

## ИНДУКТИВНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ, ОБУСЛОВЛЕННОЕ ОСНОВНЫМ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ В ЛИНЕЙНОМ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ НАСОСЕ

Р. ПАРТС

В настоящее время количество работ, посвященных теории цилиндрического насоса, не велико [1]. В данной статье дается вывод индуктивного сопротивления  $X_m$ , обусловленного основным магнитным полем.

Согласно поставленной задаче ниже рассматривается распределение магнитного поля в канале и во внутреннем статоре при отсутствии токов в канале (фиг. 1).

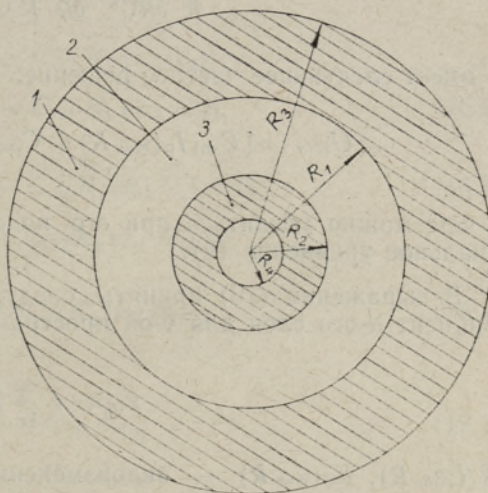
Из условия непрерывности силовых линий любой  $\nu$ -ой пространственной гармонической магнитного поля в  $n$ -ом слое  $\operatorname{div} \vec{B}_{\nu n} = 0$  получается

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R B_{R\nu n}) + \frac{\partial B_{z\nu n}}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

при допущении, что поле от угловой координаты не зависит. В уравнении (1) приняты обозначения:

$R, z$  — координаты в цилиндрической системе координат;  
 $B_{R\nu n}$  — радиальная составляющая  $\nu$ -ой пространственной гармонической магнитной индукции в  $n$ -ом слое;  $B_{z\nu n}$  — аксиальная составляющая  $\nu$ -ой пространственной гармонической магнитной индукции в  $n$ -ом слое.

При допущении постоянства радиальной составляющей магнитной проницаемости  $\mu_{Rn}$  и аксиальной составляющей магнитной проницаемости  $\mu_{zn}$  в  $n$ -ом слое составляющие магнитной индукции могут быть выражены через соответствующие составляющие (радиальные и аксиальные)  $\nu$ -ой пространственной гармонической в  $n$ -ом слое напряженности магнитного поля, т. е.



Фиг. 1. Поперечный разрез идеализированного цилиндрического насоса: 1 — внешний статор; 2 — канал; 3 — внутренний статор. Обмотка расположена в пазах внешнего статора.



$$B_{R\nu n} = \mu_{Rn} H_{R\nu n}, \quad (2)$$

$$B_{z\nu n} = \mu_{zn} H_{z\nu n}. \quad (3)$$

В цилиндрическом насосе для определения  $X_m$  необходимо рассматривать два слоя: во-первых — воздушный зазор и, во-вторых — внутренний статор.

Поскольку на практике встречаются задачи по определению составляющих магнитного поля в слоях с различными магнитными проницаемостями (обработка внутренней поверхности труб и т. д.), в дальнейшем в целях большей общности получаемого решения учитываются различные составляющие магнитной проницаемости.

При подстановке (2) и (3) в выражение (1) после элементарного преобразования получается

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R H_{R\nu n}) + \frac{\mu_{zn}}{\mu_{Rn}} \frac{\partial H_{z\nu n}}{\partial z} = 0. \quad (4)$$

Пользуясь понятием о скалярном потенциале  $\nu$ -ой пространственной гармонической магнитного поля в  $n$ -ом слое, отдельные составляющие напряженности магнитного поля могут быть определены следующим образом:

$$H_{R\nu n} = - \frac{\partial U_{H\nu n}}{\partial z}, \quad (5)$$

$$H_{z\nu n} = - \frac{\partial U_{H\nu n}}{\partial R}. \quad (6)$$

На основании (5) и (6) уравнение (4) принимает вид

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{\partial U_{H\nu n}}{\partial R} \right) + \frac{\mu_{zn}}{\mu_{Rn}} \frac{\partial^2 U_{H\nu n}}{\partial z^2} = 0 \quad (9)$$

и имеет следующее частное решение:

$$U_{H\nu n} = [C_{\nu n1} I_0(\kappa_{\nu n} R) + C_{\nu n2} K_0(\kappa_{\nu n} R)] \cos \nu \frac{\pi}{\tau_1} z, \quad (10)$$

в чем можно убедиться при его подстановке в исходное дифференциальное уравнение (9).

