T}}\right).$$

Kui sisekäivet ei arvestata ($a=0$) ja $\bar{T}=5$ aastat, siis $\omega \approx 0{,}08$.

b) Olgu tootmise arendamise eesmärgiks maksimaalne tarbimine ajavahemikus $[0, \bar{T}]$:

$$\int_0^{\bar{T}} Y(t)\,dt = \max. \tag{79}$$

Eeldame algul, et $\bar{\eta} \neq 1$. Arvutanud tarbimiskiiruse integraali 0-st $\bar{T}$-ni, saame

$$\int_0^{\bar{T}} Y(t)\,dt = \frac{1-a}{\alpha-a}\left\{\left[(\alpha-a)\tilde{\xi}(e^{\bar{\varepsilon}\bar{T}}-1)+1\right]^{\check{\eta}}-1\right\}, \tag{80}$$

kus

$$\check{\eta} = \frac{\bar{\eta}}{\tilde{\eta}} = \frac{(1+\gamma)(1-\bar{\lambda}_1+\beta)-\bar{\lambda}_2(1+\beta)}{(1+\gamma)[1-(\bar{\lambda}_1+\bar{\lambda}_2)+(1-\bar{\lambda}_2)\beta]}. \tag{81}$$

Tingimuse (79) täitmiseks on tarvilik, et $\frac{d}{d\alpha}\int_0^{\bar{T}} Y(t)\,dt = 0$. Arvutame hinnapoliitika järgi tarbimiskiiruse integraali tuletise, võrdsustame selle nulliga ja saame hinnapoliitika võimaliku optimaalse väärtuse arvutamiseks algebralise võrrandi

$$\frac{1}{\bar{\varepsilon}}(e^{\bar{\varepsilon}\bar{T}}-1)[(\alpha-a)\tilde{\xi}(e^{\bar{\varepsilon}\bar{T}}-1)+1]^{\check{\eta}-1}(1-a)(\alpha-a) =$$
$$= (1-a)\{[(\alpha-a)\tilde{\xi}(e^{\bar{\varepsilon}\bar{T}}-1)+1]^{\check{\eta}}-1\}. \tag{82}$$

Kui $\bar{\eta}=1$, siis võrduse (49′) järgi

$$\int_0^{\bar{T}} Y(t)\,dt = \frac{1-a}{\alpha-a}\left\{\exp\left[\frac{\alpha-a}{\bar{\varepsilon}}(e^{\bar{\varepsilon}\bar{T}}-1)\right]-1\right\}, \tag{83}$$

mille tuletise nulliga võrdsustamisel saame optimaalse hinnapoliitika arvutamiseks transtsendentse võrrandi

$$\left\{[(\alpha-a)^2-(1-a)(\alpha-a)]\frac{e^{\bar{\varepsilon}\bar{T}}-1}{\bar{\varepsilon}}+1-a\right\}\exp\left[\frac{\alpha-a}{\bar{\varepsilon}}(e^{\bar{\varepsilon}\bar{T}}-1)\right] =$$
$$= 1-a. \tag{84}$$

Võrrandid (82) ja (84) võimaldavad uurida tootmise arendamise seatud eesmärgile vastava optimaalse hinnapoliitika sõltuvust tootmissuhetest.

Ülesanne 6. Tootmise arendamise eesmärk on maksimaalne tarbimine ajavahemikus $[0, \bar{T}]$ ja arendamispoliitika realiseerimisvahendiks hinnapoliitika. Leiame hõivuse ja põhivahendite kasutamise optimaalsete kasvutempode algväärtused, kui tootmissuhted määrab tingimus: palgamäär ei sõltu hõivusest ning põhivahendite kasutamine on täielik ega sõltu fondimaksu määrast.

L a h e n d u s. Kui fondimahukusnorm on konstantne ja $\bar{\lambda}_1 = \frac{3}{4}$, $\bar{\lambda}_2 = \frac{1}{4}$, siis valemi (63) järgi

$$\varepsilon = \frac{3}{4}\xi.$$

Kuna valemite (33) järgi $\bar{\varepsilon} = 0$, siis avaldub võrrand (84) kujul

$$\bar{T}(a-\alpha)^2 - \bar{T}(1-\alpha)(a-\alpha) + 1 - \alpha = $$
$$= (1-\alpha)\exp[-(a-\alpha)\bar{T}]. \tag{85}$$

