

П. КАРД

## О ПРИМЕНЕНИИ СИСТЕМЫ СИ В ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКЕ \*

Несмотря на известные преимущества системы единиц СИ, введение ее в теоретическую физику наталкивается на определенные трудности и даже вызывает возражения. Так, недавно академик М. Леонтович в интересной статье [1] высказал мнение, что введение системы СИ вообще является ошибкой и что в физике следует сохранить систему СГС. Со многими из его соображений следует безусловно согласиться; в частности, совершенно правильно выдвинутое им требование, чтобы предпочтительное применение системы СИ не исключало применения других систем единиц там, где это целесообразно. Отметим, что это же требование поддерживает и Ю. Иориш [2]; безусловно, его следует признать столь же естественным и разумным, как и требование свободы научного исследования и преподавания вообще.

В настоящей статье мы хотим, однако, показать, что затруднения, стоящие на пути введения системы СИ в теоретическую физику, все-таки не столь серьезны, чтобы отказываться от этой системы и стремиться к сохранению системы СГС. Более того, примененная надлежащим образом система СИ оказывается в теоретической физике по крайней мере столь же удобной и естественной, как и система СГС.

К сожалению, во всех учебниках и монографиях, где система СИ уже применяется в теоретической физике (например, в микроскопической электродинамике и теории относительности), она используется без учета специфики данных областей физики. Она вводится, так сказать, слишком прямолинейно, в порядке скрупулезного копирования ее формы в тех областях, для которых она первоначально была разработана. Естественно, что при этом теряются ее основные качества — простота и удобство. Возникают различные странности, о которых вполне обоснованно пишет академик М. Леонтович. Остановимся на этом вопросе несколько подробнее.

Во-первых, в системе СИ различаются напряженности электрического и магнитного полей (векторы  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$ ) и индукции (векторы  $\mathbf{D}$  и  $\mathbf{B}$ ). В макроскопической теории, где вакуум рассматривается как одна из сред на равном основании с материальными средами, эта двойственность не ведет ни к каким трудностям и даже целесообразна. Но в микроскопической теории вакуум является единственной универсальной «средой». Поэтому и соотношения между индукциями и напряженностями становятся универсальными:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{D} &= \epsilon_0 \mathbf{E} \\ \mathbf{B} &= \mu_0 \mathbf{H} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Но в таком случае дублирование величин, описывающих электромагнитное поле, лишается всякого основания.

\* В порядке обсуждения.



Во-вторых, согласно теории относительности, электрическое и магнитное поля образуют единое целое; поэтому естественно потребовать, чтобы электрический и магнитный вектор имели одинаковую размерность. Между тем, в системе СИ векторы  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{B}$  имеют различную размерность. В макроскопической теории это обстоятельство несущественно, так как теория относительности здесь не имеет явного применения; но в микроскопической электродинамике, особенно в релятивистско-ковариантной форме, это очень важно.

В-третьих, в обычной формулировке системы СИ в числе универсальных констант отсутствует такая важная с теоретической точки зрения константа, как скорость света  $c$ . Вместо нее имеются две константы — электрическая и магнитная проницаемости вакуума  $\epsilon_0$  и  $\mu_0$ . Они связаны с  $c$  известным равенством

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}. \quad (2)$$

Подобно этому, скорость света в материальной среде выражается как

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}}. \quad (3)$$

В макроскопической теории, где вакуум рассматривается на равных основаниях с материальными средами, отсутствие в основных уравнениях скоростей  $c$  и  $v$  в явном виде не является большим неудобством; но в микроскопической теории скорость  $c$  имеет особо важное значение, как единственная и универсальная скорость электромагнитных взаимодействий.

В существующей литературе, как отмечено выше, система СИ вводится без достаточного учета указанных несоответствий. Некоторые авторы (см., напр., [3]) записывают систему уравнений Максвелла—Лорентца по точному образцу уравнений макроскопической теории. Этим достигается внешне столь же простой вид уравнений, как и в макроскопической теории, но весьма дорогой ценой: в теории фигурируют четыре полевых вектора вместо двух. Кроме того, в уравнения не входит в явном виде скорость  $c$ . Другие авторы (см., напр., [4, 5]) исключают лишние полевые величины, а также, исключая  $\epsilon_0$  или  $\mu_0$ , вводят скорость света. Тем самым уравнения приближаются по содержанию к существу микроскопической теории, но форма их становится несимметричной и неудобной. В обоих вариантах полевые векторы сохраняют различные размерности, что, как мы видели, не соответствует духу теории относительности.

