EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. XI KÖIDE
ÜHISKONNATEADUSTE SEERIA. 1962. Nr. 3

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ XI
СЕРИЯ ОБЩЕСТВЕННЫХ НАУК. 1962, № 3

https://doi.org/10.3176/hum.soc.sci.1962.3.02

ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ ДЛЯ ОПТИМАЛЬНОГО ВЫБОРА МОЩНОСТИ И ПУНКТОВ РАЗМЕЩЕНИЯ МАСЛОДЕЛЬНЫХ ЗАВОДОВ (НА ПРИМЕРЕ О-ВА СААРЕМАА)

И. КАГАНОВИЧ,
кандидат экономических наук

Настоящая работа проведена в масштабах о-ва Сааремаа для разработки и опробования методики оптимального планирования сети маслозаводов. Она является, таким образом, введением к соответствующему исследованию, охватывающему всю республику, которое выполняется Институтом экономики и Институтом кибернетики АН Эстонской ССР с помощью электронной вычислительной техники. Работа по о-ву Сааремаа выполнена вручную ввиду сравнительно небольшого числа объектов (матрица 61×9).

Маслодельная промышленность на о-вах Сааремаа и Муху представлена семью мелкими маслозаводами (со сменной мощностью каждого от 12 до 30 т молока), в основном старой постройки и с большой степенью износа (от 25 до 75%). Значительная часть молока для переработки проходит через 40 сепараторных станций и молочных пунктов, являющихся посредствующими звеньями между колхозными и совхозными фермами, а также приусадебными хозяйствами, с одной стороны, и маслозаводами, с другой.

Перспективным планом развития народного хозяйства намечается резкое увеличение производства молока в республике, что требует соответственного прироста мощностей маслодельной промышленности.

Таким образом, необходим единый перспективный план ее реконструкции, который обеспечил бы максимальную эффективность капитальных вложений в эту отрасль. Построение такого плана предполагает в первую очередь расчет оптимальной сети маслозаводов, т. е. выбор для них оптимального варианта мощности и размещения.

С ростом мощности маслозавода снижаются эксплуатационные и удельные капитальные затраты (см. ниже, табл. 1). Вместе с тем, однако, увеличивается расстояние транспортировки молока из сельских хозяйств при данном их расположении[1]. Оптимальной будет такая мощность завода, при которой суммарные затраты на переработку и транспорт молока окажутся минимальными.

Предложение использовать математические методы для определения оптимальных объемов производства в пунктах его возможного размещения возникло на почве разработки открытой модели транспортной задачи линейного программирования.[2]

---

[1] Затраты на транспорт готовой продукции до мест потребления здесь роли не играют, т. к. в районе молочного животноводства, каким является Эстония, лишь небольшую часть производимого масла требуется развозить по мелким потребителям. К тому же вес масла во много раз меньше веса перерабатываемого молока (удельный расход молока — 23,8 т на тонну масла).

[2] См. Е. Г. Гольдштейн, Д. Б. Юдин, Об одном классе задач планирования народного хозяйства. Сб. Проблемы кибернетики, вып. 5, М., 1961.

Одним из первых практических приложений открытой модели транспортной задачи в этой области была постановка и решение задачи выбора оптимальных мощностей и размещения предприятий цементной промышленности [3].

Исходные экономические показатели и их анализ

На о-вах Сааремаа и Муху расположен 61 колхоз и совхоз. Центр каждого из них рассматривается как пункт производства молока и его отправки на заводы.

Рассчитан перспективный объем заготовок молока в каждом хозяйстве в среднем за сутки в месяце наивысших удоев. Выбрано 9 пунктов возможного расположения маслозаводов, 7 из которых совпадают с местонахождением ныне действующих заводов. Расстояния от пунктов производства до возможных пунктов переработки молока при существующей дорожной сети определены измерениями на карте [4].

