

<https://doi.org/10.3176/phys.math.tech.1965.4.09>

Н. ВЕКСЛЕР

К РАСЧЕТУ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ НА ДИНАМИЧЕСКУЮ НАГРУЗКУ

На основе теории типа Тимошенко исследуется осесимметричный волновой процесс деформации тонкой упругой сферической оболочки, подвергнутой действию нормальной нагрузки, равномерно распределенной по сегменту малого угла $2\varphi_0$. Система уравнений движения, начальные и краевые условия приведены в [1]; там же показано, что путем использования преобразования Лапласа и асимптотических при больших s (s — параметр преобразования Лапласа) формул для присоединенных сферических функций можно выделить разрывные на фронтах волн части функций; неразрывные части функций, встречающиеся в уравнениях движения, было предложено вычислять по методу сеток. Приводятся численные результаты расчета оболочки с относительной толщиной $\frac{2h}{R} = \frac{1}{25}$ ($2h$ — толщина оболочки, R — ее радиус). Исследуется возможность перехода от расчета оболочки по теории типа Тимошенко к расчету по теории Кирхгоффа—Лява.

Анализируется характер напряженного состояния вблизи места приложения нагрузки и влияние угла $2\varphi_0$ на расчетные величины.

1°. Используем принятые в [1] обозначения для безразмерных расчетных величин: T_j, M_j — тангенциальные усилия и изгибающие моменты ($j = \varphi, \theta$); N — поперечная сила; u, w — тангенциальное и нормальное перемещения; τ — время. Обозначим: φ — угол в плоскости меридиана, отсчитываемый от полюса; $\varphi' = \varphi - \varphi_0$, ψ — угол поворота нормали к срединной поверхности оболочки; k — отношение скоростей распространения волн сдвига и изгиба в теории типа Тимошенко; $\tau = k\varphi'$ и $\tau = \varphi'$ — уравнения линий фронтов волн изгиба и сдвига (первого и второго фронтов).

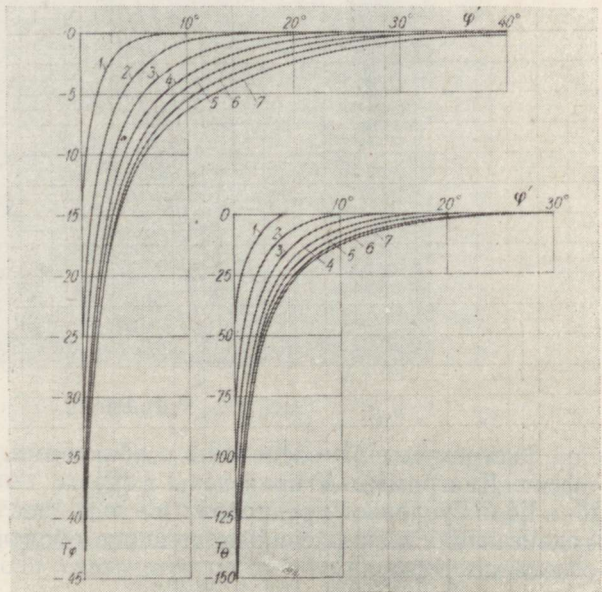


Рис. 1.

При численных расчетах были приняты следующие константы:

$$\nu = 0,3; \quad k = \sqrt{0,301}; \quad \frac{2h}{R} = \frac{1}{25}; \quad \varphi_0 = 0,02; 0,04; 0,06$$

и значения безразмерных шагов сетки: $l_\varphi = 0,002, \quad l_\tau = \frac{k}{2} l_\varphi.$

На рис. 1 и 2 представлены диаграммы T_j и M_j для значений τ согласно таблице при $\varphi_0 = 0,04$.

