

Х. АБЕН

## К ИЗМЕРЕНИЮ РАЗНОСТИ ФАЗ В ФОТОУПРУГИХ ПОКРЫТИЯХ

Для измерения оптической разности фаз в фотоупругих покрытиях описывается метод, аналогичный методу, разработанному автором ранее для измерения разности фаз с помощью синхронного полярископа [1, 2]. Метод исключает возникновение мешающего фона от отражения света.

При исследовании напряжений методом фотоупругих покрытий среди различных типов полярископов широко используются полярископы удваивающего типа [3, 4] (см. рисунок), так как в этом случае исключены ошибки от влияния градиента напряжений в поверхности фотоупругого покрытия.

Число полос из-за малой толщины покрытия мало, поэтому при более точных исследованиях обычно необходимо произвести измерения оптической разности фаз по отдельным точкам покрытия [5-8]. Такие измерения усложняются тем, что вследствие отражения света от поверхности фотоупругого покрытия возникает мешающий фон, интенсивность которого иногда равняется интенсивности полезного пучка света [9].

Чтобы исключить влияние отражения света, в работе [9] предложен метод измерения разности фаз с помощью компенсационного клина, который прикрепляется к поверхности фотоупругого покрытия, причем зазор между клином и покрытием заполняется иммерсионной жидкостью. В настоящей статье описывается метод измерения разности фаз в фотоупругом покрытии при помощи фазовой пластинки\*, которая устанавливается на фотоупругом покрытии аналогично компенсационному клину. Для измерения разности фаз необходимо найти такое положение креста поляризации, при котором интенсивность выходящего из скрещенного полярископа света равна нулю.

Рассматриваем оптическую систему, состоящую из двух поставленных друг за другом двупреломляющих пластинок с разностями фаз  $2\gamma_1$  и  $2\gamma_2$ ; одноименные главные направления пластинок составляют угол  $\Theta$ .

Матрица рассматриваемой оптической системы [10] при однократном прохождении света  $U^{(1)}$  имеет вид

$$U^{(1)} = G(\gamma_2) S(\Theta) G(\gamma_1), \quad (1)$$

где

$$G(\gamma_i) = \begin{pmatrix} e^{i\gamma_j} & 0 \\ 0 & e^{-i\gamma_j} \end{pmatrix}, \quad S(\Theta) = \begin{pmatrix} \cos \Theta & \sin \Theta \\ -\sin \Theta & \cos \Theta \end{pmatrix}. \quad (2)$$

\* Фазовой пластинкой называется двупреломляющая пластинка с известной разностью фаз.

Координатные оси в точке входа света совпадают с главными направлениями первой пластинки, в точке выхода — с главными направлениями второй пластинки.

Производя умножение в (1) с учетом соотношений (2), имеем

$$U^{(1)} = \begin{pmatrix} e^{i(\gamma_1 + \gamma_2)} \cos \Theta & e^{i(\gamma_2 - \gamma_1)} \sin \Theta \\ -e^{-i(\gamma_2 - \gamma_1)} \sin \Theta & e^{-i(\gamma_1 + \gamma_2)} \cos \Theta \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Матрицу (3) можем записать в виде

$$U^{(1)} = \begin{pmatrix} e^{i\xi} \cos \Theta & e^{i\zeta} \sin \Theta \\ -e^{-i\zeta} \sin \Theta & e^{-i\xi} \cos \Theta \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где  $\xi = \gamma_1 + \gamma_2$ ,  $\zeta = \gamma_2 - \gamma_1$ .

Из формул, выведенных в работе [10], можем определить угол  $\alpha_0$  между первичными характеристическими направлениями системы, описываемой матрицей  $U^{(1)}$ , и главными направлениями первой двупреломляющей пластинки

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{\sin 2\gamma_2 \sin 2\Theta}{\sin 2\gamma_1 \cos 2\gamma_2 + \cos 2\gamma_1 \sin 2\gamma_2 \cos 2\Theta}. \quad (5)$$

Другим путем формула (5) выведена в работе автора [11].

Если за второй двупреломляющей пластинкой поставлено зеркало, то после отражения свет проходит оптическую систему второй раз, но в обратном направлении. Матрица оптической системы для двукратного прохождения света  $U^{(2)}$  выражается в виде [10]

$$U^{(2)} = \tilde{U}^{(1)} U^{(1)},$$

где тильда обозначает транспонирование матрицы.