Предел дальности перевозки молока, зависящий от длительности бактерицидной фазы и возможной скорости движения, составляет для дорог Эстонской ССР 45 км (по данным института «Гипромолпром»).

Задача решается в трех вариантах, различающихся предельной мощностью маслозавода: 200 т молока в смену — тип наиболее крупного предприятия, подлежащий проектной разработке в расчете на перспективу; 100 т молока в смену — на уровне мощности прогрессивного типа завода, освоенного в проектировании и эксплуатации; 75 т молока в смену — в методических целях.

Принято, что число рабочих смен в году равно 500, режим работы — двухсменный в период максимального поступления молока.

В качестве производственных расходов учитываются т. н. приведенные затраты на тонну молока за вычетом сырьевой составляющей.

Для имеющихся и перспективных типов маслозаводов приведенные расходы определены на основании показателей, запроектированных на 70-е годы институтом «Гипромолпром» (см. табл. 1).

Таблица 1

Затраты на тонну молока, руб.	Суточная мощность завода по молоку, т			
	50	100	200	400
Удельные капитальные затраты	37,4	22,0	13,0	9,0
То же с коэффициентом эффективности капзатрат 0,15	5,62	3,30	1,95	1,35
Затраты на переработку (без сырьевых)	2,65	1,72	1,11	0,84
Приведенные затраты				
фактические	8,27	5,02	3,06	2,19
выравненные	8,33	4,85	3,11	2,24

Из данных табл. 1 следует, что зависимость приведенных затрат на тонну молока от мощности завода носит характер гиперболы. Рассчитаны параметры уравнения гиперболы путем выравнивания исходных данных способом наименьших квадратов.

[3] Б. Г. Серебряков, Г. Д. Рахманин, Расчет оптимального варианта размещения предприятий цементной промышленности. СОПС Госэкономсовета СССР. Бюллетень № 1. Доклады и методика расчетов оптимального размещения цементной промышленности. М., 1961.

[4] В Институте кибернетики и Институте экономики АН Эстонской ССР.

Перспективные экономические показатели маслодельной промышленности и ее сырьевой базы получены совместно с канд. экон. наук А. Мерессоо. Вычислительные работы выполнены с участием экономиста В. Хелиметс.

Уравнение гиперболы имеет вид:

$$p(y) = \alpha + \frac{\beta}{y} = 1{,}37 + \frac{348{,}17}{y}, \tag{1}$$

где $y > 0$ — суточная мощность маслозавода по молоку в тоннах,

$p(y)$ — выравненная величина приведенных расходов на тонну молока (функция y),

$\alpha = 1{,}37$ — затраты в руб. на тонну молока, пропорциональные мощности завода,

$\beta = 348{,}17$ — сумма постоянных расходов в руб., не зависящая от мощности завода.

Отклонение выравненных значений приведенных расходов от фактических незначительно (коэффициент корреляции близок к единице — 0,9991). Следовательно, уравнение (1) весьма полно выражает зависимость между мощностью маслозавода и приведенными затратами на переработку тонны молока.

Задача оптимального размещения маслозаводов имеет следующие особенности. которые учитываются в ее постановке и методике решения.

а) Равенство приведенных затрат на заводах одинаковой мощности.

Поскольку рассматривается сеть маслозаводов, подлежащих строительству, индивидуальными различиями между ними можно пренебречь и принять за одинаковые себестоимости переработки молока на заводах равной мощности и стоимости самих этих заводов.

б) Независимость предельной мощности предприятия от пункта его расположения.

Ни один из пунктов не имеет преимуществ или недостатков по сравнению с другими с точки зрения ресурсов молока для организации его переработки. Поэтому величина предельной мощности маслозаводов для всех точек их возможного расположения принимается за одинаковую.

Для некоторых пунктов по общеэкономическим соображениям (объем потребности в маслопродуктах, ресурсы рабочей силы и т. п.) может быть заранее установлен нижний предел мощности.