	1	2	3	4	5	6	7
τ	0,0845	0,167	0,249	0,331	0,413	0,495	0,579
I фронт, град	8,73	17,4	26,0	34,6	43,2	51,7	60,3
II фронт, град	4,85	9,57	14,3	19,0	23,7	28,4	33,1

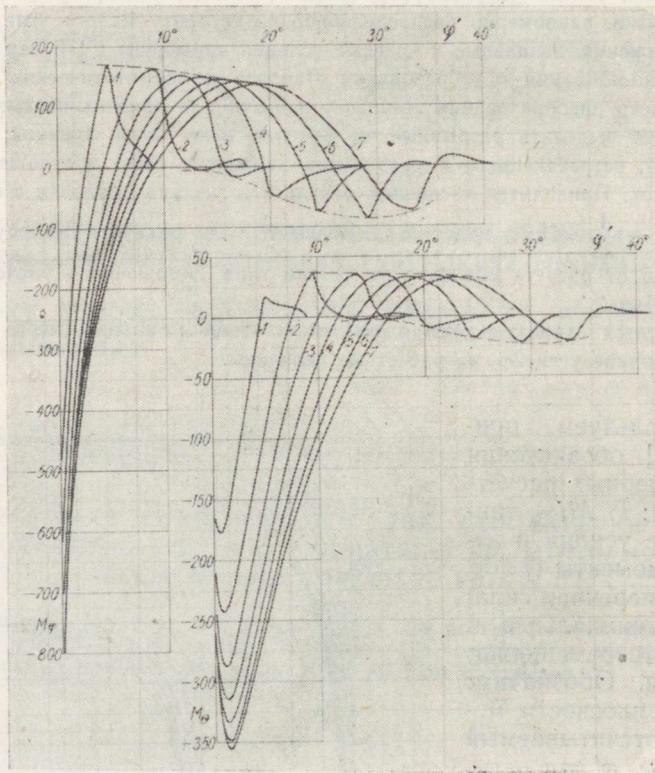


Рис. 2.

Экстремумы M_j соединены огибающими. Ярко выражен краевой эффект. Диаграммы N приведены в [1].

Если условно предположить линейное распределение изгибных и сдвигающих напряжений по толщине оболочки, то они могут быть выражены по формулам

$$\sigma_j = \frac{E}{1-\nu^2} \left(T_j + \frac{h}{R} M_j \right) \quad (j = \varphi, \theta) \quad \sigma_{z\varphi} = \frac{E}{1-\nu^2} k^2 N.$$

С уменьшением относительной толщины уменьшается вклад изгибных напряжений в общее напряженное состояние. В случае более тонких, чем рассмотренная в данном примере, оболочках при $\tau > 1$ можно ожидать, что вне области $\varphi' = 0$ напряженное состояние будет безмоментным. В районе между первым и вторым фронтом расчетные величины малы, что благоприятно с точки зрения применимости теории типа Тимошенко.

2°. Переход от расчета оболочки по теории типа Тимошенко к расчету по теории Кирхгоффа-Лява можно осуществить, используя формулу

$$\psi = u - \partial_{\varphi} w.$$

Для выяснения области, где такой переход возможен, был произведен расчет ψ по приведенной формуле; результаты были сопоставлены со значениями ψ , полученными путем расчета по теории типа Тимошенко. Если допустить ошибку в определении ψ в 20%, то можно указать область применимости расчета по теории Кирхгоффа-Лява. На рис. 3 эта область показана пунктиром.

С ростом τ ошибка в определении ψ уменьшается. Можно ожидать, что при $\tau \sim 1$ в указанной зоне оболочка может быть рассчитана без больших погрешностей по теории Кирхгоффа-Лява.

3°. Напряженное состояние вблизи места приложения нагрузки может быть охарактеризовано диаграммами рис. 4.

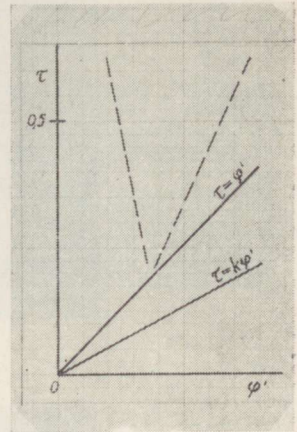


Рис. 3.

