

Ф. ФРИШМАН

ПРОЦЕССЫ ПЕРЕМЕШИВАНИЯ В СИСТЕМЕ ДВУХ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ СТРУЙ *

В последнее время большое распространение получил предложенный Л. Вулисом [1] метод линеаризации уравнений свободного пограничного слоя путем сведения их к уравнениям типа теплопроводности. С помощью этого метода удалось решить много струевых задач, доселе не решенных.

В частности, в 1960 г. появилась работа Б. Устименко [2], в которой была показана принципиальная возможность применения такой линеаризации для расчета полей скорости плоскопараллельных струй со сложным начальным профилем. Что касается тепловой и диффузионной задач, то в [2] было предложено решение для одиночной затопленной струи и высказано пожелание о целесообразности дальнейших исследований в этой области. В результате исследований, проведенных в Институте термодинамики и электрофизики АН ЭССР, решена и тепловая задача для расчета методом эквивалентной задачи теории теплопроводности течения, образованного двумя струями, вытекающими из параллельно расположенных плоскопараллельных сопел.

Согласно [1], линеаризованное уравнение диффузии для плоскопараллельной струи несжимаемой жидкости имеет вид

$$\frac{\partial c u}{\partial \tau_T} = \frac{\partial^2 c u}{\partial y^2}, \quad (1)$$

где c — избыточная концентрация, u — продольная составляющая скорости, τ_T — продольная координата в фиктивном пространстве. Функция перехода от фиктивного пространства $\tau_T - y$ к реальному $x - y$ определяется из сравнения результатов расчета и эксперимента при фиксированном значении ординаты y .

Аналогично выглядит и уравнение теплообмена, где вместо c стоит ΔT — избыточная температура. При граничных условиях

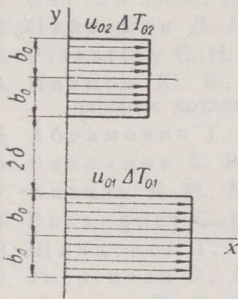
$$\frac{\partial c u(\tau, -\infty)}{\partial y} = \frac{\partial c u(\tau, \infty)}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

общее решение уравнения (1)

$$c u(y, \tau) = \frac{1}{2\sqrt{\pi\tau_T}} \int_{-\infty}^{\infty} f(v) \exp\left[-\frac{(v-y)^2}{4\tau_T}\right] dv. \quad (3)$$

* Работа выполнена в секторе теплофизики Института термодинамики и электрофизики АН ЭССР под руководством доктора технических наук Ю. Иванова.

В соответствии с рис. 1 начальные условия определяются формулой



$$\begin{aligned}
 f(v) &= (cu)_{10} & -b < v < b \\
 f(v) &= (cu)_{20} & b + 2\delta < v < 3b + 2\delta \\
 f(v) &= 0 & \begin{cases} 3b + 2\delta < v < \infty \\ -\infty < v < -b \\ b < v < b + 2\delta. \end{cases}
 \end{aligned} \quad (4)$$

С учетом (4) проинтегрируем уравнение (3), и получим общее решение в фиктивных координатах

$$\begin{aligned}
 \frac{cu}{(cu)_{10}} &= \frac{1}{2} \left(\operatorname{erf} \frac{1-\bar{y}}{2\sqrt{\bar{\tau}_T}} + \operatorname{erf} \frac{1+\bar{y}}{2\sqrt{\bar{\tau}_T}} \right) + \\
 &+ \frac{n}{2} \left(\operatorname{erf} \frac{3+2\delta-\bar{y}}{2\sqrt{\bar{\tau}_T}} - \operatorname{erf} \frac{1+2\delta-\bar{y}}{2\sqrt{\bar{\tau}_T}} \right)
 \end{aligned} \quad (5)$$

$\operatorname{erf} z = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-t^2} dt$ — табулированная функция.

Все линейные размеры в уравнении (5) отнесены к b_0 : $\bar{\tau}_T = \frac{\tau_T}{b_0^2}$; $\bar{y} = \frac{y}{b_0}$; $\bar{\delta} = \frac{\delta}{b_0}$, а $n = \frac{(cu)_{20}}{(cu)_{10}}$ — отношение начальных значений величин cu второй струи к первой.