в) Линейная зависимость суммы приведенных затрат за период от мощности предприятия. [5]

Из (1) следует, что при $y > 0$

$$z = p(y)y = \alpha y + \beta. \tag{2}$$

---

[5] Здесь и далее используются обозначения:

m — число пунктов производства сырья;

n — число возможных пунктов строительства заводов по переработке сырья;

k — число пунктов строительства заводов, вошедших в план $(1 \leqslant k \leqslant n)$;

a_i — объем производства сырья в пункте $i (i = 1, 2, \ldots, m)$;

$A = \sum\limits_{i=1}^{m} a_i$ — общий объем производства сырья на рассматриваемой территории;

c_{ij} — затраты на перевозку единицы сырья из пункта i в пункт j $(j = 1, 2, \ldots, n)$;

b — максимальная величина суточной мощности завода (по сырью);

y_j — суточная мощность завода в пункте j, соответствующая поступлению молока;

x_{ij} — объем перевозок сырья из пункта i в пункт j (в сутки);

$p(y_j)$ — приведенные затраты на переработку единицы сырья в пункте j в зависимости от мощности завода y_j;

z — затраты на переработку молока в объеме суточной мощности предприятия.

В силу отмеченного под рубрикой «а» эта зависимость одинакова на всех заводах, поэтому для n заводов имеем:

$$\sum_{j=1}^{n} z_j = \sum_{j=1}^{n} p(y_j) y_j = \sum_{j=1}^{n} (\alpha y_j + \beta) = \alpha \sum_{j=1}^{n} y_j + \beta n = \alpha A + \beta n, \tag{3}$$

т. е. сумма затрат по переработке на комплексе заводов представляет собой линейную функцию числа заводов и не зависит от распределения мощности между отдельными предприятиями.

г) Большая степень раскрытия модели транспортной задачи.

В транспортной задаче линейного программирования

$$\min \sum_{i,j} c_{ij} x_{ij} \geqslant \sum_{i,j} \min_{j} c_{ij} x_{ij},$$

причем равенство осуществляется в случае, если размеры спроса во всех пунктах j не ограничивают величины поставок в каждый из этих пунктов.

Открытая модель смягчает или вовсе снимает ограничения перевозок в наиболее близко расположенные пункты и тем самым приближает минимум транспортных расходов по всему комплексу к сумме частных минимумов для каждого хозяйства.

Высокая предельная мощность заводов, сравнительно с сырьевыми ресурсами, для всех трех вариантов расчета обеспечивает неограниченность перевозок молока на кратчайшие расстояния по крайней мере в начальной стадии решения. В последующем свобода прикрепления пунктов производства молока к пунктам переработки может нарушиться. В этом случае вступает в действие обычная процедура отыскания оптимального плана транспортной задачи линейного программирования. Вариант расчета с предельной мощностью предприятий в 400 т молока в сутки на о-ве Сааремаа в течение всего хода решения не ограничивает прикрепления молочных хозяйств к ближайшим маслозаводам.

Математическая постановка задачи и методы решения

С учетом отмеченных особенностей рассматриваемая задача получает следующее выражение.

Требуется определить план (x_{ij}), доставляющий минимум функционалу

$$F = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} + \alpha A + \beta k \tag{4}$$

(т. е. минимизирующий затраты на транспорт и переработку сырья), при соблюдении следующих условий:

1) $x_{ij} \geqslant 0;\ i = 1, 2, \ldots, m;\ j = 1, 2, \ldots, n$ (поставка сырья не может быть отрицательной).

2) $b \geqslant y_j \geqslant 0$ (мощность предприятия не должна превосходить максимальной величины).

3) $\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i$ (вывоз сырья в пункты j из пункта i равен объему производства в этом пункте).

4) $\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = y_j$ (ввоз сырья в пункт j из пунктов производства равен искомой мощности завода в этом пункте).

