

СОПРОТИВЛЕНИЕ ПЕЧАТНОЙ ОБМОТКИ НА ДИСКООБРАЗНОМ РОТОРЕ

В. ТАЕЛ

А. Введение

Одним из факторов, от которого зависит величина потерь в машине (и тем самым к.п.д. машины), а также электромагнитная постоянная времени цепи якоря, является сопротивление обмотки якоря. Ниже предлагается методика и выводятся формулы для расчета сопротивления печатной обмотки дискового якоря.

Сопротивление якорной обмотки можно условно рассматривать как сумму из трех составляющих:

$$R = R_a + R_l + R_n, \quad (1)$$

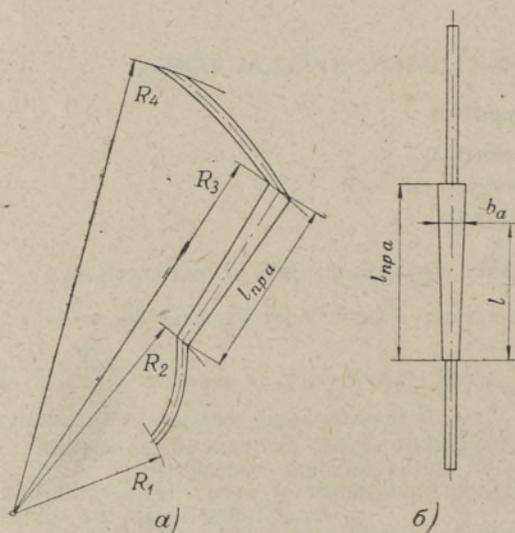
где R_a — сопротивление активных проводников;

R_l — сопротивление проводников лобовых соединений;

R_n — сопротивление переходных через диск частей лобовых соединений.

Активными проводниками называются те части, обмотки, которые размещаются между радиусами R_2 и R_3 (рис. 1). Проводники лобовых соединений образуются из частей, расположенных в областях между радиусами R_1 и R_2 , а также R_3 и R_4 . Все остальные части проводников, находящиеся вне области между R_1 и R_4 , а также проходящие через диэлектрическую основу, образуют переходные части обмотки.

Для точного расчета сопротивления переходных частей R_n необходимо знать подробно их состав и свойства, зависящие от технологии изготовления. Но их значение в общем сопротивлении роторной цепи невелико, и в приближенном расчете можно его и не учитывать.



Фиг. 1.

В статье выводятся формулы для сопротивления проводниковой части обмотки, т. е. для активных проводников и проводников лобовых соединений при постоянной по объему материала температуре и при оптимальном соотношении радиусов и оптимальной форме лобовых соединений (определенных в [1]). Предполагается, что слой материала проводников на диске имеет постоянную толщину $h = \text{const}$.

При выводе сопротивления заменяем реальный проводник (рис. 1а) эквивалентным прямым проводником (рис. 1б), имеющим равную длину с осевой линией реального проводника во всех его частях.

Б. Сопротивление проводника лобовой части

Для лобовых частей, где ширина проводников $b = \text{const}$, сопротивление проводника определено формулой

$$R_{\text{прл}} = \frac{\rho}{hb} \left[\int_{R_1}^{R_2} \frac{dR}{\cos \alpha} + \int_{R_3}^{R_4} \frac{dR}{\cos \alpha} \right], \quad (2)$$

где $R_{\text{прл}}$ — сопротивление проводника лобовых частей;

ρ — удельное сопротивление материала;

h — толщина проводника;

b — ширина проводника;

α — угол между проводником и радиус-вектором, $\alpha \cos \alpha = \frac{R_0}{R}$ [1].