Так как матрица  $U^{(1)}$  унитарна, то матрица  $U^{(2)}$  унитарна и симметрична, т. е. мы имеем дело с частным случаем так называемых симметричных оптических систем, которые исследовались в работе [12]. На основе последней можно заключить, что характеристические направления (как первичные, так и вторичные) при двукратном прохождении света через рассматриваемую оптическую систему совпадают с первичными характеристическими направлениями элементарной оптической системы, описываемой матрицей  $U^{(1)}$ .

Следовательно, если крест поляризации составляет с главными направлениями первой двупреломляющей пластинки угол  $\alpha_0$  (5), то интенсивность выходящего из скрещенного полярископа света равна нулю.

В нашем случае первой двупреломляющей пластинкой является фазовая пластинка  $\Phi$ , а второй пластинкой — фотоупругое покрытие  $C$  (см. рисунок).

Определяем из соотношения (5) разность фаз фотоупругого покрытия  $2\gamma_2$

$$\operatorname{tg} 2\gamma_2 = \frac{\sin 2\gamma_1}{\operatorname{ctg} 2\alpha_0 \sin 2\Theta - \cos 2\gamma_1 \cos 2\Theta}. \quad (6)$$

В формуле (6)  $2\gamma_1$  — разность фаз фазовой пластинки,  $\Theta$  — угол между главными направлениями фазовой пластинки и фотоупругого покрытия,  $\alpha_0$  — угол между главными направлениями фазовой пластинки и крестом поляризации при нулевой интенсивности выходящего из скрещенного полярископа света.

Определяя главные направления в фотоупругом покрытии перед включением фазовой пластинки и характеристические направления (угол  $\alpha_0$ ) при включенной фазовой пластинке, можно из формулы (6) определить искомую оптическую разность фаз фотоупругого покрытия  $2\gamma_2$ . Разность фаз  $2\gamma_2$  соответствует однократному прохождению света через фотоупругое покрытие, т. е.

$$2\gamma_2 = Ct(\sigma_1 - \sigma_2), \quad (7)$$

где  $C$  — оптическая постоянная,  $t$  — толщина покрытия,  $(\sigma_1 - \sigma_2)$  — разность главных напряжений.

Любопытно отметить, что формула (6) совпадает с формулой, выведенной ранее [1, 2] для измерения разности фаз в обычном синхронном полярископе. Это совпадение не является тривиальным, так как схемы полярископов в обоих случаях различны, так же как и методы вывода формулы (6).

Из формулы (6) видно, что в принципе измерение разности фаз можно произвести при любых значениях угла  $\theta$  (за исключением случая  $\sin 2\theta = 0$ ) и разности фаз фазовой пластинки  $2\gamma_1$  (за исключением случая  $\sin 2\gamma_1 = 0$ ). Однако в некоторых частных случаях формула (6) упрощается.

1.  $\theta = 45^\circ$ :

$$\text{tg } 2\gamma_2 = \text{tg } 2\alpha_0 \sin 2\gamma_1; \quad (8)$$

2.  $2\gamma_1 = 90^\circ$ :

$$\text{tg } 2\gamma_2 = \frac{\text{tg } 2\alpha_0}{\sin 2\theta}; \quad (9)$$

3.  $\theta = 45^\circ$ ,  $2\gamma_1 = 90^\circ$ :

$$\text{tg } 2\gamma_2 = \text{tg } 2\alpha_0. \quad (10)$$

Хотя произвольность угла  $\theta$  и разности фаз  $2\gamma_1$  может создать некоторые удобства с точки зрения техники эксперимента, необходимо отметить, что согласно работе [1] точность метода является наивысшей при  $\theta = 45^\circ$  и  $2\gamma_1 = (2n + 1) \frac{\pi}{2}$ , ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ).

Аналогично методу компенсационного клина [9] при описанном выше методе фон от отражения света отсутствует, так как отраженный от поверхности фазовой пластинки линейнополяризованный свет погашается анализатором, который скрещен с поляризатором.

Описанный метод несколько удобнее метода компенсационного клина, так как вращение креста поляризации проще, чем смещение клина по поверхности фотоупругого покрытия. Кроме того, главные направления фазовой пластинки могут в принципе быть ориентированы произвольно, но главные направления клина должны быть параллельны главным направлениям покрытия [9].