Кроме того известно, что

$\sum_{i=1}^{m} a_i < bn$ (общий объем производства сырья меньше суммы предельных мощностей заводов, которые можно построить в пунктах j).

Для каждого значения k можно указать оптимальный план (x_{ij}), который доставляет минимум линейному функционалу

$$L = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j_r = j_1}^{j_k} c_{ij_r} x_{ij_r} \tag{5}$$

Признаком оптимальности плана (x_{ij}), минимизирующего линейный функционал, является, по Л. В. Канторовичу[6], существование таких чисел

$$\begin{aligned} & u_i \geqslant 0; \quad v_j \geqslant 0 \quad (i = 1, 2, \ldots, m) \\ & \qquad\qquad\qquad\quad (j = 1, 2, \ldots, n), \\ \text{что } & v_j - u_i \leqslant c_{ij}, \\ & v_j - u_i = c_{ij}, \text{ если } x_{ij} > 0. \end{aligned} \tag{6}$$

Соответствующие частным оптимальным планам значения функционала (4) по мере уменьшения числа k монотонно убывают до некоторого предела, являющегося общим минимумом для всей задачи.

Как показал анализ усредненных данных, принятая в настоящей работе верхняя техническая граница мощности маслозавода — 200 т молока в смену — ниже той величины, которая является допустимой по длительности бактерицидной фазы и оптимальной в экономическом отношении. Следовательно, есть гарантия, что при сокращении числа заводов не будет перейден минимум, за которым значение функционала начинает возрастать.

Количество маслозаводов в оптимальном плане в условиях данной задачи $(k_{\min})$ определяется как наименьшее целое число, которое больше или равно частному от деления ресурсов молока в районе на максимальную в техническом отношении мощность маслозавода $\left(\frac{A}{b}\right)$.

Оптимальный выбор пунктов расположения и мощности маслозаводов должен состоять в сопоставлении решений транспортной задачи при всевозможных наборах $\{j_1 \ldots j_{k_{\min}}\}$ из множества $\{1 \ldots n\}$. Те пункты, для которых линейный функционал (5) получает наименьшее значение, являются оптимальными точками размещения маслозаводов с

мощностями, равными $y_{j_r} = \sum_{j_r = j_1}^{j_k} x_{ij_r}$.

Однако уже при $n = 9$ и $k_{\min} = 3$ число сочетаний, для каждого из которых нужно решить транспортную задачу, составляет

$$C_9^3 = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 84.$$

При больших значениях n (в Эстонской ССР около 120) потребовался бы перебор такого количества транспортных задач, которое выходит за пределы возможностей современных вычислительных машин.

В данной работе использован приближенный метод, обеспечивающий в процессе решения последовательное сокращение числа пунктов j от n до $k_{\min}$ и значительное уменьшение количества рассматриваемых при этом транспортных задач.

Решение задачи разбивается на ряд итераций.

На первой итерации в план входят все n пунктов возможного размещения маслозаводов, т. е. рассматривается наиболее густая их сеть. В результате решения транспортной задачи для этой сети средняя мощность завода оказывается наименьшей в принятых условиях, затраты на переработку молока — наиболее высокими, а на его доставку — минимальными.

[6] Л. В. Канторович, Экономический расчет наилучшего использования ресурсов. Изд-во АН СССР, М.—Л., 1959, стр. 289.

Далее имеется в виду, что

$$\alpha A + \beta k = \sum_{j=1}^{n} p(y_j)\, y_j,$$

где $p(y_j)$ — приведенные затраты на тонну молока, соответствующие значениям y_j, которые получены в итоге первой итерации.

