

Ф. ФРИШМАН

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СТРУИ, ВЫТЕКАЮЩИХ ИЗ ДВУХ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ СОПЕЛ С МАЛЫМ ЗАЗОРОМ *

В связи с большим прикладным значением рассматриваемой проблемы (для конструирования горелок пылеугольных котлов, камерных печей, сжигания топлива в тонких струях и т. д.) исследователи обращались к ней не раз. Однако почти все известные нам работы (за исключением [1] и [2]) посвящены изучению взаимодействия струй с одинаковой начальной скоростью. Работа [1] экспериментальная, в [2] показана принципиальная возможность использования для решения этой проблемы метода линеаризации уравнений движения, предложенного Л. Вулисом [3]. В настоящей работе, продолжающей начатые в [2] исследования, предлагается методика расчета системы, образованной струями, вытекающими из двух параллельных прямоугольных сопел с учетом пограничного слоя, возникающего на тонкой перегородке между соплами.

В соответствии с [3] уравнение движения путем нелинейного преобразования продольной координаты пространства превращается в уравнение типа теплопроводности. Так как течение, образованное двумя струями, имеет относительно большие поперечные размеры и поэтому не может рассматриваться как плоскопараллельное, целесообразно записать уравнение движения для трехмерного течения

$$\frac{\partial \varrho u^2}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \varrho u^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varrho u^2}{\partial z^2}, \quad (1)$$

где u — продольная составляющая скорости; ϱ — плотность и τ — продольная координата в фиктивном пространстве.

Общий интеграл уравнения (1) при граничных условиях

$$\begin{aligned} y \rightarrow \infty, \quad \frac{\partial \varrho u^2}{\partial y} \rightarrow 0, \quad \varrho u^2 \rightarrow 0 \\ z \rightarrow \infty, \quad \frac{\partial \varrho u^2}{\partial z} \rightarrow 0, \quad \varrho u^2 \rightarrow 0 \end{aligned} \quad (2)$$

выражается для несжимаемой жидкости формулой (3)

$$\frac{u^2}{u_{0m}^2} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{4\pi\tau} f(\alpha) f(v) \exp\left[-\frac{(\alpha-z)^2}{4\tau}\right] \exp\left[-\frac{(v-y)^2}{4\tau}\right] d\alpha dv, \quad (3)$$

* Работа выполнена под руководством доктора технических наук Ю. Иванова.

где $f(\alpha)$ и $f(v)$ — распределение скоростного напора на срезе сопла. Для системы из двух параллельных струй с равномерным начальным профилем начальные условия запишутся в виде (рис. 1а)

$$\begin{aligned} f(\alpha) &= 0 & L < \alpha \text{ и } \alpha < -L \\ f(\alpha) &= 1 & -L < \alpha < L \\ f(v) &= 0 & \begin{cases} -\delta < v < \delta \\ 1 < v \text{ и } v < -1 \end{cases} \\ f(v) &= m & -1 < v < -\delta \\ f(v) &= 1 & \delta < v < 1, \end{aligned} \quad (4)$$

где m — отношение скоростных напоров на срезе сопла;

L — относительная высота сопла

(здесь все размеры отнесены к полуширине b_0). После подстановки (4) в (3) и интегрирования получаем формулу

$$\begin{aligned} \frac{u^2}{u_{0m}^2} &= \frac{1}{2} \left(\operatorname{erf} \frac{1-y}{2\sqrt{\tau}} + m \operatorname{erf} \frac{1+y}{2\sqrt{\tau}} - \operatorname{erf} \frac{\delta-y}{2\sqrt{\tau}} - \right. \\ &\quad \left. - m \operatorname{erf} \frac{\delta+y}{2\sqrt{\tau}} \right) \left(\operatorname{erf} \frac{L-z}{2\sqrt{\tau}} + \operatorname{erf} \frac{L+z}{2\sqrt{\tau}} \right), \end{aligned} \quad (5)$$

$$\operatorname{erf} t = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^t \exp(-\eta^2) d\eta.$$

Для определения функции преобразования координат $\tau(x)$ и последующего анализа влияния на нее начальных условий сравним полученное из эксперимента изменение скоростного напора на оси с расчетным по формуле (5) при $y = z = 0$

$$\frac{u_m^2}{u_{0m}^2} = \left(\frac{1+m}{2} \operatorname{erf} \frac{1}{2\sqrt{\tau}} - \frac{1+m}{2} \operatorname{erf} \frac{\delta}{2\sqrt{\tau}} \right) \operatorname{erf} \frac{L}{2\sqrt{\tau}}. \quad (5a)$$