Между тем, от всех этих недостатков можно избавиться, сохранив, тем не менее, систему единиц СИ в полной силе. Основной мыслью является здесь следующее соображение. Система СИ дает вполне определенные единицы для уже существующих в физике величин, но она никоим образом не предопределяет всего круга величин, которые могут быть вновь введены. Мы всегда имеем право вводить в рамках системы СИ новые величины, могущие оказаться полезными при построении той или другой теории. Почему-то это естественное право до сих пор забывалось при введении системы СИ в теоретическую физику.

В соответствии с этой мыслью введем для описания микроскопического электромагнитного поля новые векторы, которые обозначим через  $\mathbf{e}$  и  $\mathbf{h}$ , и свяжем их с обычными микроскопическими напряженностями  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  следующими равенствами:



$$\left. \begin{aligned} \mathbf{e} &= \varepsilon_0 \mathbf{E} \\ \mathbf{h} &= \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \mathbf{H} = c \varepsilon_0 \mathbf{H}, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

так что усредненные  $\mathbf{e}$  и  $\mathbf{h}$  будут равны:

$$\left. \begin{aligned} \bar{\mathbf{e}} &= \varepsilon_0 \mathbf{E}_{\text{макро}} \\ \bar{\mathbf{h}} &= \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \mathbf{B}_{\text{макро}}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Тогда, как легко убедиться, система уравнений Максвелла—Лорентца примет следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \text{rot } \mathbf{h} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{e}}{\partial t} + \frac{q\mathbf{u}}{c} \\ \text{div } \mathbf{e} &= q \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{rot } \mathbf{e} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial t} \\ \text{div } \mathbf{h} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

а уравнение силы Лорентца примет такую форму:

$$\mathbf{f} = \frac{q}{\varepsilon_0} \left( \mathbf{e} + \frac{\mathbf{u} \times \mathbf{h}}{c} \right). \quad (8)$$

В релятивистской четырехмерной форме те же уравнения запишутся как

$$\frac{\partial \Phi_{ik}}{\partial x_k} = \frac{1}{c} j_i, \quad (9)$$

$$e_{iklm} \frac{\partial \Phi_{kl}}{\partial x_m} = 0 \quad (10)$$

и

$$\hat{f}_i = \frac{1}{\varepsilon_0 c} \Phi_{ik} j_k, \quad (11)$$

где  $\Phi_{ik}$  — тензор поля,  $j_i$  — вектор тока и  $\hat{f}_i$  — плотность силы.

Итак, наше преобразование (4) привело к следующим результатам:

1. Уравнения Максвелла—Лорентца имеют в точности ту же форму, как и в системе СГС; электрический и магнитный векторы имеют одинаковую размерность:

$$[\mathbf{e}] = [\mathbf{h}] = ITL^{-2}. \quad (12)$$

2. Электрическая проницаемость вакуума входит только в уравнение силы, но не в уравнения поля, причем, за исключением этого единственного множителя  $\frac{1}{\varepsilon_0}$ , уравнение силы тоже имеет такой же вид, как и в системе СГС. Магнитная проницаемость вакуума исключена везде полностью.



3. Тем не менее все уравнения написаны в системе СИ, а не СГС, так как основные единицы остались те же. Внешним признаком системы СИ служит присутствие множителя  $\frac{1}{\epsilon_0}$  в уравнении силы.

Таким образом, мы видим, что все преимущества системы СГС, на которых особенно — и с полным правом — настаивает академик М. Леонтович, можно перенести и в систему СИ. Эти преимущества не ликвидируются введением системы СИ; они только маскируются макроскопической формой теории, где эта система находит применение прежде всего. Но, как указано выше, система СИ не предопределяет, какие именно величины должны входить в теорию. Целесообразность введения для описания поля новых векторов ( $\mathbf{e}$  и  $\mathbf{h}$ ) как раз и состоит в снятии макроскопической маскировки.

Более того. В системе СИ не только сохраняются все преимущества системы СГС, но она оказывается даже более адекватной сущности физических явлений, чем последняя. Во-первых, в системе СИ отсутствуют дробные размерности. Во-вторых, в нее входит новая универсальная постоянная — электрическая проницаемость вакуума  $\epsilon_0$ . Академик М. Леонтович считает это как раз недостатком системы СИ, так как, по его мнению,  $\epsilon_0$  не имеет никакого физического смысла. Однако с этим нельзя согласиться. Смысл константы  $\epsilon_0$  не столь, правда, нагляден, как смысл скорости света, но, тем не менее,  $\epsilon_0$  имеет совершенно ясный смысл. А именно — эта константа связывает механические явления с электромагнитными. Исключение этой константы (как это делается в системе СГС) соответствует духу теории дальнего действия, так как в формуле закона Кулона