Как показали эксперименты, профили, вычисленные по формуле (5) и переведенные в действительное пространство, не соответствуют действительности. Это объясняется прежде всего тем, что функции деформации фиктивных координат в реальные зависят в каждом из составляющих потоков от начальных соотношений скоростей и тем, что оси струй в системе в общем случае криволинейны. Поэтому целесообразно разбить задачу на две, изучая поля концентраций вещества каждой струи в отдельности, $c_{20} = 0$. Тогда уравнение (5) упростится, так как

$$\begin{aligned}
 n &= \frac{(cu)_{20}}{(cu)_{10}} = 0 \\
 \frac{cu}{(cu)_{10}} &= \frac{1}{2} \left(\operatorname{erf} \frac{1-\bar{y}}{2\sqrt{\bar{\tau}_T}} + \operatorname{erf} \frac{1+\bar{y}}{2\sqrt{\bar{\tau}_T}} \right).
 \end{aligned} \quad (6)$$

Для проверки формулы (6), а также для отыскания функции деформации координат $\bar{\tau}_T(x)$ были проведены опыты с двумя параллельными струями, вытекающими из сопел шириной $b_{01} = 4$ мм, $b_{02} = 4$ мм, $b_{01} = 5,5$ мм, $b_{02} = 3$ мм на расстояниях 1; 4; 12; 25 мм друг от друга (высота сопел $H = 100$ мм) при начальных соотношениях скоростных напоров от 1 до 25. Концентрации c_1 и c_2 в каждой точке определялись из уравнений адиабатического смешения

$$c_1 t_{10} + c_2 t_{20} + c_k t_k = t, \quad (7)$$

где c_1, c_2, c_k — соответственно концентрации вещества 1-й, 2-й струи и

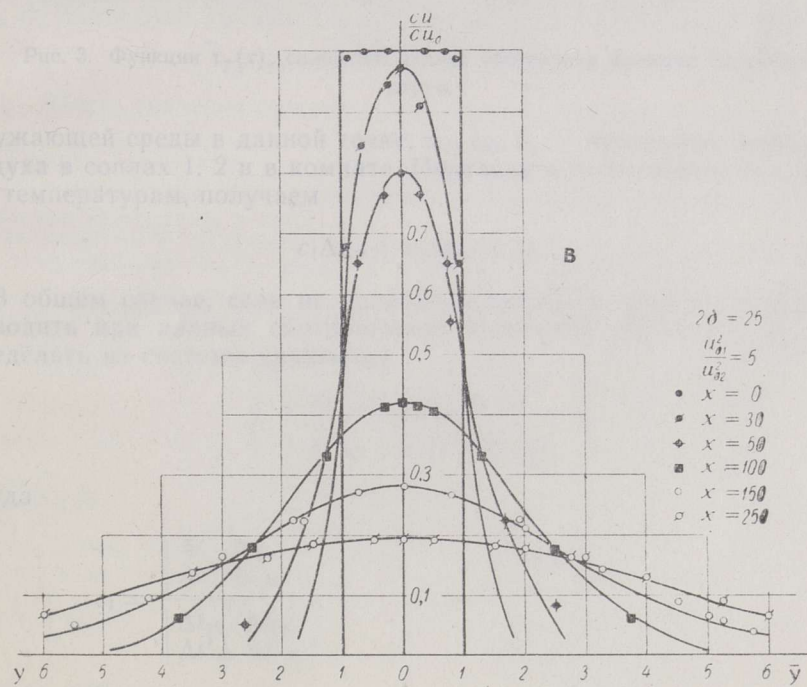
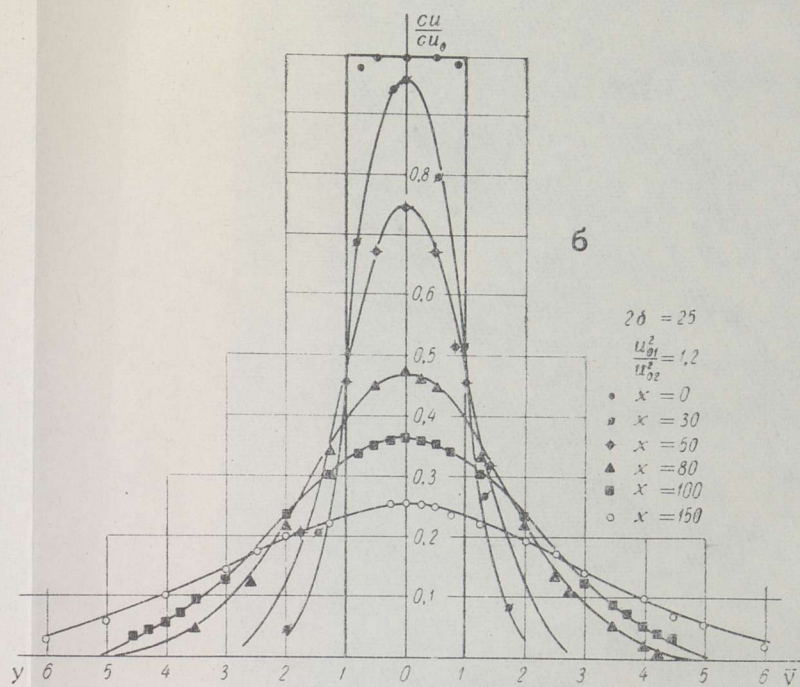
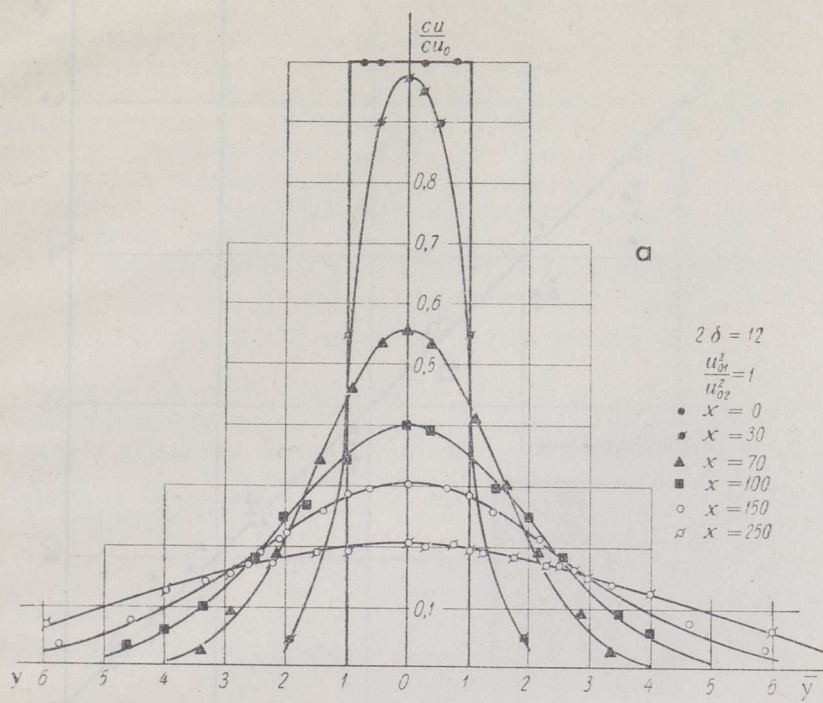