Сравнение показало, что функция деформации на небольших расстояниях от сопла зависит от начального соотношения скоростей. Можно предположить, что это влияние обусловлено наличием пограничного слоя. Требования минимального зазора между соплами и равномерного начального профиля противоречивы, и конструктивными мероприятиями не удалось устранить

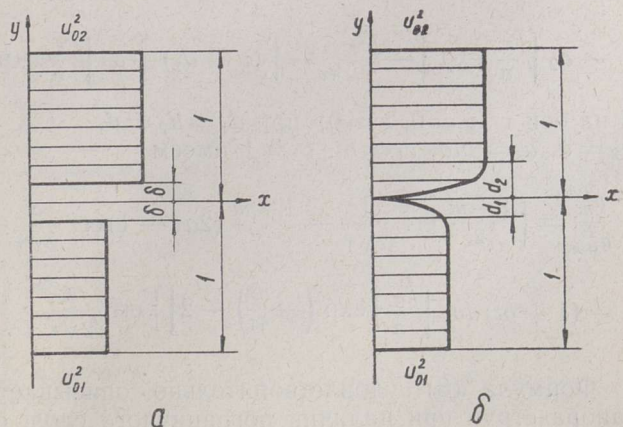


Рис. 1. Схема начальных условий.

пограничный слой на перегородке между соплами, толщина которого в ряде опытов в 20 раз превышала толщину перегородки. Толщина пограничного слоя еще более существенна в промышленных устройствах, где не принимается специальных мер для выравнивания начального профиля.

Чтобы учесть влияние начального профиля, воспользуемся методикой, изложенной в [4]. Задаемся начальным распределением скоростного напора в пограничном слое в виде параболы

$$f(v) = a(v - d)^2 + 1. \quad (6)$$

Тогда начальные условия запишутся следующим образом при $z = 0$ (рис. 1б).

$$\begin{aligned} f(v) &= 0 & 1 < v \text{ и } v < -1 \\ f(v) &= m & -1 < v < -d_1 \\ f(v) &= a_1(v + d_1)^2 + c_1 & -d_1 < v < 0 \\ f(v) &= a_2(v - d_2)^2 + c_2 & 0 < v < d_2 \\ f(v) &= 1 & d_2 < v < 1 \end{aligned} \quad (7)$$

(здесь d — относительная толщина пограничного слоя соответствующей струи). С учетом (7) интегрируем (3) и при $z = 0$ получаем

$$\begin{aligned} \frac{u^2}{u_{0m}^2} &= \left\{ \frac{m}{2} \left(\operatorname{erf} \frac{1+y}{2\sqrt{\tau}} - \operatorname{erf} \frac{d_1+y}{2\sqrt{\tau}} \right) + \right. \\ &+ \frac{1}{2} \left(\operatorname{erf} \frac{d_1+y}{2\sqrt{\tau}} - \operatorname{erf} \frac{y}{2\sqrt{\tau}} \right) [a_1(y + d_1)^2 + c_1 + 2a_1\tau] + \\ &+ a_1 \sqrt{\frac{\tau}{\pi}} (y + d_1) \exp \left[-\frac{(d_1+y)^2}{4\tau} \right] - a_1 \sqrt{\frac{\tau}{\pi}} (y + 2d_1) \exp \left[-\frac{y^2}{4\tau} \right] + \\ &+ \frac{1}{2} \left(\operatorname{erf} \frac{1-y}{2\sqrt{\tau}} - \operatorname{erf} \frac{d_2-y}{2\sqrt{\tau}} \right) + \\ &+ \frac{1}{2} \left(\operatorname{erf} \frac{d_2-y}{2\sqrt{\tau}} + \operatorname{erf} \frac{y}{2\sqrt{\tau}} \right) [a_2(y - d_2)^2 + c_2 + 2a_2\tau] - \\ &\left. - a_2 \sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \exp \left[-\frac{(d_2-y)^2}{4\tau} \right] (y - d_2) + a_2 \sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \exp \left[-\frac{y^2}{4\tau} \right] \right\} \operatorname{erf} \frac{L}{2\sqrt{\tau}} \end{aligned} \quad (8)$$