$$F_{12} = \frac{Q_1 Q_2 R_{12}}{4\pi R_{12}^3}, \quad (13)$$

записанной согласно системе СГС, электрического поля нет; заряды рассматриваются как непосредственные механические характеристики тел. Иначе обстоит дело с точки зрения теории близкого действия. Закон Кулона перестает быть элементарным законом; поэтому он уже не годится для определения заряда. Закон Кулона распадается на два: 1) закон порождения поля зарядом и 2) закон действия поля на заряд. Вводится новое, немеханическое понятие — поле. Новому понятию естественно должна соответствовать новая универсальная константа. Поэтому вместо формулы (13) мы пишем

$$\mathbf{e} = \frac{Q_1 \mathbf{R}}{4\pi R^3} \quad (14)$$

и

$$\mathbf{F} = \frac{Q_2 \mathbf{e}}{\epsilon_0}. \quad (15)$$

Система СГС действительно представляет собой гениальное создание ее авторов; в этом мы полностью согласны с академиком М. Леонтовичем. Однако она была создана во время господства теории дальнего действия, и это обстоятельство наложило на нее характерный отпечаток. Поэтому, хотя она оказалась пригодной и в теории Максвелла, и в теории относительности, это не значит, что она совершенна. Введение в духе теории близкого действия новой универсальной постоянной делает ее еще более адекватной современным теориям. Но тем самым она



превращается в систему, полностью аналогичную системе СИ (замена  $см \rightarrow м$  и  $г \rightarrow кг$  при переходе от СГС к СИ несущественна).

Из всего вышесказанного можно сделать тот основной вывод, что система СИ в теоретической физике не только не хуже, но даже лучше, чем система СГС. Вместе с тем отсюда вытекает еще одно существенное замечание. Система СИ обычно вводится прежде всего в рамках макроскопической теории и лишь затем переносится в микроскопическую теорию. Теперь же мы можем обернуть это соотношение. Мы можем начать построение системы СИ, исходя из микроскопической теории. Лишь на пути усреднения микроскопических уравнений поля (6) — (8) оказывается, что в качестве макроскопических полевых векторов целесообразно ввести не просто  $\bar{\mathbf{e}}$  и  $\bar{\mathbf{h}}$ , а, в целях приведения уравнений к возможно более простому виду, следует взять

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E} &= \frac{1}{\epsilon_0} \bar{\mathbf{e}} \\ \mathbf{B} &= \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \bar{\mathbf{h}}, \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

(см. (5)) и, кроме того, ввести, как обычно, другую пару векторов:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{D} &= \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \\ \mathbf{H} &= \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} - \mathbf{M}, \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

где  $\mathbf{P}$  и  $\mathbf{M}$  — поляризация и намагниченность. Легко убедиться, что такая процедура приводит к обычному виду макроскопических уравнений Максвелла, записанных в системе СИ.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Леонтович М. А., Вестн. АН СССР, № 6, 123 (1964).
2. Иориш Ю. И., Усп. физ. наук, 85, № 1, 186 (1965).
3. Матвеев А. Н., Электродинамика и специальная теория относительности, М., 1964.
4. Пановский В., Филиппс М., Классическая электродинамика, М., 1963.
5. Новаку В., Введение в электродинамику, М., 1963.

Тартуский  
государственный университет

Поступила в редакцию  
31/V 1965

P. KARD

#### SI-ÜHIKUTE SÜSTEEMI RAKENDAMISEST TEOREETILISES FÜÜSIKAS

SI-ühikute süsteemi rakendamisel teoreetilises füüsiikas, eriti mikroskoopilises elektrodünaamikas ja relatiivsusteoorias, tekivad mõnesugused raskused, mis on tingitud sellest, et see süsteem on algselt loodud ja kohandatud makroskoopilise elektrodünaamika vajadustele. Nii on mikroskoopilise elektrodünaamika seisukohalt tarbetu nelja väljavektori — kahe väljatugevuse ja kahe induktsiooni — kasutamine välja kirjeldamiseks. Kahe ülejäägi väljavektori elimineerimine teeb aga teooria põhivõrrandid ebasümmeetriliseks ja kasutamise jaoks ebamugavaks. Samuti on puuduseks see, et väljavektorid on erineva dimensiooniga, ja ka see, et makroskoopilise teooria eeskujul kirjutatud põhivõrrandites ei esine ilmsel kujul valguse kiirus  $c$ .