Arendame eksponendi $\exp[-(a-\alpha)\bar{T}]$ Maclaurini ritta, piirdudes esimese viie liikmega. Pärast lihtsustamist taandub võrrand (85) ruutvõrrandiks

$$(a-\alpha)^2 - \frac{4}{\bar{T}}(a-\alpha) + \frac{12[(1-\alpha)\bar{T}-2]}{(1-\alpha)\bar{T}^3} \approx 0,$$

mille lahendamisel leiame, et

$$a - \alpha \approx \frac{2}{\bar{T}}\left(1 - \sqrt{\frac{6}{(1-\alpha)\bar{T}} - 2}\right). \tag{86}$$

Tabelitest 2 ja 3 leiame, et hõivuse ja põhivahendite kasutamise optimaalsete kasvutempode algväärtused on

$$\omega_1 \approx \frac{2}{\bar{T}}\left(1 - \sqrt{\frac{6}{(1-\alpha)\bar{T}} - 2}\right) - \xi \tag{87}$$

$$\omega_2 \approx \frac{2}{\bar{T}}\left(1 - \sqrt{\frac{6}{(1-\alpha)\bar{T}} - 2}\right). \tag{88}$$

Võrdustest (87) ja (88) nähtub, et

1) ülesande tingimuste järgi on tootmise tsükliteta (kriisivaba) arenemine võimalik ainult sel juhul, kui

$$\bar{T} \leqslant 3/(1-\alpha);$$

2) tarbimise maksimiseerimisest kui tootmise arendamise põhieesmärgist järgneb antud tootmissuhete kehtimisel tulenev eesmärk: tootmisvahendite tootmise eelisarendamine.

Tõestanud tulenemise seose olemasolu, võime nüüd arendamise eesmärgiks võtta tootmisvahendite tootmise eelisarendamise $\omega_2 - \omega_1 = \xi$ ning lahendada poliitilise planeerimisülesande, arvutades näiteks optimaalse akumulatsiooninormi. Arvutanud valemiga (88) tootmisvahendite tootmise kasvutempo algväärtuse ω_2 ja avaldanud võrdusega $\varrho = \varepsilon = \frac{3}{4}\xi = \frac{3}{4}(\omega_2 - \omega_1)$ eelisarenemise kaudu diskontoprotsendi määra, saame võrduse (73) järgi optimaalse akumulatsiooninormi arvutamiseks valemi

$$\sigma = \frac{\omega_2 + 3\omega_1}{4(1-\alpha) - 3(\omega_2 - \omega_1)}.$$

Ülaltoodud uurimistulemused on saadud tootmise dünaamilisest tasakaalumudelist (37) eeldusel, et investeerimistegevuse viivitusaega ja põhivahendite ekspluatatsiooniaega ei arvestata. Huvitavat uurimisainet pakub samade probleemide käsitlemine töö teises osas esitatud investeerimis- ja asendamistegevuse eri hüpoteeside korral. Kuna see aga ületaks käesoleva artikli piirid, siis piirdume vaid sissejuhatava märkusega. Kehtigu näiteks investeerimis- ja asendamistegevuse hüpoteesid (A_I) ja (A_R). Viimaste järgi on investeerimis- ja asendamistegevus nihkeoperaatorid sammuga θ ja $-T$:

$$\mathfrak{J} = \underset{\theta}{\mathcal{E}}, \qquad \mathfrak{R} = \underset{-T}{\mathcal{E}}, \tag{89}$$

kus θ ja T on vastavalt investeerimistegevuse viivitusaeg ja põhivahendite ekspluatatsiooniaeg [2]. Asendame mudelis (37) operaatorid $\mathfrak{J}$ ja $\mathfrak{R}$ võrdustest (89). Mudel (37) taandub esimest järku kvaasilineaarseks diferents-diferentsiaalvõrrandiks kujul

$$\overline{k}_0\mathbf{D}[e^{\overline{\varepsilon}(t+\theta)}X^{\overline{\eta}}(t+\theta)] = (\alpha - a)[X(t) - X(t-T)]. \tag{90}$$

Tootmise makrodünaamiline tasakaalumudel (90) võimaldab uurida tootmissüsteemi tehniliste, sotsiaalsete ja sotsiaalpsühholoogiliste parameetrite ning investeerimis- ja asendamistegevuse mõju tootmiskiirusele. Nagu mudelis (38), nii mõjutavad ka mudeliga (90) määratud tootmiskiiruse trajektoori tugevasti tootmissuhted. Peatumata mudeli (90) üldkuju käsitlemisel, märgime, et erijuhul, kui tootmine ei võimalda mastaabiökonoomiat ja fondimahukusnorm on konstantne ning tootmissuhteid iseloomustab hõivusest sõltumatu palgamäär ja põhivahendite täielik kasutamine ($\beta = 0$, $\gamma = \infty$), lihtsustub mudel (90), taandudes töö teises osas käsitletud tootmise makrodünaamiliseks tasakaalumudeliks. Töö teises osas vaadeldud taastootmise teooriat iseloomustavad seega konkreetsed tootmissuhted: hõivusest sõltumatu palgamäär ja põhivahendite täielik kasutamine.