и на оси τ ($y = 0, z = 0$) при $d_1 = d_2 = d$, $a_2 = a, a_1 = ma, c_1 = m, c_2 = 1$ имеем

$$\begin{aligned} \frac{u_m^2}{u_{0m}^2} &= \left\{ \frac{1+m}{2} \operatorname{erf} \frac{1}{2\sqrt{\tau}} + \frac{1+m}{2} (2a\tau - 1) \operatorname{erf} \frac{d}{2\sqrt{\tau}} + \right. \\ &\left. + (1+m) da \sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \left[\exp \left(-\frac{d^2}{4\tau} \right) - 2 \right] \right\} \operatorname{erf} \frac{L}{2\sqrt{\tau}}. \end{aligned} \quad (8a)$$

Формула (8) удовлетворительно описывает профили скоростного напора струи при наличии пограничного слоя, однако она громоздка и для практических расчетов неудобна. Поэтому, учитывая приближенный

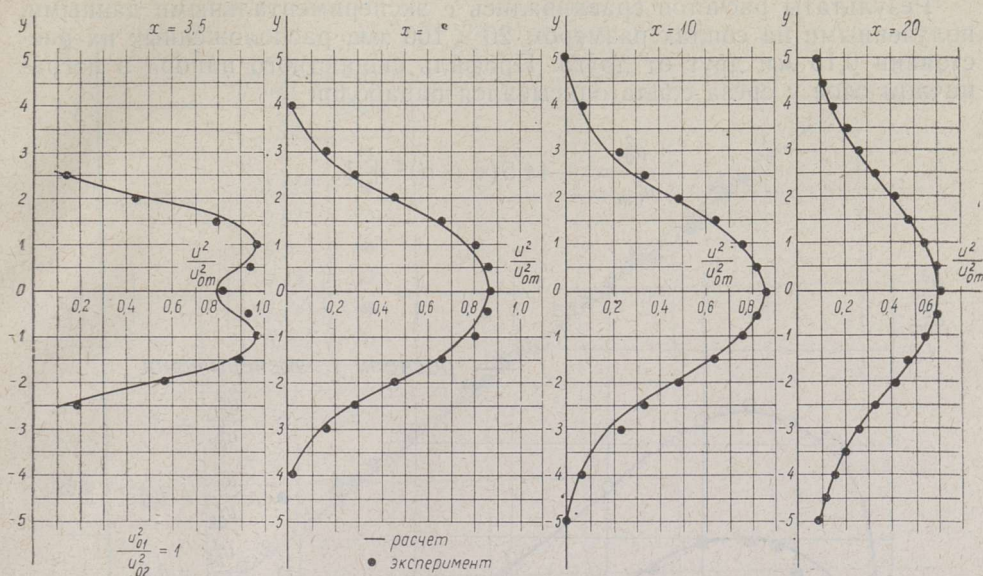


Рис. 2. Профили скоростных напоров в поперечном сечении системы при $m = 1$.

характер теории, можно рекомендовать более простую формулу (5), где вместо δ подставлено δ_Φ (фиктивный зазор), который определяется из сравнения формул (5а) и (8а) для данного значения τ . Таким образом, расчет ведется по формулам

$$\frac{u^2}{u_{0m}^2} = \frac{1}{2} \left(\operatorname{erf} \frac{1-y}{2\sqrt{\tau}} + m \operatorname{erf} \frac{1+y}{2\sqrt{\tau}} - \operatorname{erf} \frac{\delta_\Phi - y}{2\sqrt{\tau}} + m \operatorname{erf} \frac{\delta_\Phi + y}{2\sqrt{\tau}} \right) \operatorname{erf} \frac{L}{2\sqrt{\tau}} \quad (9)$$

$$\operatorname{erf} \frac{\delta_\Phi}{2\sqrt{\tau}} = (1 - 2a\tau) \operatorname{erf} \frac{d}{2\sqrt{\tau}} - 2da \sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \left[\exp \left(-\frac{d^2}{4\tau} \right) - 2 \right]. \quad (9a)$$

