

<https://doi.org/10.3176/phys.math.tech.1963.1.01>

О СИНТЕЗЕ АХРОМАТИЧЕСКИХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫХ СВЕТОДЕЛИТЕЛЕЙ

П. КАРД,

член-корреспондент Академии наук Эстонской ССР

Предложен эффективный метод, позволяющий путем относительно несложных вычислений синтезировать многослойные диэлектрические интерференционные светоделители, у которых отношение коэффициентов отражения и пропускания почти постоянно в заданном спектральном интервале и близко к заданному значению.

Введение

Задача синтеза многослойных интерференционных покрытий по праву считается трудной. Подход к ней значительно облегчается специализацией проблемы, т. е. вместо того, чтобы решать ее в самом общем виде, рассматривают вопрос о синтезе покрытия определенного типа. Уже известен целый ряд подобных частных решений общей проблемы синтеза. В настоящей статье предлагается эффективный способ синтеза еще одного частного типа покрытия, именно, нейтрального (ахроматического) светоделителя, состоящего из тонких (интерференционных) диэлектрических (т. е. непоглощающих) слоев.

Идея предлагаемого метода была использована автором уже раньше [1] для синтеза ахроматических просветляющих пленок. Применение этой же идеи для синтеза ахроматических светоделителей основано на одном существенном замечании о применимости хорошо известной приближенной формулы теории диэлектрических покрытий.

Формула, о которой идет речь, может быть записана в виде

$$\frac{r}{d} = - \sum_{m=0}^N \sigma_m e^{i(-\alpha_1 - \alpha_2 - \dots - \alpha_m + \sigma_{m+1} + \dots + \alpha_N)}, \quad (1)$$

где r и d — амплитудные коэффициенты отражения и пропускания покрытия, N — число слоев;

$$\alpha_m = kn_m h_m, \quad (2)$$

где k — волновое число в вакууме, а n_m и h_m — показатель преломления и толщина m -ого слоя; n_0 и n_{N+1} — показатели преломления исходной и конечной сред;

$$\sigma_m = \frac{1}{2} \ln \frac{n_{m+1}}{n_m}. \quad (3)$$

Формулы (2) и (3) верны в таком виде в случае нормального падения света. В дальнейшем мы и ограничимся только этим случаем.

Формула (1) может быть выведена (см., напр., статью автора [2]) из точной формулы, содержащей гиперболические синусы и косинусы от аргументов v_m . Чтобы получить ее, нужно все гиперболические косинусы положить равными единице, а все гиперболические синусы — равными их аргументам. Следовательно, непременным условием применимости формулы (1) является, прежде всего, вещественность всех v_m . Это значит, что покрытие должно быть непоглощающим, что мы и предполагаем.

Кроме того, вывод формулы (1) предполагает, очевидно, достаточную малость всех v_m . Возникает вопрос, в каких случаях это условие можно считать выполненным (в смысле применимости формулы (1)).

Чтобы ответить на этот вопрос, отметим прежде всего, что, кроме формулы (1), то же приближение (т. е. $\text{ch } v \approx 1$, $\text{sh } v \approx v$) дает формулу:

$$d = e^{-i(\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_N)}, \quad (4)$$

так что

$$r = - \sum_{m=0}^N v_m e^{-2i(\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_m)}. \quad (5)$$

Из последних двух формул как будто вытекает, что данное приближение применимо только ко условию малости коэффициента отражения, т. е. когда коэффициент пропускания близок к единице (так как по формуле (4) он даже равен единице). В соответствии с этим заключением в литературе до сих пор только в таких случаях и применялась формула (5) (или ее разновидности).