Зная, что ширина проводника лобовых соединений

$$b = \lambda_1 R_0 \frac{4\pi}{N}, \quad (3)$$

где $\lambda_1 = 1 - \frac{b_{\text{из}} N}{4\pi R_0}$ — коэффициент заполнения материалом проводника лобовых соединений;

$b_{\text{из}}$ — ширина изоляции, т. е. междупроводниковое расстояние;

N — число проводников на диске;

R_0 — минимальный радиус обмотки,

и используя относительные величины радиусов

$$r = \frac{R}{R_0}, \quad (4)$$

получим, проинтегрируя (2), выражение для сопротивления одного проводника лобовых соединений

$$R_{\text{прл}} = \frac{\rho \left(r_4^2 - r_1^2 - \frac{2}{3} \right)}{8\pi h r_0^2} \cdot \frac{N}{\lambda_1}. \quad (5)$$

В. Сопротивление активного проводника

Сопротивление активного проводника в случае, когда ось активного проводника прямая и ширина изоляционного промежутка постоянная $b_{из} = \text{const}$, определена выражением

$$R_{пра} = \frac{\rho}{h} \int_0^{l_{пра}} \frac{dl}{b_a} \quad (6)$$

где $R_{пра}$ — сопротивление активного проводника;

$l_{пра}$ — длина активного проводника (рис. 1);

b_a — ширина активного проводника.

Ширина активного проводника в данном случае определена выражением

$$b_a = \frac{\lambda_3 R_3 \frac{4\pi}{N} \cos \alpha_{a3} - \lambda_2 R_2 \frac{4\pi}{N} \cos \alpha_{a2}}{l_{пра}} l + \lambda_2 R_2 \frac{4\pi}{N} \cos \alpha_{a2} \quad (7)$$

где λ_3 — коэффициент заполнения материалом у радиуса R_3 ;

λ_2 — коэффициент заполнения материалом у радиуса R_2 ;

α_{a3} и α_{a2} — угол наклона активного проводника относительно радиус-вектора соответственно при радиусах R_3 и R_2 ;

l — координат, направленный по оси активного проводника (рис. 1б).

Зная угол наклона активного проводника γ (рис. 2), можно найти углы α_{a2} и α_{a3} непосредственно на чертеже или из соотношений

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \left(90^\circ + \frac{\gamma}{2} - \alpha_{a2} \right) &= \frac{1 - r_2}{1 + r_2} \operatorname{ctg} \left(\frac{\gamma}{2} \right) \\ \alpha_{a3} &= \alpha_{a2} - \gamma. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

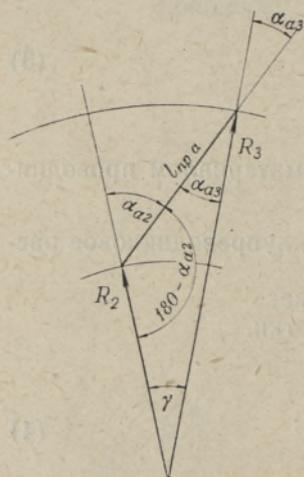
Длина активного проводника, в случае $\gamma \neq 0$, определена, с учетом, что $\sin(180^\circ - \alpha_{a2}) = \sin \alpha_{a2}$, выражением

$$l_{пра} = \frac{R_3 \sin \gamma}{\sin \alpha_{a2}} \quad (9)$$

Проинтегрируя теперь выражение (6), получим для сопротивления активного проводника

$$R_{пра} = \frac{\rho}{4\pi h} \cdot \frac{R_3 \sin \gamma}{\sin \alpha_{a2} (\lambda_3 R_3 \cos \alpha_{a3} - \lambda_2 R_2 \cos \alpha_{a2})} \cdot \ln \left(\frac{\lambda_3 R_3 \cos \alpha_{a3}}{\lambda_2 R_2 \cos \alpha_{a2}} \right) \cdot N \quad (10)$$

Учитывая, что $R_2 = \frac{R_3}{\sqrt{3}}$, и выражая λ_2 и λ_3 из соотношений



Фиг. 2.