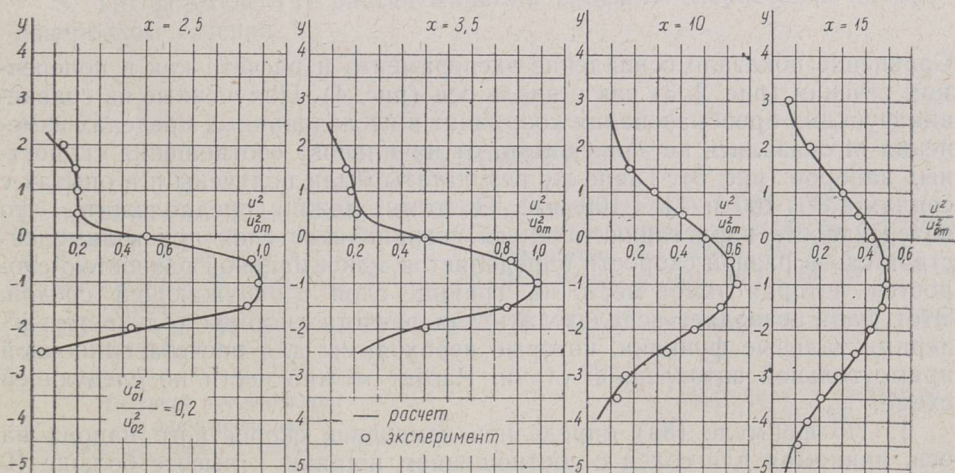


Рис. 3. Профили скоростных напоров в поперечном сечении системы при $m = 0,2$.

Результаты расчетов сравнивались с экспериментальными данными, полученными на соплах размером 20×100 мм, расположенных на расстоянии 0,15 мм друг от друга. Профиль скоростного напора в пограничном слое у среза сопла описывался параболой

$$\frac{u_0^2}{u_{0m}^2} = -44,5(v-d)^2 + 1.$$

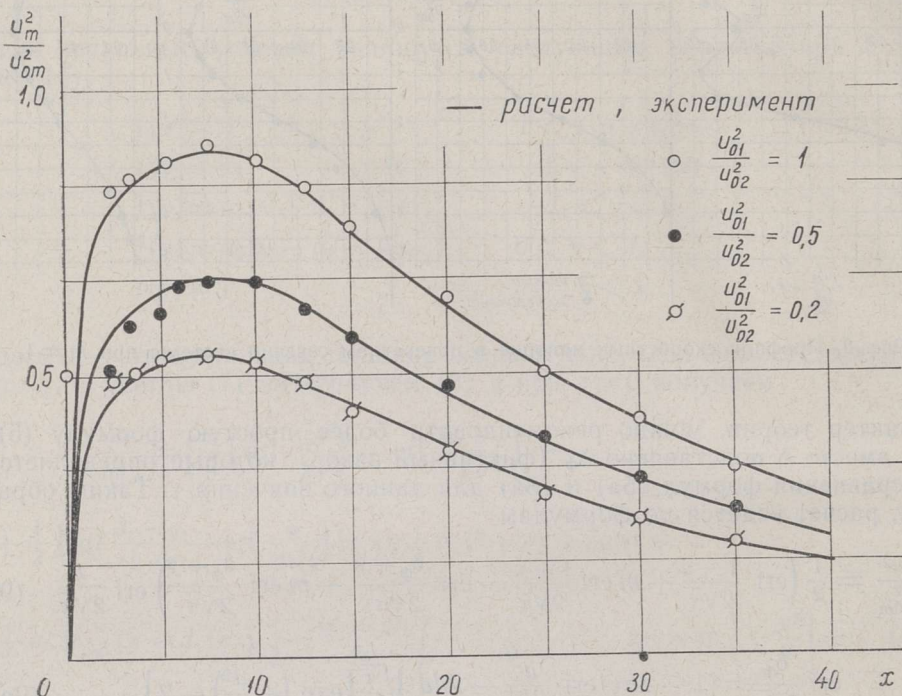


Рис. 4. Изменение скоростного напора вдоль оси.

Сравнение показало совпадение эксперимента и расчета как в поперечном сечении (рис. 2, 3) так и вдоль оси (рис. 4). Полученные из сравнения функции преобразования координат в исследованных пределах изменения m оказались не зависящими от начального соотношения скоростных напоров (рис. 5). Такие же результаты были получены и в опытах с соплами 8×100 и 11×100 мм. Поэтому можно предположить, что интенсивность нарастания толщины пограничного слоя при взаимодействии слоев разной скорости определяется максимальной разностью скоростей, которая имеет место на границе слоя с окружающей средой. Этот факт позволяет использовать для расчета системы только те экспериментальные функции, которые необходимы для расчета одиночной прямоугольной затопленной струи. Расчет можно вести по следующей схеме:

1. По формуле (8а) определить изменение скоростного напора на оси, принимая для сопел с соотношением ширины к высоте больше 10 $\sqrt{\tau} = 0,45x$; если это соотношение меньше, рекомендуется пользоваться данными работы [5], так как в этом случае функция $\tau(x)$ на небольшом

