EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. XV KÕIDE
FÜÜSIKA-MATEMAATIKA- JA TEHNIKATEADUSTE SEERIA. 1966, NR. 4

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ XV
СЕРИЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ И ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК. 1966, № 4

Р. ЛЭЭНЕ

О НЕРАВНОМЕРНОСТИ ВРЕМЕНИ ПРЕБЫВАНИЯ ЧАСТИЦ В КИПЯЩЕМ СЛОЕ

Ряд исследователей [1–5] независимо друг от друга определили экспоненциальную зависимость распределения времени пребывания частиц в реакторе с кипящим слоем непрерывного действия, исходя из предположения, что реакторы работают как идеальные смесители.

В работах [3–5] она была представлена в виде

$$\varphi(\tau) = \frac{1}{\tau_{ср}} \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_{ср}}\right), \tag{1}$$

где $\varphi(\tau)$ — плотность вероятности для выхода материала; τ и $\tau_{ср}$ — текущее и среднерасходное время пребывания в слое.

При математическом описании вышеуказанные авторы пренебрегли минимальным временем, потребным для прохождения частицей от места входа к месту выхода без всяких столкновений.

В промышленных, крупногабаритных реакторах, особенно при перекрестном движении псевдоожижающего агента и материала, минимальное возможное время пребывания частиц в реакторе может значительно отличаться от нуля. Ниже выводится уравнение плотности вероятности для выхода материала с учетом влияния минимального времени $\tau_{мин}$.

Время выдержки частиц в кипящем слое можно считать непрерывной случайной величиной τ^*. Тогда неравномерность времени выдержки определена интегральным законом распределения $F(\tau)$ и дифференциальным законом распределения $\varphi(\tau)$. Предполагаем, что вероятность P выхода частицы из кипящего слоя за небольшой промежуток времени наблюдения приблизительно пропорциональна этому промежутку времени и не зависит от времени нахождения частицы в слое до этого.

Пусть событие A состоит в том, что частица находится в слое не менее τ секунд, а событие B — в том, что частица выходит из реактора между τ и $\tau + \Delta\tau$ секунд.
Мы имеем:

$$P(A) = P(\tau^* \geqslant \tau) = 1 - P(\tau^* < \tau) = 1 - F(\tau)$$

$$P(B) = P(\tau \leqslant \tau^* < \tau + \Delta\tau) = F(\tau + \Delta\tau) - F(\tau).$$

Так как мы наблюдаем за частицами, находящимися в слое, то определяется не сама вероятность $P(B)$, а условная вероятность $P_A(B)$.

Заметим, что если событие B произошло, то наверняка произошло и событие A, т. е. $P_B(A) = 1$. Из теоремы умножения

$$P(A)\,P_A(B) = P(B)\,P_B(A)$$

находим, что

$$P_A(B) = \frac{P(B)}{P(A)} = \frac{F(\tau + \Delta\tau) - F(\tau)}{1 - F(\tau)}.$$

Если $\Delta\tau$ достаточно мало, то можно записать, что

$$P_A(B) \approx \frac{\varphi(\tau)\,\Delta\tau}{1 - F(\tau)}, \tag{2}$$

где $\varphi(\tau) = F'(\tau)$ — дифференциальный закон распределения. С другой стороны, по условию вероятность $P_A(B)$ приближенно равна

$$P_A(B) \approx k\,\Delta\tau, \tag{3}$$

где k — коэффициент пропорциональности.

Сравнивая приближенные равенства (2) и (3) и учитывая, что ошибка их стремится к нулю при $\Delta\tau \to 0$, получаем

$$\varphi(\tau) = k - kF(\tau).$$

Дифференцируя последнее равенство, приходим к дифференциальному уравнению для искомой плотности вероятности

$$\varphi'(\tau) = -k\,\varphi(\tau).$$

Интегрирование этого уравнения дает

$$\varphi(\tau) = C\exp(-k\tau). \tag{4}$$

Из свойств дифференциального закона распределения имеем

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty} \varphi(\tau)\,d\tau = 1.$$

Для нахождения постоянной C заметим, что в данном случае $\tau^* > \tau_{\text{мин}}$, поэтому для $\tau < \tau_{\text{мин}}$ имеем $\varphi(\tau) \equiv 0$ и

$$\int\limits_{\tau_{\text{мин}}}^{\infty} C\exp(-k\tau)\,d\tau = \frac{C}{k}\exp(-k\tau_{\text{мин}}) = 1,$$

т. е.

$$C = k\exp(k\tau_{\text{мин}}). \tag{5}$$

Среднее время пребывания частиц в реакторе определено уравнением

$$\tau_{\text{ср}} = \int\limits_{\tau_{\text{мин}}}^{\infty} \tau\varphi(\tau)\,d\tau. \tag{6}$$

Интегрирование уравнения (6) с учетом (4) и (5) дает

$$\tau_{ср} = \tau_{мин} + \frac{1}{k} \quad \text{или} \quad k = \frac{1}{\tau_{ср} - \tau_{мин}}.$$

Поэтому окончательно получаем

$$\varphi(\tau) = \frac{1}{\tau_{ср} - \tau_{мин}} \exp\left(-\frac{\tau - \tau_{мин}}{\tau_{ср} - \tau_{мин}}\right). \tag{7}$$

Зная закономерность протекания процесса (сушка, химическая реакция, горение) во времени, можно определить средний характерный параметр выходящего из реактора материала.