KIRJANDUS

1. E. Leinemann, Tootmise tasakaal ja omahind. I. ENSV TA Toimetised. Ühiskonnateaduste Seeria, 2, 1966.
2. E. Leinemann, Tootmise tasakaal ja omahind. II. ENSV TA Toimetised, Ühiskonnateaduste Seeria, 3, 1966.
3. J. Tinbergen, Economic Policy: Principles and Design. Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1956.
4. J. Tinbergen, The Design of Development. Baltimore, The Johns Hopkins Press, 1958.
5. J. Tinbergen, H. C. Bos, Mathematical Models of Economic Growth. New York. McGraw-Hill, 1962.
6. R. Mullari, Matemaatika ja tegelikkus. Matemaatika ja kaasaeg, VIII. Tartu, 1965.
7. H. Poincaré, Teadus ja hüpotees. Tartu, KÜ «Loodus», 1936.

Eesti NSV Teaduste Akadeemia
Majanduse Instituut

Saabus toimetusse
7. VII 1966

Э. ЛЕЙНЕМАНН

РАВНОВЕСИЕ И СЕБЕСТОИМОСТЬ ПРОИЗВОДСТВА. III

Резюме

В третьей части работы исследуется соотношение производственной деятельности, рабочей силы и основных фондов. Аналогично первой и второй частям, исследование построено на понятиях производственной единицы и хозяйственной деятельности [1, 2]. В отличие от второй части, где анализировались понятия инвестирования и основных фондов, здесь внимание сосредоточивается на производственном секторе, через который определяются производственная деятельность и технический прогресс. Для конкретизации понятия производственной деятельности выдвигаются соответствующие гипотезы, выводится производственная функция Кобб-Дугласа

$$X = e^{\varepsilon t}\prod_{i=1}^{m}(X_{i^-})^{\overline{\lambda}_i} \tag{4}$$

и рассматриваются связанные с ней основные понятия. Базируясь на понятии равновесия производственной деятельности, рассматриваются себестоимость и прибыль производства, на основе которых в свою очередь определяется понятие конкуренции. Опи-

раясь на понятие нормальной ставки заработной платы и платы за фонды, устанавливается зависимость занятости и использования основных средств от ставки заработной платы и платы за фонды, а эти зависимости интерпретируются при разных частных значениях коэффициентов эластичности. Применяется модель Леонтьева

$$\mathfrak{A}X + Y = X, \qquad (*)$$

где $\mathfrak{A}$ — матрица, элементы которой представляют собой операторы, и строится макродинамическая модель равновесия производства

$$\mathfrak{Z}\mathbf{D}(e^{-\bar{\varepsilon}t}X^{\bar{\eta}}) = \frac{\alpha - a}{\bar{k}_0}(X - \mathfrak{R}X), \qquad (37)$$

которая наряду с инвестированием и возмещением учитывает также влияние технического прогресса, роста населения и социально-психологических взглядов на производство. При классификации параметров модели (37) определяется понятие производственных отношений.

Подробно рассматривается решение аналитических задач планирования, причем особое внимание уделяется исследованию влияния производственных отношений на скорость производства, занятость и использование основных фондов. При изучении динамики норм фондоемкости показывается, что по мере развития производства норма фондоемкости становится почти постоянной и выводится формула, позволяющая определить воздействие производственных отношений на технический прогресс. При анализе политических задач планирования автор останавливается на задаче оптимального планирования, при которой цель развития производства связана с потреблением и средством реализации политики развития является политика цен. Приводятся формулы, позволяющие исследовать зависимость начальной величины оптимального темпа роста скорости производства от производственных отношений. В конце статьи показано, что рассмотренная во второй части работы теория воспроизводства представляет собой частный случай развитой выше теории, которая характеризуется конкретными производственными отношениями.

В настоящей статье, как и во второй части работы, автор в известной мере опирается на труды Я. Тинбергена и Х. Босса [3, 4, 5]. Аксиоматический подход теории введен автором.