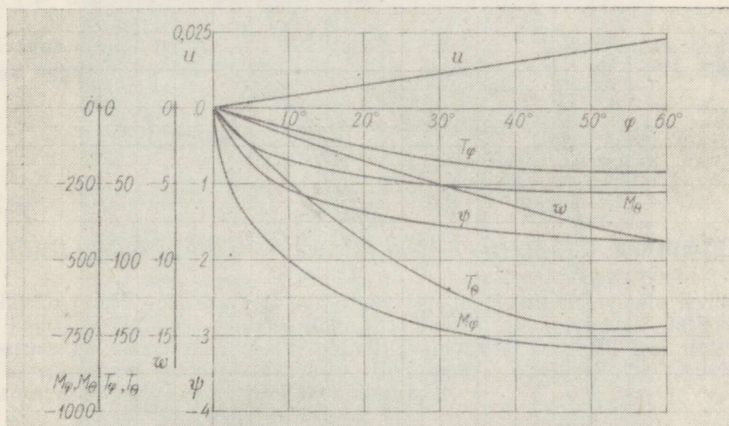


Рис. 4.

Для точки $\varphi_0' = 0,002$ (первая точка в расчете по методу сеток) приведены диаграммы расчетных величин в зависимости от положения первого фронта. При нахождении первого фронта примерно у 50° T_j и M_j имеют минимум. Линейный характер изменения u и w может быть использован при построении модели удара жесткого тела о сферическую оболочку.

4°. При проведении расчетов область приложения нагрузки считалась абсолютно жесткой. С целью выяснения влияния угла φ_0 на расчет-

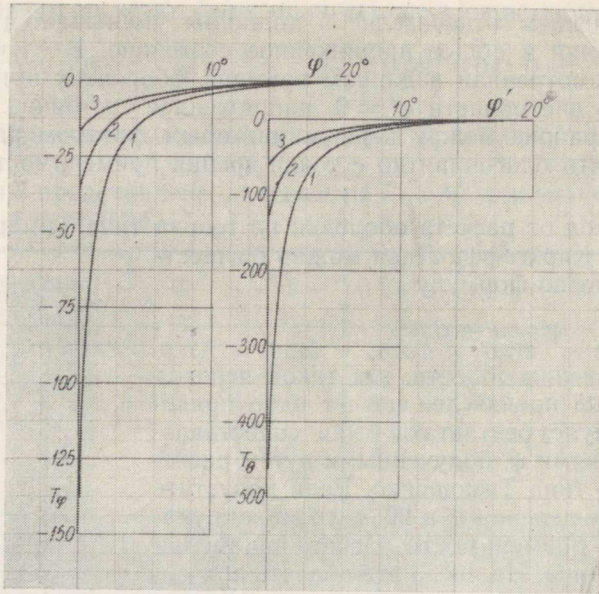


Рис. 5.