Между тем, легко заметить, что формула (4), в силу соотношения

$$R + D = 1 \quad (6)$$

между энергетическими коэффициентами отражения и пропускания, является излишней. Одна лишь формула (1) дает для r и d формулы, отличные от (4) и (5) и по сравнению с ними более точные

$$r = \frac{- \sum_{m=0}^N v_m e^{-2i(\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_m)}}{\sqrt{Q+1}}, \quad (7)$$

$$d = \frac{e^{-i(\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_N)}}{\sqrt{Q+1}}, \quad (8)$$

где

$$Q \equiv \left| \sum_{m=0}^N v_m e^{-2i(\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_m)} \right|^2. \quad (9)$$

В тех случаях, когда нас интересуют (как в данной статье) только энергетические коэффициенты R и D , формулы (7) — (9) можно заменить единственной формулой

$$\frac{R}{D} = \left| \sum_{m=0}^N v_m e^{-2i(\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_m)} \right|^2. \quad (10)$$

Большая точность формул (7) и (8) по сравнению с формулами (4) и (5) означает, что их применимость должна быть шире. Мы можем отказаться от условия малости R и должны вновь обратиться к вопросу: в каких случаях формула (10) настолько точна, что ее применение может быть оправдано?

Не вдаваясь здесь в полный теоретический анализ этого вопроса (заслуживающего рассмотрения в особой статье), заметим только, что на практике применение формулы (10) дало хороший результат в самых разнообразных случаях. Это верно даже при R , близком к единице. В качестве иллюстрации на рис. 1 показаны графики R для семи-слойного двухкомпонентного отражательного покрытия, вычисленные по точной формуле (кривая I) и по приближенной формуле (кривая II). Хотя в отдельных узких интервалах спектра (например, около $\alpha = 70^\circ$) расхождение между точным и приближенным значениями R велико, приближенная кривая в целом все-таки хорошо передает характерные особенности истинной кривой. Сходные результаты получены и во многих других случаях. Основываясь на этом опыте, формулу (10) можно признать достаточно точной для всех типов диэлектрических покрытий, особенно, во-первых, в целях быстрого ориентировочного расчета и, во-вторых, в проблеме синтеза, где также обычно приходится поначалу довольствоваться лишь первым, т. е. более или менее грубым приближением.

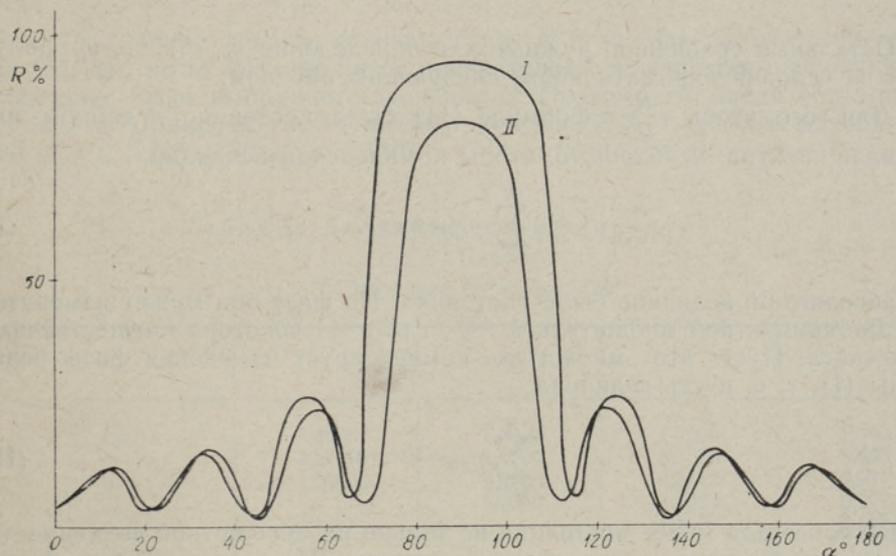


Рис. 1.

Синтез ахроматического светоделителя

Покажем теперь, каким образом формула (10) может найти применение для синтеза ахроматических светоделителей. Пусть требуется синтезировать ахроматический светоделитель, имеющий в некотором интервале спектра значение $\frac{R}{D}$, возможно близкое к некоторому заданному значению Q . Как будет видно из дальнейшего, выгодно опти-

ческие толщины всех слоев принять равными, так что формула (10) получит вид

$$\frac{R}{D} = \left| \sum_{m=0}^N v_m e^{-2im\alpha} \right|^2; \quad (11)$$

кроме того, целесообразно слои сделать четвертьволновыми (т. е. $\alpha = 90^\circ$) в середине шкалы частот рассматриваемого интервала спектра. Поскольку, таким образом, толщины слоев уже выбраны, дальнейшая задача состоит лишь в определении нужных значений показателей преломления слоев (при заданных значениях N , n_0 и n_{N+1}).