Институт экономики *Академии наук Эстонской ССР*

Поступила в редакцию 7/VII 1966

E. LEINEMANN

THE PRODUCTION EQUILIBRIUM AND COST PRICE. III

Summary

In this paper the relationship of production with labour and capital will be considered. Continuing the line taken in parts I and II of the work, the treatment is based on the concepts of production unit and economic activity [1, 2]. In distinction from part II where the concepts of investment and capital were dealt with, in this paper the attention is focused on the production sector. The paper gives the definitions of production activity and technical progress as abstract quantitative concepts, and dwells on the basic concepts linked with them. The concept of production activity is made concrete by setting up the hypotheses leading to a certain type of production activity known as Cobb-Douglas production function

$$X = e^{\varepsilon t} \prod_{i=1}^{m} (X_i^{-})^{\bar{\lambda}_i} \qquad (4)$$

where X — production speed,

X_i^{-} — the i-th coordinate of input of production sector,

ε — technical progress,

$\bar{\lambda}_i$ — marginal elasticity * of production speed with regard to the i-th coordinate of input.

* Instead of the *coefficient of marginal elasticity* we say simply *marginal elasticity*.

The values of production sector cost price h and profit m are determined by identities

$$Xh = \sum_{i=1}^{m} X_i^- \underline{h}_i \tag{5}$$

$$m = X\bar{h} - \sum_{i=1}^{m} X_i^- \underline{h}_i \tag{6}$$

where $\underline{h}_i$ is the i-th coordinate of the input price and $\bar{h}$ is the output price. The concept of competition is defined by means of profit.

D e f i n i t i o n 5. *Competition* is the development of production for the purpose of accruing profit. If profit is maximal, competition is said to be *perfect* or *pure*.

Take $\bar{h} = 1$. Assume perfect competition and by identity (6), obtain

$$\underline{h}_i = \frac{\partial X}{\partial X_i^-}. \tag{11'}$$

If competition is perfect, the prices of the coordinates of input are equal to their marginal productivities.

The treatment continues by introducing the economic regulation. The latter is discussed for the case of two-dimensional input vector with the coordinates of employment X_1^- and the use of equipment X_2^-. Two psychological reference variables, called the normal wage and interest rates, will be defined

$$\underline{h}_1^0 = \underline{h}_{10}^0 e^{\xi t} \tag{17}$$

$$\underline{h}_2^0 = \underline{h}_{20}^0 e^{\zeta t} \tag{21}$$

indicative of the gradual development in the ideas of population — probably based on past experience — as to what is normal, appropriate, or reasonable [5]. The regulation of demand and supply of labour is postulated as follows.

A$_L$. The marginal elasticity of employment with regard to the wage rate

$$\frac{\underline{h}_1}{X_1^-}\frac{\partial X_1^-}{\partial \underline{h}_1} = \frac{1}{\beta} \tag{18}$$

is given.

B$_L$. If the wage rate is normal, the employment is full.

Postulates (A$_L$) and (B$_L$) yield a dependence of employment on the wage rate in the form

$$\left(\frac{X_1^-}{\bar{L}}\right)^{\beta} = \frac{\underline{h}_1}{\underline{h}_1^0} \tag{20}$$

where the size of employable population

$$\bar{L} = \bar{L}_0 e^{\pi t} \tag{16}$$

is assumed to be given by the data of demography.

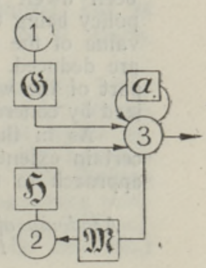
Observing the previous case and postulating the regulation of the use of equipment, we obtain

$$\left(\frac{X_2^-}{\bar{K}}\right)^{\gamma} = \frac{\underline{h}_2}{\underline{h}_2^0} \tag{24}$$

where $\bar{K}$ is the stock of equipment or capital goods and $1/\gamma$ is the marginal elasticity of the use of equipment with regard to the rate of interest.

The social meaning of the functions (20) and (24) will be interpreted in the case of some particular values of elasticities $1/\beta$ and $1/\gamma$.

Consider a production system presented by the graph where



1 — population with employment of X_1^-,
2 — equipment, the use of which is X_2^-,
3 — production, the speed of which is X,

𝔊, ℌ — operators, regulating the input of the production sector,

𝔐 — operator, establishing via investment the feed-back of the production sector with equipment,

a — production input coefficient.