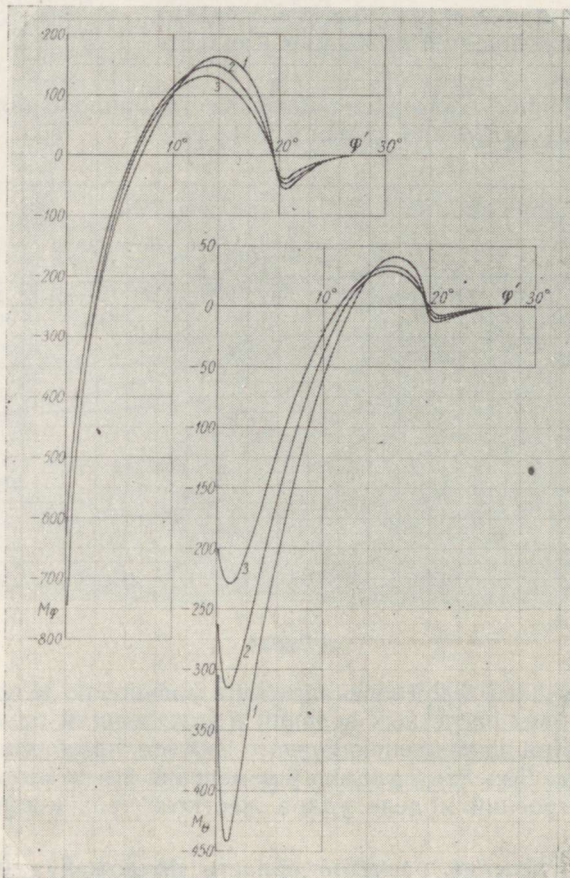


Рис. 6.

ные данные были проведены три серии расчетов при следующих значениях φ_0 : 0,02; 0,04 и 0,06; на рис. 5—7 приведены соответствующие диаграммы, обозначенные цифрами 1, 2, 3.

Представленные диаграммы относятся к значению $\tau = 0,331$. Наибольшее влияние оказывает φ_0 при $\varphi' = 0$. Результаты расчета существенно зависят от φ_0 . Вопрос определения угла φ_0 при действии сосредоточенной нагрузки требует пристального изучения.

Автор благодарит М. Петерсон, которая составила программу для расчета данной задачи по методу сеток.

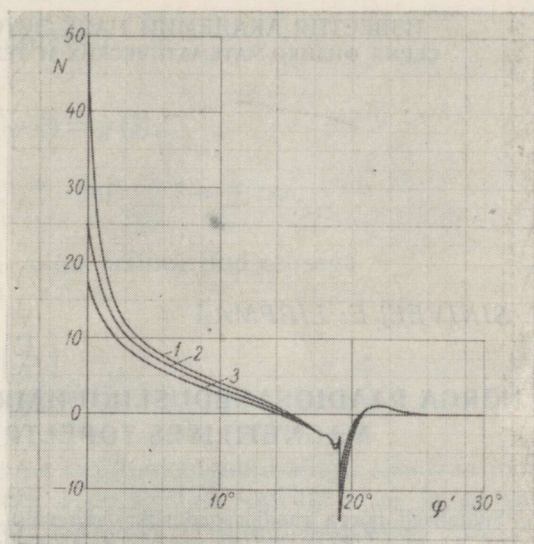


Рис. 7.

ЛИТЕРАТУРА

1. Векслер Н. Д., Нигул У. К., К применению теории типа Тимошенко при осесимметричном волновом процессе деформации сферической оболочки. Изв. АН СССР. Механика и машиностроение (в печати).

Институт кибернетики
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию
3/VI 1965

N. VEKSLER

SFAÄRILISE KOORIKU ARVUTUS DÜNAAMILISELE KOORMISELE

Timoshenko tüüpi teooria alusel uuritakse telgsümmeetriliste lainete levikut õhukeses sfäärilises koorikus liikumise alguses juhul, kui koorik on koormatud ühtlaselt jaotatud normaalkoormisega väikesel segmendi pinnal. Numbrilise arvutuse teel leitakse kooriku sisejõud ja paigutused koormiselähedases piirkonnas. Analüüsitakse Kirchhoffi-Love'i teooria kasutamise võimalust vaadeldavas ülesandes.

N. VEKSLER

CONTRIBUTION TO CALCULATION OF SPHERICAL SHELLS UNDER DYNAMIC LOAD

Axially symmetric wave motion in a thin elastic spherical shell under a load, which is uniformly distributed over a small segment, is studied on the basis of the Timoshenko type theory. By a numerical method the stresses and displacements are found in the region near the loaded area. The possibility of the application of the Kirchhoff-Love's theory to the given problem is discussed.