Так как точная формула при $\alpha = 90^\circ$ дает

$$\frac{R}{D} = \text{sh}^2(v_0 - v_1 + \dots + (-1)^N v_N), \quad (12)$$

то искомые величины v_0, v_1, \dots, v_N должны удовлетворять условию

$$v_0 - v_1 + \dots + (-1)^N v_N = \text{Ar sh } \sqrt{Q}; \quad (13)$$

другое условие вытекает из формулы (3)

$$v_0 + v_1 + \dots + v_N = \frac{1}{2} \ln \frac{n_{N+1}}{n_0}. \quad (14)$$

Остальные уравнения, нужные для определения v_0, v_1, \dots, v_N , получим из условия ахроматичности следующим образом.

Для того, чтобы $\frac{R}{D}$ в формуле (11) было постоянно в данном интервале спектра, необходимо, чтобы комплексная величина

$$\sum_{m=0}^N v_m e^{-2im\alpha} \quad (I)$$

по абсолютной величине была постоянна. По фазе она может изменяться. Добавим к ней множитель $e^{-2ig\alpha}$, где g — некоторая вещественная константа. Пусть этот множитель компенсирует изменения фазы величины (I), т. е. пусть величина

$$\sum_{m=0}^N v_m e^{-2i(m+g)\alpha} \quad (II)$$

будет более или менее постоянна не только по абсолютной величине, но и по фазе. Очевидно, постоянство величины (II) в этом смысле *достаточно* для постоянства $\frac{R}{D}$. Поэтому, в качестве условия, гарантирующего приближенное постоянство $\frac{R}{D}$, можно взять равенство

$$\frac{1}{\alpha_2 - \alpha_1} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \left| \frac{\partial}{\partial \alpha} \sum_{m=0}^N v_m e^{-2i(m+g)\alpha} \right|^2 d\alpha = \min, \quad (15)$$

где через α_1, α_2 обозначены границы спектрального интервала.

Варьируемыми величинами при нахождении этого минимума являются v_0, v_1, \dots, v_N (с учетом условий (13) и (14)) и g . Так как, однако, непосредственное варьирование по указанным переменным приводит к

очень громоздким выкладкам, целесообразно проводить это вычисление по несколько иному плану. Хотя при этом, строго говоря, минимум интеграла (15) не достигается, отличие от минимума практически пренебрежимо. Обозначим

$$(g + m)v_m \equiv b_m, \quad m = 0, 1, \dots, N. \quad (16)$$

Тогда формула (15) перепишется в виде

$$\frac{1}{\alpha_2 - \alpha_1} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \left| \sum_{m=0}^N b_m e^{-2im\alpha} \right|^2 d\alpha = \min. \quad (17)$$

После вычисления интеграла получим в левой части некоторую квадратичную форму переменных b_m . Будем искать ее минимум при дополнительном условии

$$b_0 + b_1 + \dots + b_N = \text{const.} \quad (18)$$

Это даст определенные отношения между величинами b_0, b_1, \dots, b_N ; обозначим их через c_m

$$c_m = \frac{b_m}{b_0}, \quad m = 0, 1, \dots, N. \quad (19)$$

Числа c_m зависят только от числа слоев N и от спектрального интервала (α_1, α_2), но не зависят ни от показателей преломления ограничивающих сред, ни от выбранного значения Q . Поэтому эти числа легко табулировать. Приведем такую таблицу для $N = 2, 3, 4, 5$ и для интервалов $60^\circ \leq \alpha \leq 120^\circ$ и $30^\circ \leq \alpha \leq 150^\circ$

Таблица значений коэффициентов c_m

1. Интервал $60^\circ \leq \alpha \leq 120^\circ$

c \ N	2	3	4	5
c_0	1,0000	1,0000	1,0000	1,000
c_1	1,6790	2,4100	3,1523	3,898
c_2	1,0000	2,4100	4,3873	6,927
c_3		1,0000	3,1523	6,927
c_4			1,0000	3,898
c_5				1,000