$$\left. \begin{aligned} \lambda_2 &= 1 - \frac{b_{\text{из}} N}{4\pi R_2 \cos \alpha_{a2}} \\ \lambda_3 &= 1 - \frac{b_{\text{из}} N}{4\pi R_3 \cos \alpha_{a3}} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

получим для сопротивления активного проводника

$$R_{\text{пра}} = \frac{\rho}{4\pi h} \cdot \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha_{a2} \left(\cos \alpha_{a3} - \frac{\cos \alpha_{a2}}{\sqrt{3}} \right)} \cdot \ln \left(\frac{\cos \alpha_{a3} - \frac{b_{\text{из}} N}{4\pi R_3}}{\frac{\cos \alpha_{a2}}{\sqrt{3}} - \frac{b_{\text{из}} N}{4\pi R_3}} \right) \cdot N. \quad (12)$$

С помощью несложной геометрической конструкции можно доказать, что

$$\frac{\sin \gamma}{\sin \alpha_{a2} \left(\cos \alpha_{a3} - \frac{\cos \alpha_{a2}}{\sqrt{3}} \right)} = 1. \quad (13)$$

Итак, окончательно сопротивление одного прямого активного проводника, когда $b_{\text{из}} = \text{const}$,

$$R_{\text{пра}} = \frac{\rho}{4\pi h} \cdot \ln \left(\frac{\cos \alpha_{a3} - \frac{b_{\text{из}} N}{4\pi R_3}}{\frac{\cos \alpha_{a2}}{\sqrt{3}} - \frac{b_{\text{из}} N}{4\pi R_3}} \right) \cdot N. \quad (14)$$

Полученная формула распространяется и на случай радиальных проводников, т. е. если $\gamma = 0$. Здесь $\cos \alpha_{a2} = \cos \alpha_{a3} = 1$.

Г. Сопротивление обмотки

На основе вышеизложенного, сопротивление якорной обмотки машины постоянного тока с печатной обмоткой на дискообразном якоре

$$\begin{aligned} R &= \frac{N}{4a^2} (R_{\text{пра}} + R_{\text{пл}}) + R_{\text{п}} = \\ &= \frac{\rho N^2}{16\pi a^2 h} \left[\ln \frac{\cos \alpha_{a3} - \frac{b_{\text{из}} N}{4\pi R_3}}{\frac{\cos \alpha_{a2}}{\sqrt{3}} - \frac{b_{\text{из}} N}{4\pi R_3}} + \frac{r_4^2 - r_1^2 - \frac{2}{3}}{2\lambda_1 r_0^2} + \frac{16\pi a^2 h}{\rho N^2} R_{\text{п}} \right], \end{aligned} \quad (15)$$

где a — число параллельных ветвей.

Полученная формула выражает зависимость сопротивления обмотки от основных конструктивных факторов и дает возможность анализировать влияние последних на величину сопротивления.

Используя формулу (15) совместно с выражением тока [1]

$$I = 2a\delta h r_0 \frac{4\pi}{N} \lambda_1 R_3, \quad (16)$$

где δ — плотность тока, можем написать формулу для потерь в якорной меди машины постоянного тока

$$p_{\text{мя}} = I^2 R = 4\pi h \rho \delta^2 r_0^2 \left[\ln \frac{\cos \alpha_{a3} - \frac{b_{\text{вз}} N}{4\pi R_3}}{\frac{\cos \alpha_{a2}}{\sqrt{3}} - \frac{b_{\text{вз}} N}{4\pi R_3}} + \frac{r_4^2 - r_1^2 - \frac{2}{3}}{2\lambda_1 r_0^2} + \frac{16\pi a^2 h}{\rho N^2} R_n \right] \lambda_1^2 R_3^2. \quad (17)$$

Далее, положив в выражение электромагнитной мощности машины постоянного тока величину сопротивления R в виде (15), получим

$$P' = UI \mp I^2 \left(R + \frac{2\Delta U}{I} \right) = \pm \frac{UE - E^2}{R + \frac{2\Delta U}{I}}, \quad (18)$$

где $\frac{2\Delta U}{I}$ — сопротивление щеточных контактов,

т. е. имеем формулу, связывающую основные данные машины с ее другими электрическими и конструктивными параметрами.