Следовательно, при данном k функционал (4) эквивалентен линейному функционалу

$$L = \sum_{i,j} [c_{ij} + p(y_j)] x_{ij}. \tag{7}$$

Основываясь на этом, строится матрица затрат $\|c_{ij} + p(y_j)\|$ и осуществляется вторая итерация. Она приведет к такому перераспределению перевозок, что выгодно расположенные пункты, для которых величины $p(y_j)$ всегда относительно низки, соответственно высоким значениям y_j, привлекут к себе еще большее число молочных хозяйств. Хуже расположенные пункты (наиболее удаленные от ферм), наоборот, потеряют поставщиков молока частично или полностью из-за большой величины приведенных затрат $p(y_j)$.

Результатом второй итерации явится либо сокращение числа пунктов j (имеется в виду, что $n > k_{\min}$), либо бо̀льшая дифференциация величин y_j. В последнем случае определяются новые величины $p(y_j)$ и решается новая транспортная задача. И так до тех пор пока для некоторых j окажется, что $y_j = 0$. Эти пункты исключаются из сети.

Пусть в итоге второй итерации из плана выбывает l пунктов j. Тогда третья итерация будет состоять в определении оптимального плана прикрепления m молочных хозяйств к $n-l$ заводам, т. е. задача возвращается к исходной ситуации при новом, уменьшенном числе пунктов j.

Если $n - l = k_{\min}$, то процесс решения на этом заканчивается, в противном случае он продолжается в описанном порядке до тех пор, пока не будет достигнут минимум числа пунктов.

В результате на последней итерации, вместо перебора всевозможных сочетаний пунктов, рассматривается только один вариант, в который входят лишь заводы, расположенные лучше других, относительно молочных хозяйств, в смысле критериев приближенного метода. В задаче по о-ву Сааремаа для $k_{\min} = 3$ такой путь уменьшает число решаемых транспортных задач с 84 до 5—7.

При данном соотношении затрат на транспорт и переработку молока решение задачи указанным путем приведет к выпадению из плана на второй итерации большой части пунктов j (в задаче по о-ву Сааремаа из 9-ти пунктов выбыло 5). Это сокращает процесс решения, однако в ущерб точности, т. к. состав совокупности $n-l$ пунктов складывается вне зависимости от значений y_j при $j = 1, 2, \ldots, n-1$; $j = 1, 2, \ldots, n-2$ и т. д. до $j = 1, 2, \ldots, n-l+1$. Поэтому в алгоритм целесообразно внести улучшение, основанное на следующем соображении. После первой итерации всегда можно указать, причем без использования величин $p(y_j)$, тот пункт, который при введении этих величин выпадает из плана — пункт с минимальным значением y_j. Таким образом, сокращать число пунктов j на единицу можно и без определения $p(y_j)$, оставаясь в рамках принятого метода, что упрощает решение и вместе с тем устраняет отмеченный недостаток метода. В данной работе применены оба варианта метода. Их результаты позволяют отдать предпочтение способу последовательного сокращения числа пунктов на единицу.

Объективную оценку решения таким путем при небольшом размере задачи можем естественным образом получить, определив и сравнив между собой значения линейных функционалов (5) для $C_n^{k_{\min}}$ транспортных задач. В данном случае для $C_9^2 = 36$ эта работа выполнена М. Рейго в Институте кибернетики АН Эстонской ССР на ЭВМ М-3. В результате установлено, что решение, найденное приближенным методом, является лучшим из возможных, т. е. доставляет наименьшее значение функционалу (4) в области его определения. Независимо от этого можно констатировать, что примененный метод обеспечивает:

монотонность изменения значений функционала в течение всего процесса решения;

разделение рассматриваемой территории на зоны, строго соответствующие пределам дальности транспортировки молока и мощности заводов;

минимизацию производственных затрат на переработку молока (капитальных и эксплуатационных) при данных ограничениях.

Возможные отклонения результатов решения от абсолютного оптимума, связанные с приближенностью метода, касаются лишь транспортных расходов, которые составляют в данной задаче четвертую часть всех затрат. В решении задачи по о-ву Сааремаа расхождения в транспортных затратах, которые имели место между вариантами решения при равном числе заводов, не превышают 2,1% от минимального значения функционала (4).