2. Интервал $30^\circ \leq \alpha \leq 150^\circ$

c \ N	2	3	4	5
c_0	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
c_1	1,1463	1,3427	1,5642	1,7980
c_2	1,0000	1,3427	1,7930	2,3285
c_3		1,0000	1,5642	2,3285
c_4			1,0000	1,7980
c_5				1,0000

Далее, обозначая для краткости

$$\frac{\operatorname{Ar sh} \sqrt{Q} + \frac{1}{2} \ln \frac{n_{N+1}}{n_0}}{\operatorname{Ar sh} \sqrt{Q} - \frac{1}{2} \ln \frac{n_{N+1}}{n_0}} \equiv \xi, \quad (20)$$

находим из условий (13) и (14)

$$-\frac{v_0 + v_2 + \dots}{v_1 + v_3 + \dots} = \xi.$$

Выражая здесь v_0, v_1, \dots, v_N через b_0, b_1, \dots, b_N по формуле (16) и переходя затем к отношениям c_1, c_2, \dots, c_N , получим уравнение

$$1 + \frac{\xi c_1 g}{g+1} + \frac{c_2 g}{g+2} + \frac{\xi c_3 g}{g+3} + \dots = 0, \quad (21)$$

определяющее g . Когда g найдено, вычисляем v_0, v_1, \dots, v_N по формуле

$$v_m = \frac{c_m g}{g+m} \cdot \frac{\frac{1}{2} \ln \frac{n_{N+1}}{n_0}}{\sum_{k=0}^N \frac{c_k g}{g+k}}, \quad m = 0, 1, \dots, N \quad (22)$$

вытекающей из (14), (16) и (19). Формулой (13) можно затем дополнительно воспользоваться для проверки правильности результата. Найденные же согласно (22) значения v_0, v_1, \dots, v_N определяют по формуле (3) показатели преломления слоев.

Уравнение (21) является уравнением N -ой степени относительно g , все N корней которого вещественны, если $\xi > 0$ (а это условие у светоделителей всегда выполнено). Что это так, видно из того, что производная по g от левой части уравнения (21) всегда положительна (здесь нужно учесть, что все коэффициенты c_1, c_2 и т. д., как видно из таблиц их значений, положительны). Но сама левая часть уравнения (21) в точках $g = -1, g = -2, \dots, g = -N$ испытывает разрыв от $+\infty$ до $-\infty$, будучи везде вне этих точек непрерывна. Отсюда вытекает, что в каждом промежутке между целыми числами $0, -1, -2, \dots, -N$ лежит один и только один корень уравнения.

В зависимости от того, какой корень мы выберем, получим N различных вариантов решения проблемы. Не всегда, впрочем, эти варианты оказываются все существенно различными. Наиболее выгодным будет тот вариант, который даст наименьшее значение минимума в (17). По-видимому, для этого нужно выбирать наименьший (по абсолютной величине) корень уравнения (21). Впрочем, фактически оказывается, что все другие варианты дают почти столь же хорошую ахроматичность светоделителя. Но так как значения показателей преломления слоев получаются в разных вариантах различными, то выбирать следует тот вариант, который дает показатели преломления, наиболее удобные с точки зрения технологии изготовления светоделителя. В нижеследующих примерах везде выбрано наименьшее значение $|g|$.

Примеры и обсуждение

Во всех примерах принято $Q = 1$ (т. е. $R = D = 50\%$), так что $\operatorname{Ar sh} \sqrt{Q} = 0,88137$. За исходную среду принят воздух, а за подложку —

стекло с показателем преломления 1,52, так что

$$\frac{1}{2} \ln \frac{n_{N+1}}{n_0} = 0,20936.$$

Отсюда следует, что $\xi = 1,6231$.