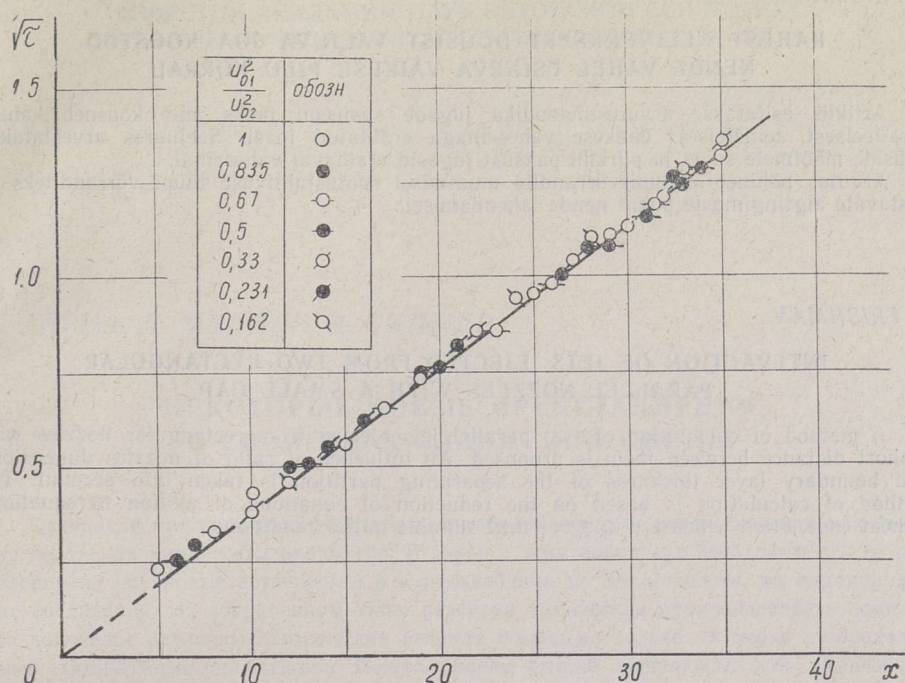


Рис. 5. Функция $\sqrt{\tau}(x)$.

расстоянии от сопла зависит от L . Толщина пограничного слоя на перегородке d считается известной или может быть определена из расчета сопла соответствующей конструкции. Поскольку при $v = 0$ $\frac{u_0^2}{u_{0m}^2} = 0$, то

$$a = -\frac{1}{d^2}.$$

2. По формуле (9а) определяется величина фиктивного зазора d_f .

3. По формуле (9) рассчитываются профили скоростного напора в поперечном сечении.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ляховский Д. Н., Советское котлотурбостроение, № 9, 3—13 (1935).
2. Устименко Б. П., Изв. АН Каз. ССР. Сер. энергетич., вып. 2(18), 68—83 (1960).
3. Вулис Л. А., Изв. АН Каз. ССР. Сер. энергетич., вып. 2(18), 60—67 (1960).
4. Фришман Ф., Изв. АН ЭССР. Сер. физ.-матем. и техн. наук, 15, № 1, 76—80 (1966).
5. Палатник И. Б., Темирбаев Д. Ж., Прикл. теплофизика, вып. I, 18—28 (1964).

Институт термofизики
и электрофизики
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию
3/1 1966

*F. FRISMAN***KAHEST NELINURKSEST DÜÜSIST VÄLJUVA JOA KOOSTÖÖ
NENDE VAHEL ESINEVA VÄIKESE PILU KORRAL**

Artiklis esitatakse arvutusmetoodika jugade süsteemi jaoks, mis koosneb kahest paralleelsest, teineteisest õhukese vaheseinaga eraldatud joast. Seejuures arvestatakse düüside mõõtmete suhet ja piirkihi paksust jugasid eraldaval vaheseinal.

Arvutus põhineb liikumisvõrrandite muutmisel soojusjuhtivuse tüüpi võrranditeks ja vastavate algingimuste puhul nende lahendamisel.

*F. FRISHMAN***INTERACTION OF JETS EJECTED FROM TWO RECTANGULAR
PARALLEL NOZZLES WITH A SMALL GAP**

A method of calculation of two parallel jets ejected from rectangular nozzles with a short distance between them is proposed. An influence of ratio of nozzles dimensions and boundary layer thickness of the separating partition is taken into account. The method of calculation is based on the reduction of equations of motion to equations of heat conduction which are integrated at suitable initial conditions.