Результаты решения

Наиболее эффективно строительство на о-ве Сааремаа двух маслозаводов, в Кингисеппе и Пёйде. Капитальные вложения при этом на $^2/_3$, а эксплуатационные расходы на $^1/_3$ ниже, чем в случае строительства 9 мелких заводов (см. табл. 2).

Таблица 2

	Начальный план (1-я итерация)	Оптимальный план при верхнем пределе мощности завода (т/смена)		
		75	100	200
Число маслозаводов	9	4	3	2
Поступление молока в среднем на один завод, т/смена	26	58,5	78	117
Транспортные расходы $(\Sigma_{i,j} c_{ij}x_{ij})$, руб./сут.	229,9	332,2	387,7	446,3
Приведенные затраты $(\alpha A + \beta k)$, руб./сут.	3774,7	2033,8	1685,7	1337,5
Итого производственные и транспортные затраты	4004,6	2366,0	2073,4	1783,8
Капитальные затраты на строительство заводов, млн. руб.	4,28	2,20	1,79	1,40
Удельные капитальные затраты, руб./т молока	36,5	18,9	15,3	11,9
Себестоимость переработки молока, руб./т	2,58	1,52	1,29	1,07
Затраты на транспорт молока, руб./т	0,49	0,71	0,83	0,95
Итого себестоимость, включая транспортные расходы, руб./т	3,07	2,23	2,12	2,02

Если верхний предел мощности завода принять в 100 т молока в смену (по техническим соображениям), то потребуется три завода: в Пёйде, Кингисеппе и Кярла.

Сумма затрат по этому варианту на 16% выше, чем при строительстве двух заводов.

Пунктами оптимального расположения четырех заводов определены Кингисепп, Пёйде, Вальяла и Кярла.

В табл. 3 дан состав сети маслозаводов по вариантам оптимального плана.

Затраты маслодельного производства на Сааремааском молокоперерабатывающем комбинате составили в 1961 г. 230,20 руб. на тонну масла, или 9,20 руб. на тонну переработанного молока при односменном режиме работы. Двухсменный режим сокра-

Таблица 3

Наименование пункта	Объем переработки молока (т/смена) при числе маслозаводов		
	2	3	4
Кингисепп	129	75	68,2
Пейде	105	100	61,8
Кярла	—	59	54,5
Вальяла	—	—	49,5
Итого	234	234	234

тит эту цифру примерно до 7 руб. Расходы на транспорт молока при самой густой, в данной задаче, сети заводов (9 единиц) составляют 0,49 руб./т молока (см. табл. 2).

В настоящее время они равны 0,25 руб./т молока (с учетом эксплуатации сепараторных станций и молочных пунктов). Итого затраты на переработку и транспорт тонны молока — 7,25 руб. Тогда экономическая эффективность капитальных вложений в маслодельную промышленность на о-ве Сааремаа выразится в следующих цифрах (табл. 4).

Таблица 4

	Ед. изм.	В 1961 г.	По оптимальному плану при числе заводов		
			4	3	2
Затраты на транспорт и переработку молока	руб./т	7,25	2,23	2,12	2,02
Экономия в сравнении с существующим уровнем	„	—	5,02	5,13	5,23
Удельные капитальные затраты	„	—	18,9	15,3	11,9
Срок окупаемости	год	—	3,8	3	2,3

Двух-трехлетний срок окупаемости капитальных затрат на создание новой производственной базы маслоделия обосновывает рациональность значительной концентрации маслодельной промышленности республики и высокую экономичность оптимального плана ее размещения.

Институт экономики
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию
17. IV 1962

MATEMAATILISE PROGRAMMEERIMISE RAKENDAMINE VÕITÖÖSTUSETTEVÕTETE OPTIMAALSE VÕIMSUSE MÄÄRAMISEKS JA ASUKOHA VALIKUKS (SAAREMAA ANDMEIL)

I. Kaganovitš,
majandusteaduste kandidaat

Resümee

Käesoleva töö eesmärgiks on välja töötada ja praktikas katsetada võitööstusettevõtete optimaalse võimsuse määramise ja asukoha valiku metoodikat.