1. Двуслойный светоделитель, ахроматический в интервале $60^\circ \leq \alpha \leq 120^\circ$. Результаты: $g = -0,2406$; $v_0 = 0,6318$, $v_1 = -0,3360$, $v_2 = -0,0864$; $n_1 = 3,538$, $n_2 = 1,807$.

$$\frac{R_I(\alpha)}{1 - R_I(\alpha)} = 1,000 + 0,3076 \cos^2 \alpha - 1,263 \cos^4 \alpha.$$

2. Двуслойный светоделитель, ахроматический в интервале $30^\circ \leq \alpha \leq 150^\circ$. Результаты: $g = -0,3058$; $v_0 = 0,6655$, $v_1 = -0,3360$, $v_2 = -0,1201$; $n_1 = 3,784$, $n_2 = 1,933$.

$$\frac{R_{II}(\alpha)}{1 - R_{II}(\alpha)} = 1,000 + 0,9520 \cos^2 \alpha - 1,907 \cos^4 \alpha.$$

3. Пятислойный светоделитель, ахроматический в интервале $30^\circ \leq \alpha \leq 150^\circ$. Результаты: $g = -0,1470$; $v_0 = 0,7303$, $v_1 = -0,2263$, $v_2 = -0,1348$, $v_3 = -0,0876$, $v_4 = -0,0501$, $v_5 = -0,0221$; $n_1 = 4,309$, $n_2 = 2,740$, $n_3 = 2,093$, $n_4 = 1,756$, $n_5 = 1,589$.

$$\frac{R_{III}(\alpha)}{1 - R_{III}(\alpha)} = 1,000 - 1,118 \cos^2 \alpha + 10,10 \cos^4 \alpha - 35,81 \cos^6 \alpha +$$

$$+ 50,87 \cos^8 \alpha - 25,00 \cos^{10} \alpha.$$

Вычисление коэффициентов отражения R_I , R_{II} , R_{III} выполнено во всех примерах, конечно, по точной формуле. Дисперсия в вычислениях, как и в теории метода, не учитывалась.

Графики функций $R_I(\alpha)$, $R_{II}(\alpha)$, $R_{III}(\alpha)$ представлены на рис. 2. При этом график $R_I(\alpha)$ дан в том же интервале $30^\circ \leq \alpha \leq 150^\circ$, как и остальные.

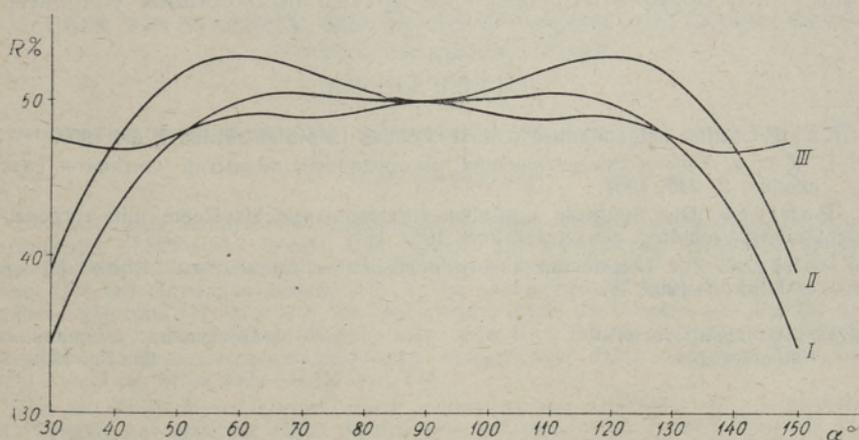


Рис. 2.

Из приведенных результатов видно, что наш метод, действительно, способен привести к синтезу светоделителя с хорошим ахроматизмом. В интервале $60^\circ \leq \alpha \leq 120^\circ$ для этого достаточно двух слоев, а в интервале $30^\circ \leq \alpha \leq 150^\circ$ число слоев должно быть больше. Два слоя (2-й пример) дают в этом интервале недостаточную ахроматичность (примечательно, что двуслойный светоделитель, рассчитанный для интервала $60^\circ \leq \alpha \leq 120^\circ$, мало уступает в интервале $30^\circ \leq \alpha \leq 150^\circ$ в смысле ахроматичности светоделителю, рассчитанному для этого более широкого интервала). Зато пять слоев (3-й пример) дают уже и в интервале $30^\circ \leq \alpha \leq 150^\circ$ высокую ахроматичность, хотя она и не столь совершенна, как у двуслойного светоделителя в интервале $60^\circ \leq \alpha \leq 120^\circ$ (1-й пример).