Предшествующее рассмотрение основано на предположении, что температура материала обмотки по всему объему постоянная, что соответствует холодному состоянию машины. При работе машины разные части обмотки находятся в разных температурных условиях, которые зависят от распределения потерь и условий охлаждения.

Для точного учета влияния температуры на сопротивление необходимо определить ее распределение по всему объему обмотки при данном режиме работы. Предположим, что при установившемся режиме работы температура данной части обмотки зависит от ее расстояния от центра диска, тогда удельное сопротивление материала обмотки является функцией от радиуса $\rho = \rho(R)$ и должна оставаться в выражениях (2) и (6) под интегральным знаком.

В более простом случае можем влияние температуры учесть, вводя средние величины удельного сопротивления по частям обмотки. Так, если, например, на поверхности диска разделить три различающихся по температурным условиям зоны: 1) внутренние лобовые соединения, 2) активные части проводников и 3) внешние лобовые соединения, то выражение сопротивления обмотки (15) получится в виде

$$R = \frac{N^2}{16\pi a^2 h} \left[\rho_a \ln \frac{\cos \alpha_{a3} - \frac{b_{\text{вз}} N}{4\pi R_3}}{\frac{\cos \alpha_{a2}}{\sqrt{3}} - \frac{b_{\text{вз}} N}{4\pi R_3}} + \frac{\rho_{a2}(r_4^2 - 1) + \rho_{a1} \left(\frac{1}{3} - r_1^2 \right)}{2\lambda_1 r_0^2} + \frac{16\pi a^2 h}{N^2} R_n \right], \quad (19)$$

где ρ_{a1} — среднее удельное сопротивление материала внутренних лобовых соединений;

ρ_a — среднее удельное сопротивление материала активных проводников;

ρ_{a2} — среднее удельное сопротивление материала внешних лобовых соединений.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Тael, О геометрии ротора с печатной обмоткой в электрических машинах, Изв. Акад. наук ЭССР, серия физ.-матем. и техн. наук, 1961, № 3.

*Институт энергетики
Академии наук Эстонской ССР*

Поступила в редакцию
26. X 1961

TRÜKITUD MÄHISE AKTIIVTAKISTUS KETTAKUJULISEL ROOTORIL

V. Tael

Resüme

Artiklis tuletatakse kettakujulisele alusele trükitud mähise aktiivtakistuse avaldis. Aluseks on võetud konstantse vasekihi paksusega, sirgete aktiivjuhtmetega ja konstantse juhtmetevahelise isolatsioonivahemikuga mähis, ühtlase temperatuuriga kogu mähise ulatuses. Tuuakse avaldis alalisvoolumasina ankrumähise vaseskadudele. Masina töötemperatuurist tingituna on materjali eritakistus mähise ulatuses erinev, mida lihtsamal juhul võib arvesse võtta keskmiste eritakistuste väärtustega lähedaste temperatuuritingimustega mähise osadele.

*Eesti NSV Teaduste Akadeemia
Energeetika Instituut*

Saabus toimetusse
26. X 1961

ARMATURE RESISTANCE OF THE WINDING OF A PRINTED DISC ROTOR

V. Tael

Summary

The author deduces an expression for the armature resistance of the printed winding of a disc rotor. A winding is taken which has a constant thickness of copper, straight active conductors with a constant insulation interval between the conductors, and a uniform temperature throughout the rotor. An expression for the ohmic losses in the armature of a d. c. machine is deduced. Owing to the working temperature of the machine, the specific resistance of the material within the range of the disc is different and can, in the simplest cases, be taken into consideration on the basis of the mean specific values for the parts of the disc having approximately equal temperature conditions.

*Academy of Sciences of the Estonian S. S. R.,
Institute of Energetics*

Received
Oct. 26th, 1961