On arvutatud piimavarumise perspektiivne ööpäevane maht igas majandis kõige suurema piimatoodanguga kuul ja välja valitud üheksa punkti, kuhu oleks võimalik paigutada võitööstusettevõtted. Piima maksimaalseks veokauguseks on võetud 45 km.

Tootmiskuludena on arvestatud töötlemise omahinda ja erikapitaalmahutusi efektiivsuse koefitsiendiga 0,15. On tuletatud võrrand, mis näitab nende kulude suuruse sõltuvust ettevõtte võimsusest. Arvestades seda sõltuvust, kujuneb tootmis- ja transpordikulude miinimumini vähendamise ülesanne võitööstuses järgmiseks.

Tähistagu

m — piimatootmispunktide arvu;

n — võitööstusettevõtete võimalike paigutuskohtade arvu;

k — plaani selekteeritud võitööstusettevõtete arvu ($1 \leqslant k \leqslant n$);

a_i — piima hulka punktis $i (i = 1, 2, \ldots, m)$;

$A = \sum_{i=1}^{m} a_i$ — ümbertöötamisele kuuluva piimatoodangu suurust vaadeldaval territooriumil;

b — ettevõtte maksimaalset ööpäevast tootmisvõimsust ($bn > A$);

c_{ij} — kulutusi ühe tonni piima veoks punktist i punkti j ($j = 1, 2, \ldots, n$);

α — tootmiskulusid ühe tonni piima kohta, mis suurenevad proportsionaalselt ettevõtte võimsuse kasvule;

β — ettevõtte võimsusest sõltumatuid püsivkulusid.

Tundmatud

y_j — ettevõtte ööpäevast tootmisvõimsust punktis j, vastavalt ümbertöötamisele tuleva piima hulgale;

x_{ij} — piimaveo mahtu punktist i punkti j (ööpäevas).

Tuleb kindlaks määrata plaan (x_{ij}; y_j), mis tagab funktsionaali miinimumi.

$$F = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} + \alpha A + \beta k, \tag{1}$$

kusjuures tuleb arvestada järgmisi tingimusi:

1) $x_{ij} \geqslant 0$; $i = 1, 2, \ldots, m$
$j = 1, 2, \ldots, n$ — (piimaveomaht ei saa olla negatiivne);

2) $b \geqslant y_j \geqslant 0$

3) $\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i$ — (piima vedu punktist i punkti j on võrdne ümbertöötamisele kuuluva piimatoodanguga punktis i);

4) $\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = y_j$ — (piimatootmispunktidest ümbertöötamiseks veetava piima kogus punkti j on võrdne ettevõtte otsitavale võimsusele);

Iga k väärtuse jaoks on võimalik saada optimaalne plaan (x_{ij}), mis tagab lineaarse funktsionaali miinimumi:

$$L = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}. \tag{2}$$

Sellest lähtudes soovitatakse võitööstusettevõtete optimaalse võimsuse määramiseks ja asukoha valikuks kasutada käesolevat ligikaudset meetodit, mille alusel Saaremaa osas peetakse õigeks vähendada võitööstusettevõtete arvu ning tehakse ettepanek need rajada ainult Kingissepas ja Pöides, kuhu ühes vahetuses saabuks maksimaalselt vastavalt 129 ja 105 tonni piima.