Denote consumption by Y. Applying to the given graph the Leontief model

$$\mathfrak{A}X + Y = X \tag{*}$$

we obtain

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & \mathfrak{G} \\ 0 & 0 & \mathfrak{H} \\ 0 & \mathfrak{M} & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1^- \\ X_2^- \\ X \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_1^- \\ X_2^- \\ X \end{pmatrix} \tag{25}$$

which yields

$$\mathfrak{M}[\mathfrak{H}(X)] = (\alpha - a)X \tag{27}$$

where α is the price policy defined by equation

$$X - Y = \alpha X. \tag{26}$$

Starting from (4), (11′), (20), and (24) we can express the stock of equipment $\overline{K}$ as a function of X and obtain

$$\overline{K} = \bar{k}_0 e^{-\bar{\varepsilon}t} X^{\bar{\eta}}, \tag{32}$$

where

$$\bar{k}_0 = (h_{20}{}^0/\bar{\lambda}_2)^{1/\gamma} [h_{10}{}^0/\bar{\lambda}_1 (\bar{L}_0)^{\beta}]^{\bar{\lambda}_1(1+\gamma)/\bar{\lambda}_2(1+\beta)\gamma}$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{(1+\gamma)[(1+\beta)\varepsilon + \bar{\lambda}_1(\beta\pi - \xi)] - \bar{\lambda}_2(1+\beta)\zeta}{\bar{\lambda}_2(1+\beta)\gamma} \tag{33}$$

$$\bar{\eta} = \frac{(1+\gamma)(1-\bar{\lambda}_1+\beta) - \bar{\lambda}_2(1+\beta)}{\bar{\lambda}_2(1+\beta)\gamma}.$$

It was established in part II of the work [2] that the input of investment sector I^- depends on the stock of equipment $\overline{K}$ as follows

$$I^- = \mathfrak{J}(1 - \mathfrak{R})^{-1} \mathbf{D} \overline{K} \tag{34}$$

where $\mathfrak{J}$ — investment activity, $\mathfrak{R}$ — replacement activity, $\mathbf{D}$ — differential operator.

Combining (32) and (34), we obtain

$$\mathfrak{M}[\mathfrak{H}(X)] = \mathfrak{J}(1 - \mathfrak{R})^{-1} \mathbf{D}(\bar{k}_0 e^{-\bar{\varepsilon}t} X^{\bar{\eta}}). \tag{35}$$

Assume now that linear operators $\mathfrak{J}$ and $\mathfrak{R}$ commute. Model (27) will take the form

$$\mathfrak{J}\mathbf{D}(e^{-\bar{\varepsilon}t} X^{\bar{\eta}}) = \frac{\alpha - a}{\bar{k}_0}(X - \mathfrak{R}X). \tag{37}$$

Besides, the investment and replacement activities model (37) takes into consideration the influence of technical, social, and psychological parameters, e. g. elasticities of production speed $\bar{\lambda}_1$ and $\bar{\lambda}_2$, technical progress ε, production input coefficient a, initial size and growth rate of population $\bar{L}_0$ and π, elasticity of employment $1/\beta$, and that of the use of equipment $1/\gamma$, the growth rates of normal wage and interest ξ and ζ, price policy α, etc. The relationship between production and the coordinates of its input — employment and the use of equipment — is regulated by elasticities $1/\beta$ and $1/\gamma$. These social parameters determine *production relations*. All remaining parameters, including price policy α, the control parameter, characterize *productive forces* of the given production system. The paper deals in detail with the solution of the analytical problem by model (37), discussing the influence of production relations on the production speed, employment and the use of equipment. When dealing with the asymptotic behaviour of the capital-output ratio, it will be shown that in the course of development the capital-output ratio has a tendency to become constant. Assuming the constancy of the capital-output ratio, a formula is derived to estimate the influence of production relations on technical progress.

In the concluding part of the paper some optimum problems of policy planning have been dwelt upon, with the aim of development linked with consumption and price policy being the instrument of development policy. To study the dependence of the initial value of the optimal rate of development on production relations, appropriate formulas are deduced. The author shows that the theory of reproduction discussed in the second part of the work [2] is a particular case of the theory developed above, being characterized by concrete production relations.

As in the second part of the work, the author has proceeded in this paper in a certain extent from the works of J. Tinbergen and H. C. Bos [3, 4, 5]. The axiomatic approach to the theory is introduced by the author.

Academy of Sciences of the Estonian SSR,
Institute of Economics

Received
July 7, 1966