Для показателей преломления приведенных в примерах светоделителей характерно монотонное убывание в направлении падения света. Этот результат не является, однако, непременным свойством светоделителя, будучи обусловлен тем, что мы везде выбирали наименьшее значение $|g|$. Вследствие этого для n_1 получилось самое высокое значение. В других вариантах слой с подобным высоким значением показателя преломления может получиться в середине или в конце системы слоев. Однако едва ли возможно обойтись вообще без таких высоких значений показателя преломления по крайней мере для одного слоя. В видимой области подобные вещества пока неизвестны, но в инфракрасной области наши результаты могут найти конкретное применение.

В прежней литературе наиболее значительные результаты по синтезу ахроматических светоделителей получил Полак [3, 4], который применял иной метод. Сравнение наших результатов с результатами Полака говорит определенно в пользу нового метода, так как он дает несравненно лучший ахроматизм, и в то же время гораздо удобнее с точки зрения практики вычислений. В некоторых случаях, впрочем, может оказаться полезным метод, промежуточный между методом Полака и нашим. Этот вопрос требует специального исследования.

В заключение сделаем два замечания: 1) наш метод, основное зерно которого заключается в использовании приближенной формулы (10), может быть с должными модификациями и усложнениями применен к синтезу не только нейтральных, но и цветных светоделителей; 2) в зависимости от характера проблемы условие равенства оптических толщин слоев может быть заменено другим подходящим условием.

ЛИТЕРАТУРА

1. P. Kard, Optilise selgendamise teooria. Loodus ja Matemaatika, 1, 67, 1959.
2. П. Г. Кард, Теория просветляющих многослойных покрытий. Оптика и спектроскопия, 2, 245, 1957.
3. H. Pohlack, Die Synthese optischer Interferenzschichtsysteme mit vorgegebenen Spektraleigenschaften. Jenaer Jahrbuch 1952, 181.
4. H. Pohlack, Zur Theorie der absorptionsfreien achromatischen Lichtteilungs Spiegel. Jenaer Jahrbuch 1956, 79.

Тартуский государственный
университет

Поступила в редакцию
29. III 1962

AKROMAATSETE DIELEKTRILISTE INTERFERENTS-VALGUSEJAOTAJATE SÜNTEESIST

P. Kard,

Eesti NSV Teaduste Akadeemia korrespondeeriv liige

Resümee

Peaaegu akromaatsete dielektriliste interferentspeeglite (valgusejaotajate) sünteesimiseks pakub häid võimalusi meetod, mida autor kasutas varem [1] selgendavate akromaatsete katete sünteesimiseks. Ainult tuleb seda meetodit üldistada. Põhiidee siin seisneb tuntud lähendusvalemi (1) resp. (10) kasutamises, kus suurusi α ja ν defineeritakse valemitega (2) ja (3). Vastupidi levinud arvamusele võib seda valemit kasutada edukalt mitte ainult peegeldumiskoeffitsiendi väiksuse korral, vaid ka siis, kui peegeldumiskoeffitsient on lähedane ühele (vt. sellekohast näidet joon. 1).

Et selle valemi abil sünteesida N -kihilist akromaatset valgusejaotajat, tuleb rahuldada ainult üht minimeerimiskriteeriumi (vt. valem (15)). Kõik kihid tuleb seejuures valida veerandlainepaksused (vaadeldava spektrivahemiku sageduste skaala keskel). Kihtide murdumisnäitajate arvutamiseks selle kriteeriumi põhjal tuleb esmalt lahendada teatud N -nda astme võrrand. Selles võrrandis (valem (21)) on g tundmatu; c_1, c_2, \dots, c_N on konstandid, mis olenevad ainult kihtide arvust ja spektripiirkonnast. Nende väärtused esitatakse tabelis.