Eesti NSV Teaduste Akadeemia
Majanduse Instituut

Saabus toimetusse
17. IV 1962

ANWENDUNG DES MATHEMATISCHEN PROGRAMMIERENS ZUR BESTIMMUNG DER OPTIMALEN KAPAZITÄT DER BUTTERFABRIKEN UND ZUR WAHL IHRES ERRICHTUNGSORTES (AUF GRUND DER ANGABEN DER INSEL SAAREMAA)

I. Kaganowitsch

Zusammenfassung

Die Aufgabe dieser Arbeit besteht in der Ausarbeitung und praktischen Erprobung einer Methodik zur Bestimmung der optimalen Kapazität von Butterfabriken und zur Wahl des Standortes der Butterfabriken.

Es wurde für jeden Betrieb der perspektivische tägliche Milchertrag im ertragreichsten Monat berechnet und neun Punkte ermittelt, die sich zur Errichtung von Butterfabriken eignen. Als die maximale Entfernung wurde für den Milchtransport 45 km angenommen.

Als Produktionskosten gelten die Selbstkosten der Verarbeitung und die Investitionen mit einem Wirkleistungskoeffizient von 0,15. Es wurde eine Gleichung aufgestellt, die die Abhängigkeit dieser Kosten von der Kapazität des Unternehmens anzeigt. In Anbetracht dieser Abhängigkeit gestaltet sich die Aufgabe der meistmöglichen Herabsetzung der Produktions- und Transportkosten in der Butterfabrik wie folgt:

Es sei

m — die Zahl der Milchproduktionspunkte;

n — die Zahl der möglichen Standorte der Butterfabriken;

k — die Zahl der Butterfabriken, die in den Plan eingetreten sind $(1 \leqslant k \leqslant n)$;

a_i — die Menge der Milch im Punkt i $(i = 1, 2, \ldots, m)$;

$A = \sum_{i=1}^{m} a_i$ — die Grösse der zu verarbeitenden Milchmenge auf dem betrachteten Territorium;

c_{ij} — die Transportkosten 1 Tonne Milch von i zu $j (j = 1, 2, \ldots, n)$;

b — die maximale tägliche Kapazität des Unternehmens $(bn > A)$;

α — die von der Kapazität des Unternehmens abhängigen Produktionskosten je Tonne Milch;

β — die von der Kapazität des Unternehmens nicht abhängigen steten Kosten.

Die Unbekannten:

y_j — die tägliche Kapazität des Unternehmens im Punkt j, der verarbeiteten Milchmenge entsprechend;

x_{ij} — die Menge der täglich von i zu j transportierten Milch.

Es ist der Plan $(x_{ij}; y_j)$ zu bestimmen, welcher der Funktionale

$$F = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} + \alpha A + \beta k, \qquad (1)$$

ihr Minimum garantiert. Dabei sind folgende Bedingungen zu beachten:

1) $x_{ij} \geqslant 0;\ i = 1, 2, \ldots, m;$
$j = 1, 2, \ldots, m$ — (die Menge der transportierten Milch kann nicht negativ sein);

2) $b \geqslant y_j \geqslant 0$

3) $\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i$ — (der Transport der Milch von i zu j ist der zu verarbeitenden, in i produzierten Milchmenge gleich);

4) $\sum_{=1}^{m} x_{ij} = y_j$ — (die von den Milchproduktionspunkten zum Punkt j beförderte Milchmenge ist gleich der gesuchten Kapazität des Unternehmens).

Für jeden Wert von k kann ein optimaler Plan (x_{ij}) ermittelt werden, der ein Minimum der linearen Funktionale garantiert:

$$L = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}. \qquad (2)$$

Auf Grund des Dargestellten wird empfohlen, zur Bestimmung der optimalen Kapazität der Butterfabriken und zur Wahl ihres Standortes die gegenwärtige Methode anzuwenden. Für Saaremaa wird der Vorschlag gemacht, die Zahl der Butterfabriken bis auf zwei (in Kingissepa und in Pöide) zu verringern, die in jeder Schicht entsprechend 129 und 105 Tonnen Milch zu verarbeiten hätten.

Institut für Ökonomie der Akademie der Wissenschaften der Estnischen SSR

Eingegangen am 17. April 1962