Например, зависимость относительного остатка горючего вещества z от времени в области кинетического горения выражается в следующем виде:

$$z = \exp(-Ak\,\beta\,c\,\tau), \tag{8}$$

где Ak — коэффициент, характеризующий кинетические свойства горения топлива; β — стехиометрический коэффициент; c — концентрация кислорода.

Средний относительный остаток горючего вещества можно выразить как

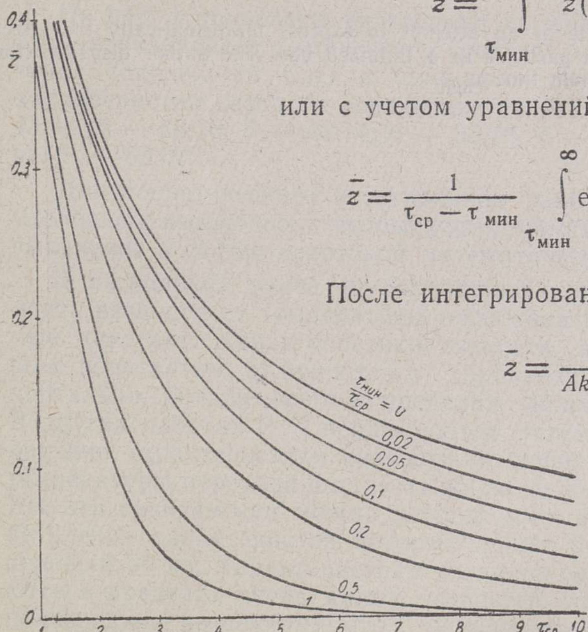
$$\bar{z} = \int_{\tau_{мин}}^{\infty} z(\tau)\varphi(\tau)\,d\tau \tag{9}$$

или с учетом уравнений (7) и (8)

$$\bar{z} = \frac{1}{\tau_{ср} - \tau_{мин}} \int_{\tau_{мин}}^{\infty} \exp\left(-\frac{\tau - \tau_{мин}}{\tau_{ср} - \tau_{мин}} - Ak\,\beta\,c\,\tau\right).$$

После интегрирования получаем

$$\bar{z} = \frac{\exp(-Ak\,\beta\,c\,\tau_{мин})}{Ak\,\beta\,c\,(\tau_{ср} - \tau_{мин}) + 1}. \tag{10}$$



Зависимость $z = f(\tau_{ср})$ при $Ak\beta c = 1$ для различных соотношений $\tau_{мин}/\tau_{ср}$.

На рисунке изображена зависимость $\bar{z} = f(\tau_{ср})$ при $Ak\,\beta\,c = 1$ для различных значений $\tau_{мин}/\tau_{ср}$. Из графика видно, что минимально возможное время нахождения частиц в реакторе имеет достаточно большое значение. Следовательно, пренебрежение этим показателем может привести к значительным погрешностям.

ЛИТЕРАТУРА

1. Reboux P., Phénomènes de fluidisation, Paris, 1954.
2. Федоров И. М., Теория и расчет процесса сушки во взвешенном состоянии, М., 1955.
3. Палеев И. И., Гуревич М. А., Энергомашиностроение, № 3, 15—19 (1957).
4. Романков П. Г., Фролов В. Ф., Ж. прикл. химии, 35, № 7, 1526—1533 (1962).
5. Валхарж Я., Инж.-физ. ж., № 10, 33—39 (1963).

Институт термофизики и электрофизики Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию 16/V 1966

R. LOONE

OSAKESTE KEEVKIHIS VIIBIMISE AJA EBAÜHTLUSEST

Artiklis on püütud matemaatiliselt väljendada keevkihis viibivate osakeste seesviibimise aja ebaühtluse mõju ja põhjendatud minimaalse ajaga τ_{min} arvestamise vajalikkus.

R. LOONE

THE EFFECT OF NON-UNIFORM RESIDENCE TIME ON PARTICLES IN A FLUIDIZED BED

The paper presents the results of an attempt to express mathematically the effect of non-uniform residence time on particles in a fluidized bed. The author discusses the necessity of evaluating the minimum time τ_{min}.