Если в фотоупругом покрытии имеет место вращение главных направлений, что может возникать при исследовании оболочек [12], то методика

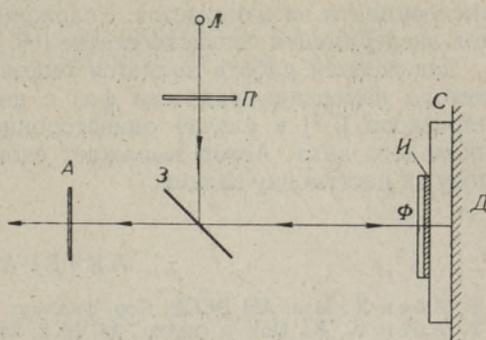


Схема полярископа удваивающего типа: Л — источник света, П — поляризатор, А — анализатор, З — полупрозрачное зеркало, С — фотоупругое покрытие, Ф — фазовая пластинка, И — иммерсионная жидкость, Д — исследуемая деталь.

эксперимента не изменяется. Усложняется лишь интерпретация результатов эксперимента согласно статье [12].

Настоящая работа является теоретическим обоснованием применения метода измерения разности фаз с помощью обычного синхронного полярископа [1, 2] в случае одностороннего синхронного полярископа специального вида. Автор выражает свою признательность М. Х. Ахметзянову за постановку задачи.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Абен Х., Изв. АН ЭССР. Сер. физ.-мат. и техн. наук, № 3, 167—171 (1962).
2. Абен Х. К., Опт. и спектр., 14, № 2, 240—246 (1963).
3. Фрохт М. М., Фотоупругость, т. 2, М.—Л., 1948.
4. Напряжения и деформации в деталях и узлах машин, М., 1961.
5. F. Zandtman, Analyse des contraintes, 2, № 6, 3—14 (1955).
6. Пригоровский Н. И., Богдаль П. Т., Заводск. лаборатория, 27, № 6, 721—724 (1961).
7. Александров А. Я., Ахметзянов М. Х., Ж. прикл. мат. и техн. физ., № 6, 99—110 (1961).
8. Favre H., Schumann W., A photoelectric-interferometric method to determine separately the principal stresses in two-dimensional states and possible applications to surface and thermal stresses, "Photoelasticity", Pergamon Press, 1963.
9. Краснов Л. А., Тр. Новосибирск. ин-та инж. ж.-д. трансп., № 24, 175—184 (1961).
10. Абен Х., Изв. АН ЭССР. Сер. физ.-мат. и техн. наук, № 4, 329—343 (1964).
11. Абен Х., Изв. АН ЭССР. Сер. физ.-мат. и техн. наук, № 1, 16—23 (1962).
12. Абен Х. К., Изв. АН СССР. ОН, Механика и машиностроение, № 6, 106—111 (1964).

Институт кибернетики  
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию  
6/VII 1964

H. ABEN

#### FAASINIHKE MÕOTMISEST FOTOELASTSETES KATETES

Esitatakse meetod faasinihke mõõtmiseks fotoelastsetes katetes, mis on analoogiline autori poolt varem väljatöötatud faasinihke mõõtmise meetodiga sünkroonpolariskoobi abil [1, 2]. Pärast isokliini parameetri määramist tuleb fotoelastse katte peale asetada kaksikmurdv plaad, mille peasuunad ja faasinihe on teada. Leides polarisaatori nurga kaksikmurdv plaadi peasuundade suhtes  $\alpha_0$ , mille puhul polariskoobist väljuva valguse intensiivsus on null, saab otsitava faasinihke  $2\gamma_2$  arvutada valemist (6), kus  $2\gamma_1$  on kaksikmurdv plaadi faasinihe ning  $\theta$  — nurk fotoelastse katte ja kaksikmurdv plaadi peasuundade vahel. Asetades kaksikmurdv plaadi ja fotoelastse katte vahele immersioonvedeliku, ei teki vaadeldava meetodi puhul valguse peegeldumisest segavat fooni, sest et kaksikmurdv plaadi pinnalt peegeldunud lineaarselt polariseeritud valgus kustutatakse täielikult analüsaatori poolt.

H. ABEN

#### ON THE MEASUREMENT OF PHASE DIFFERENCE BY PHOTOSTRESS TECHNIQUE

For measuring the phase difference by photo-stress technique a method is proposed, which is analogous to the method developed by the author formerly for measuring the phase difference in a synchronized polariscope [1, 2]. After the parameter of the isoclinic is determined, a compensator plate must be placed on the photoelastic layer and the dark-field polariscope must be rotated until extinction is obtained. The phase difference in the photoelastic layer  $2\gamma_2$  can be determined from the formula (6), where  $2\gamma_1$  is the phase difference of the compensator plate,  $\theta$  is the angle between the principal directions of the photoelastic layer and the compensator plate and  $\alpha_0$  is the angle which polarizer makes with the principal directions of the compensator plate by extinction. When immersion fluid is used between the photoelastic layer and the compensator plate, the method excludes disturbing reflections of light.