В выражении (10) приняты следующие обозначения:  $\kappa_{\nu n}$  — коэффициент  $n$ -ого слоя для  $\nu$ -ой пространственной гармонической, равный

$$\kappa_{\nu n} = \nu \frac{\pi}{\tau_1} \sqrt{\frac{\mu_{zn}}{\mu_{Rn}}}; \quad (11)$$

$I_0(\kappa_{\nu n} R)$ ,  $K_0(\kappa_{\nu n} R)$  — видоизмененные функции Бесселя нулевого порядка соответственно первого и второго рода аргумента  $\kappa_{\nu n} R$ ;  $C_{\nu n1}$ ,  $C_{\nu n2}$  — первая и вторая постоянная интегрирования для  $\nu$ -ой пространственной гармонической в  $n$ -ом слое;  $\tau_1$  — полюсное деление.

Пользуясь выражениями (10), (5), (6) и (2), получаем



$$H_{zv1} = v \frac{\pi}{\tau_1} [C_{v11} I_0(\kappa_{v1} R) + C_{v12} K_0(\kappa_{v1} R)] \sin v \frac{\pi}{\tau_1} z, \quad (12)$$

$$B_{Rv1} = -\mu_{R1} \kappa_{v1} [C_{v11} I_1(\kappa_{v1} R) - C_{v12} K_1(\kappa_{v1} R)] \cos v \frac{\pi}{\tau_1} z, \quad (13)$$

так как

$$I'_0 = I_1, \quad (14.1)$$

$$K'_0 = -K_1. \quad (14.2)$$

Для определения постоянных интегрирования можно пользоваться следующими граничными условиями:

$$1. \text{ При } R=R_1 \quad B_{Rv1} = B_{v1} \cos v \frac{\pi}{\tau_1} z, \quad (15.1)$$

где  $B_{v1}$  — амплитуда  $v$ -ой пространственной составляющей магнитной индукции на поверхности статора,

$$2. \text{ При } R=R_2 \quad B_{Rv1} = B_{Rv2}, \quad (15.2)$$

$$3. \text{ При } R=R_4 \quad B_{Rv2} = 0, \quad (15.3)$$

откуда следует, что проникновением магнитного потока в полость внутреннего статора, изготовленного из электротехнической листовой стали, пренебрегают,

$$4. \text{ При } R=R_2 \quad H_{zv1} = H_{zv2}. \quad (15.4)$$

На основании (15.1) — (15.4) и, пользуясь общими выражениями (12) и (13), получена следующая система уравнений для первого и второго слоя:

$$-\mu_{R1} \kappa_{v1} [C_{v11} I_1(\kappa_{v1} R_1) - C_{v12} K_1(\kappa_{v1} R_1)] = B_{v1}, \quad (16.1)$$

$$\begin{aligned} & \mu_{R1} \kappa_{v1} [C_{v11} I_1(\kappa_{v1} R_2) - C_{v12} K_1(\kappa_{v1} R_2)] = \\ & = \mu_{R2} \kappa_{v2} [C_{v21} I_1(\kappa_{v2} R_2) - C_{v22} K_1(\kappa_{v2} R_2)], \end{aligned} \quad (16.2)$$

$$C_{v21} I_1(\kappa_{v2} R_4) - C_{v22} K_1(\kappa_{v2} R_4) = 0, \quad (16.3)$$

$$\begin{aligned} & C_{v11} I_0(\kappa_{v1} R_2) + C_{v12} K_0(\kappa_{v1} R_2) = \\ & = C_{v21} I_0(\kappa_{v2} R_2) + C_{v22} K_0(\kappa_{v2} R_2). \end{aligned} \quad (16.4)$$