Рис. 2. Сравнение расчетных и экспериментальных ($b_{01} = b_{02} = 4$ мм) профилей; сплошной линией обозначены расчетные профили.

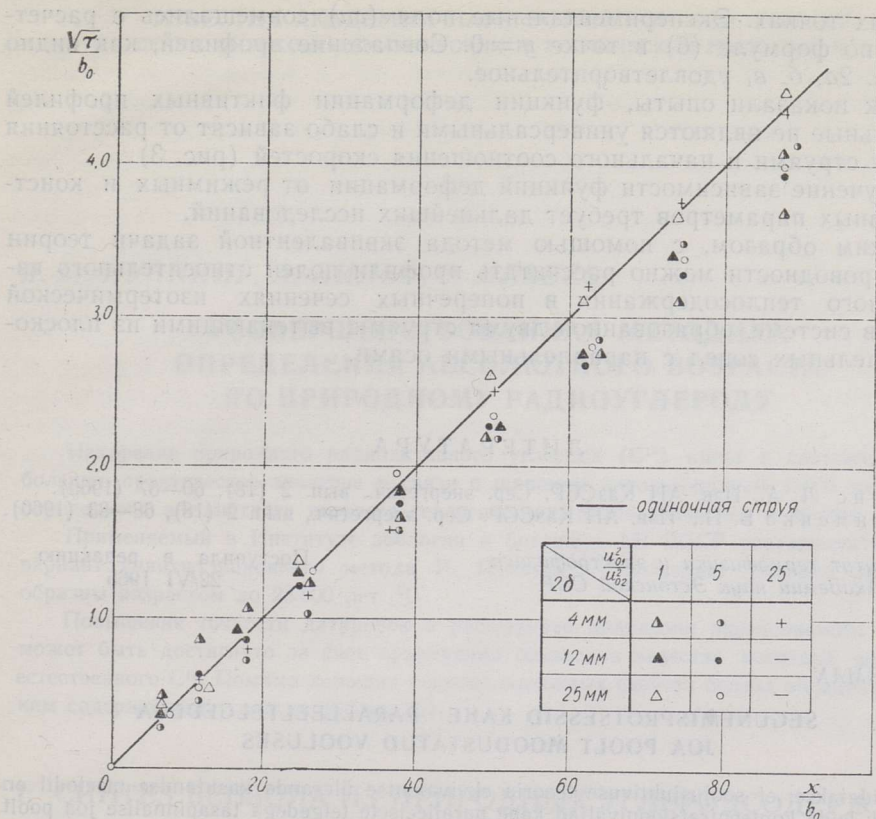


Рис. 3. Функции $\bar{\tau}_T(x)$; сплошной линией обозначена функция одиночной струи.

окружающей среды в данной точке; t_{10}, t_{20}, t_k — начальные температуры воздуха в соплах 1, 2 и в комнате. Переходя к избыточным над комнатной температурам, получаем

$$c_1 \Delta t_{10} + c_2 \Delta t_{20} = \Delta t. \quad (7a)$$

В общем случае, если не удавалось получить $\Delta t_{20} = 0$, приходилось проводить при данных соотношениях скоростей два опыта, а c_1 и c_2 определять из системы уравнений

$$\begin{cases} c_1 \Delta t_{10} + c_2 \Delta t_{20} = \Delta t \\ c_1 \Delta t'_{10} + c_2 \Delta t'_{20} = \Delta t', \end{cases} \quad (8)$$

откуда

$$c_1 = \frac{\begin{vmatrix} \Delta t & \Delta t_{20} \\ \Delta t' & \Delta t'_{20} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \Delta t_{10} & \Delta t_{20} \\ \Delta t'_{10} & \Delta t'_{20} \end{vmatrix}}, \quad c_2 = \frac{\begin{vmatrix} \Delta t_{10} & \Delta t \\ \Delta t'_{10} & \Delta t' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \Delta t_{10} & \Delta t_{20} \\ \Delta t'_{10} & \Delta t'_{20} \end{vmatrix}}. \quad (8a)$$

Таким образом, измерение концентраций сводилось к измерению температур (максимальный перегрев Δt_0 не превышает 30°C). Полученные из системы (8) концентрации умножались на скорости в соответ-

вующих точках. Экспериментальные поля (cu) совмещались с расчетными по формуле (6) в точке $y=0$. Совпадение профилей, как видно из рис. 2а, б, в, удовлетворительное.

Как показали опыты, функции деформации фиктивных профилей в реальные не являются универсальными и слабо зависят от расстояния между струями и начального соотношения скоростей (рис. 3).

Изучение зависимости функций деформации от режимных и конструктивных параметров требует дальнейших исследований.

Таким образом, с помощью метода эквивалентной задачи теории теплопроводности можно рассчитать профили полей относительного избыточного теплосодержания в поперечных сечениях изотермической струи в системе, образованной двумя струями, вытекающими из плоскопараллельных сопел с параллельными осями.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вулис Л. А., Изв. АН КазССР. Сер. энергетич., вып. 2 (18), 60—67 (1960).
2. Устименко Б. П., Изв. АН КазССР. Сер. энергетич., вып. 2 (18), 68—83 (1960).

Институт термofизики и электрофизики
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию
22/VI 1965

F. FRISMAN

SEGUNEMISPROTSESSID KAHE PARALLEELTELGEDEGA JOA POOLT MOODUSTATUD VOOLUSES

Näidatakse, et soojusjuhtivuse teooria ekvivalentse ülesande kasutamise meetodil on võimalik leida kontsentratsiooniväljad kahe paralleelsete telgedega tasapinnalise joa poolt tekitatud süsteemis.

Arvutuse andmed on rahuldavas kooskõlas katsetulemustega.

F. FRISHMAN

PROCESS OF MIXING IN A SYSTEM OF TWO PARALLEL JETS

The possibility is shown to use the method of "equivalent task" of the theory of heat conduction for finding concentration fields in a system of two two-dimensional jets with parallel axes.

The results are shown to be in satisfactory agreement with experiments.