ξ on määratud valemiga (20), kus Q tähendab suhte $\frac{R}{D}$ soovitud väärtust ja n_0, n_{N+1} on katet piiravate keskkondade murdumisnäitajad. Võrrandil (21) on N reaalselt lahendit, millest igaüks annab üldiselt ühe lahenduse kogu probleemi jaoks. Teatud kaalutlustel tuleb eelistada vähima absoluutväärtusega lahendit. Kihtide murdumisnäitajad arvutatakse valem (22) järgi, võttes arvesse ka valemit (3).

Kirjeldatud meetodil on tehtud arvutus kolme juhu jaoks ja tulemused esitatakse joonisel 2. Arvutus toimus täpse valemi järgi. Esimesel juhul $N=2$ ja spektrivahemiku äärmiste lainepikkuste suhe $\frac{\alpha_1}{\alpha_2}$ on 2. Teisel juhul $N=2$ ja $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = 5$. Kolmandal juhul $N=5$ ja $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = 5$. Nagu näha, kõigil kolmel juhul, eriti aga esimesel ja kolmandal, osutub valguse jaotaja tõepoolest silmapaistvalt neutraalseks.

Tartu Riiklik Ülikool

Saabus toimetusse
29. III 1962

ÜBER DIE SYNTHESE DER ACHROMATISCHEN DIELEKTRISCHEN INTERFERENZ-LICHTTEILER

P. Kard,

Korrespondierendes Mitglied der Akademie der Wissenschaften der Estnischen SSR

Zusammenfassung

Eine wirksame Methode zur Synthese der beinahe achromatischen dielektrischen Interferenzspiegel (Lichtteiler) erzielt man mittels der Erweiterung eines Verfahrens, das früher [1] zwecks Synthese der achromatischen reflexmindernden Schichtsysteme benutzt wurde. Der Grundgedanke besteht hier in der sachgemässen Ausnutzung der bekannten Annäherungsformel (1) resp. (10), wo alle α und ν durch die Formeln (2) und (3) definiert sind. Trotz der herkömmlichen Meinung kann man diese Formel nicht nur im Falle kleinen Reflexionsvermögens erfolgreich anwenden, sondern auch dann, wenn der Reflexionskoeffizient nahe 1 ist. Siehe dazu als Beispiel Fig. 1.

Um mit Hilfe dieser Formel einen achromatischen Lichtteiler mit N Schichten zu synthetisieren, hat man nur einem Minimierungskriterium (s. Formel (15)) zu genügen. Die optischen Dicken aller Schichten wählt man dabei der Viertelwellenlänge gleich (in der Mitte der Frequenzskala des betrachteten Spektralintervalls). Zur Bestimmung der Brechzahlen der Schichten auf Grund des Kriteriums (15) hat man dann zuerst eine

Gleichung N -ten Grades zu lösen. In dieser Gleichung (Formel (21)) ist g die Unbekannte; c_1, c_2, \dots, c_N sind die in der Tabelle angeführten Konstanten, die nur von der Anzahl der Schichten und von dem Spektralbereich abhängen. Die Zahl ξ ist durch die Formel (20) festgelegt, wo Q der erwünschte Wert des Verhältnisses $\frac{R}{D}$ ist und n_0, n_{N+1} die Brechzahlen der begrenzenden Medien sind. Die Gleichung (21) hat N reelle Wurzeln, die im allgemeinen je eine Lösung des ganzen Problems liefern. Allerdings hat man gute Gründe, die dem absoluten Betrage nach kleinste Wurzel zu bevorzugen. Die Brechzahlen der Schichten berechnet man nach der Formel (22) (mit Berücksichtigung der Formel (3)).

Nach der beschriebenen Methode werden als Beispiele drei Fälle durchgerechnet, deren Ergebnisse in Fig. 2 dargestellt werden. Zur Berechnung wurde natürlich die genaue Formel benutzt. Im ersten Falle hat man $N=2$ und die Verhältniszahl der extremen Wellenlängen des Spektralintervalls $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = 2$. Im zweiten Falle $N=2$ und $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = 5$; im dritten Falle $N=5$ und $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = 5$. Man sieht, dass in allen Fällen, besonders im ersten und im dritten, der Lichtteiler in der Tat eine ausgezeichnete Neutralität aufweist.

Staatsuniversität zu Tartu

Eingegangen
am 29. März 1962