После введения обозначений

$$C_{v12} = -C_{v11} A_{v1}, \quad (17.1)$$

$$C_{v22} = -C_{v21} A_{v2}, \quad (17.2)$$

в результате решения системы уравнений (16.1) — (16.4) получено

$$A_{v2} = -\frac{I_1(\kappa_{v2} R_4)}{K_1(\kappa_{v2} R_4)}, \quad (18)$$



$$A_{v1} = - \frac{\frac{\mu_{R1} z_{v1}}{\mu_{R2} z_{v2}} \frac{I_0(z_{v2} R_2) - A_{v2} K_0(z_{v2} R_2)}{I_1(z_{v1} R_2) + A_{v2} K_1(z_{v2} R_2)} I_1(z_{v1} R_2) - I_0(z_{v1} R_2)}{\frac{\mu_{R1} z_{v1}}{\mu_{R2} z_{v2}} \frac{I_0(z_{v2} R_2) - A_{v2} K_0(z_{v2} R_2)}{I_1(z_{v2} R_2) + A_{v2} K_1(z_{v2} R_2)} K_1(z_{v1} R_2) + K_0(z_{v1} R_2)}, \quad (19)$$

$$C_{v11} = - \frac{B_{\delta v}}{\mu_{R1} z_{v1} [I_1(z_{v1} R_1) + A_{v1} K_1(z_{v1} R_1)]}, \quad (20)$$

$$C_{v21} = C_{v11} \frac{I_0(z_{v1} R_2) - A_{v1} K_0(z_{v1} R_2)}{I_0(z_{v2} R_2) - A_{v2} K_0(z_{v2} R_2)}. \quad (21)$$

Тем самым определены первые постоянные интегрирования; вторые находятся по выражениям (17.1) и (17.2).

При подстановке соответствующих величин в выражения (12) и (13) получаем для основной пространственной гармонической  $v=1$  в первом слое

$$B_{R11} = B_{\delta 1} \frac{I_1(z_{11} R) + A_{11} K_1(z_{11} R)}{I_1(z_{11} R_1) + A_{11} K_1(z_{11} R_1)} \cos \frac{\pi}{\tau_1} z, \quad (22)$$

$$H_{z11} = - \frac{\pi}{\tau_1} \frac{B_{\delta 1}}{\mu_{R1} z_{11}} \frac{[I_0(z_{11} R) - A_{11} K_0(z_{11} R)]}{[I_1(z_{11} R_1) + A_{11} K_1(z_{11} R_1)]} \sin \frac{\pi}{\tau_1} z. \quad (23)$$

Магнитодвижущая сила, действующая между серединами соседних полюсов на поверхности статора при  $v=1$ , равна

$$F_{p1} = \int_{1 \frac{\pi}{\tau_1} z = \pi}^{1 \frac{\pi}{\tau_1} z = 0} (H_{z11})_{R=R_1} dz = \frac{2B_{\delta 1}}{\mu_{R1} z_{11}} \frac{I_0(z_{11} R_1) - A_{11} K_0(z_{11} R_1)}{I_1(z_{11} R_1) + A_{11} K_1(z_{11} R_1)}. \quad (24)$$

Обозначим через  $K_{F1}$  отношение

$$K_{F1} = \frac{F_1}{F_{p1}}, \quad (25)$$

где  $F_1$  — амплитуда основной гармонической м.д.с. многофазной обмотки статора на пару полюсов. Она равна

$$F_1 = \frac{4\sqrt{2}}{\pi^2} m \frac{I_0 \omega_1}{p} k_{061} \frac{\sin \frac{\pi b}{\tau_1 2}}{\frac{\pi b}{\tau_1 2}}. \quad (26)$$

Здесь  $m$  — число фаз;  $I_0$  — ток намагничивания;  $\omega_1$  — число витков фазы обмотки статора;  $p$  — число пар полюсов;  $k_{061}$  — обмоточный коэффициент для основной пространственной гармонической  $v=1$ ;  $b$  — ширина открытия паза.



В обмотке статора основное магнитное поле наводит э.д.с.

$$E_1 = 2\sqrt{2} f \omega_1 k_{o61} B_{\delta 1} \tau_1 l_1, \quad (27)$$

где  $f$  — частота сети;  $l_1$  — расчетная ширина пакета статора, равная

$$l_1 = 2\pi R_1. \quad (28)$$

Индуктивное сопротивление обмотки статора, обусловленное основным магнитным полем, равно

$$X_m = \frac{E_1}{I_0}. \quad (29)$$

При подстановке в выражение (29) необходимых величин на основании (25), (26), (27) и (29) получается

$$X_m = \frac{4}{\pi} \frac{mf\omega_1^2 k_{o61}^2 \tau_1 l_1 \sin \frac{\pi b}{\tau_1 2}}{\frac{K_{F1p}}{\mu_{R1} z_{11}} \left[ \frac{I_0(z_{11}R_1) - A_{11}K_0(z_{11}R_1)}{I_1(z_{11}R_1) + A_{11}K_1(z_{11}R_1)} \right] \frac{\pi b}{\tau_1 2}}. \quad (30)$$

Аналогичным путем может быть определено любое индуктивное сопротивление обмотки статора  $X_{m\nu}$ , обусловленное  $\nu$ -ой пространственной гармонической магнитного потока.