Nende puuduste kõrvaldamiseks on mikroskoopilises elektrodünaamikas otstarbekohane defineerida elektromagnetilise välja kirjeldamiseks uued vektorid:  $\mathbf{e}$  ja  $\mathbf{h}$ . Nende seose makroskoopiliste väljavektorite  $\mathbf{E}$  ja  $\mathbf{B}$ -ga määravad valemid (5) ehk (16). Sel juhul saavad Maxwelli-Lorentzi võrrandid ülimalt lihtsa kuju (6) ja (7) või (9) ja (10), mis on väliselt identne teoreetilises füüsikas seni kasutatud, s. o. CGS-süsteemil põhjendatav kujuga. Lorentzi tungi valemis (8) või (11) aga tuleb juurde ainsa lisategurina  $\epsilon_0$  nimetajas.

Selle meetodi eelised on järgmised: 1)  $\mathbf{e}$  ja  $\mathbf{h}$  on ühe ja sama dimensiooniga  $ITL^{-2}$ , nagu relatiivsusteooria järgi ongi loomulik; 2) vaakuumi magnetiline läbitavus  $\mu_0$  on elimineeritud ja selle asemel on sisse toodud konstant  $c$ , mis on väga oluline teoreetilises füüsikas, eriti relatiivsusteoorias; samuti on välja võrranditest elimineeritud vaakuumi elektriline läbitavus  $\epsilon_0$ , mis esineb ainult laengusse mõjuva tungi valemis; 3) on taastatud CGS-süsteemi eelised; ühtlasi on kõrvaldatud tema puudused, sest vaatamata uute väljavektorite kasutuselevõtule, on SI-süsteem jäänud täiel määral jousse. Muutumatuks jääb ka SI-süsteemil põhjendatav makroskoopilise elektrodünaamika põhivalemite struktuur.

P. KARD

### ÜBER DEN GEBRAUCH DES SI-SYSTEMS IN DER THEORETISCHEN PHYSIK

Bei der Verwendung des SI-Systems in der theoretischen Physik (namentlich in der mikroskopischen Elektrodynamik und der Relativitätstheorie) entstehen gewisse Schwierigkeiten, die dadurch bedingt sind, dass dieses System anfänglich für die makroskopische Elektrodynamik erdacht und angepasst wurde. So ist zum Beispiel der Gebrauch von vier Feldvektoren — zweier Feldstärken und dazu noch der dielektrischen Verschiebung und der magnetischen Induktion — in der mikroskopischen Theorie unnötig. Man kann wohl zwei überflüssige Vektoren eliminieren, aber dadurch werden die Grundgleichungen der Theorie unsymmetrisch und unbequem. Ein gewisser Fehler besteht auch darin, dass die Feldvektoren verschiedene Dimensionen haben und dass die Grundgleichungen, wenn sie nach dem Vorbild der makroskopischen Gleichungen geschrieben werden, die Lichtgeschwindigkeit  $c$  nicht explizite enthalten.

Um diese Mängel zu beseitigen, erweist sich als zweckmässig zwei neue Vektoren,  $\mathbf{e}$  und  $\mathbf{h}$ , als Feldgrößen zu definieren. Sie sind mit den makroskopischen Feldvektoren  $\mathbf{E}$  und  $\mathbf{B}$  durch die Formeln (5) oder (16) verknüpft. Dann nimmt das Maxwell-Lorentzsche Gleichungssystem die äusserst einfache Form (6) — (7) oder (9) — (10) an. Diese Form ist mit der in der theoretischen Physik bislang verwendeten Form, die auf dem CGS-System beruht, identisch. Nur in der Formel der Lorentzschen Kraft hat man einen einzigen zusätzlichen Faktor,  $\epsilon_0$ , im Nenner. Diese Methode hat folgende Vorzüge: 1)  $\mathbf{e}$  und  $\mathbf{h}$  haben gleiche Dimensionen, nämlich  $ITL^{-2}$ , was besonders vom relativistischen Standpunkte gut verständlich ist. 2) Die magnetische Permeabilität des Vakuums  $\mu_0$  ist eliminiert und statt dessen die in der theoretischen Physik und besonders in der Relativitätstheorie sehr bedeutende Konstante  $c$  eingeführt; die dielektrische Konstante des Vakuums  $\epsilon_0$  ist aus den Feldgleichungen auch eliminiert und nur in der Formel der Kraft erhalten geblieben. 3) Somit sind alle Vorzüge des CGS-Systems wieder hergestellt, ohne die Mängel dieses Systems mitzuführen. Denn ungeachtet der Einführung der neuen Feldvektoren ist das SI-System völlig in Kraft geblieben. Die auf dem SI-System beruhende Struktur der Grundformeln der makroskopischen Elektrodynamik bleibt auch unverändert.