При расчете асинхронных машин используется понятие об индуктивном сопротивлении  $X_g$ , обусловленном высшими пространственными гармоническими и представляющем собой следующую сумму:

$$X_g = \sum_{\nu \neq 1} X_{m\nu}. \quad (31)$$

С учетом выражений для  $X_{m\nu}$ , аналогичных выражению (30), в случае цилиндрического насоса можно индуктивное сопротивление  $X_g$  представить в виде

$$X_g = X_m \sum_{\nu \neq 1} \frac{\frac{I_0(z_{11}R_1) - A_{11}K_0(z_{11}R_1)}{I_1(z_{11}R_1) + A_{11}K_1(z_{11}R_1)} \cdot k_{o6\nu}^2 \sin \nu \frac{\pi b}{\tau_1 2}}{\frac{I_0(z_{\nu 1}R_1) - A_{\nu 1}K_0(z_{\nu 1}R_1)}{I_1(z_{\nu 1}R_1) + A_{\nu 1}K_1(z_{\nu 1}R_1)} \cdot \nu^2 k_{o61}^2 \sin \frac{\pi b}{\tau_1 2}}. \quad (32)$$

где все обозначения совпадают с ранее принятыми.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А. И. Вольдек, Магнитное поле индукторов линейных электромагнитных насосов, Изв. Высших учебных заведений «Электромеханика», № 12, 1958.

Институт энергетики  
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию  
1. II 1961



## LINEAARSETE SILINDRILISTE PUMPADE PÕHIMAGNEETIMISTAKISTUS

## R. Parts

## Resümee

Artiklis vaadeldakse lineaarset silindrilist pumpa, mille kolmeaasiline mähis asub välise staatoripaketi uretes. Üldisel kujul lahendatakse magnetvälja jagunemine pumbakanalis ja sisemise staatori paketi: kusjuures eeldatakse, et pumbakanalis puuduvad voolud. Seega taandub ülesanne potentsiaalvõrrandi lahendamisele. Seda tehakse üldisel kujul, võttes arvesse erinevaid magnetilisi läbitavusi pumba aksiaal- ja radiaalsuunas. Seetõttu on saadud lahend, mis määrab magnetvälja jagunemise, rakendatav ka agregaatide arvutamiseks, mis on vajalikud õhukeseseinaliste torude sisepindade töötlemiseks.

Lähtudes magnetvälja jagunemise üldlahendist, on tuntud võtete abil leitud põhimagneetimistakistust ( $X_m$ ) ning kõrgemate ruumiliste harmooniliste induktiivtakistust ( $X_g$ ) määravad valemid, mis on kasutatavad nii paljupooluseliste silindriliste pumpade kui ka ülalnimetatud torude sisepindade töötlemise agregaatide arvutamiseks.

Eesti NSV Teaduste Akadeemia  
Energeetika Instituut

Saabus toimetusse  
1. II 1961

## THE MAIN INDUCTIVE RESISTANCE OF A RECTILINEAR CYLINDRICAL PUMP

## R. Parts

## Summary

The object of the present study is a rectilinear cylindrical pump whose three-phase winding is placed in the slots of the exterior stator. First of all, the general distribution of the magnetic field in pump channel and in the inside stator is computed, proceeding from the condition that the pump channel is without a current. Thus the problem is limited to the solution of a differential equation of scalar potention. The solution is carried out in a general form, taking into account the different magnetic permeability in lengthwise and radial directions. In this way a determination of a magnetic field distribution has been obtained, which can also be applied for the calculation of the machine tools needed for the treatment of the inside-surfaces of small-wall tubes.

Proceeding from the general determination of the magnetic field, the main inductive resistance ( $X_m$ ) has been found, as well as formulas determining the inductive resistance conditioned by differential leakage ( $X_g$ ), which can be used for calculations of 2p-pole cylindrical pumps as well as of machine tools for the treatment of inside-surfaces of the aforementioned tubes.

Academy of Sciences of the Estonian S.S.R.,  
Institute of Energetics

Received  
February 1st, 1961