

РАССЕЯНИЕ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН ТОЛСТОСТЕННЫМИ СФЕРИЧЕСКИМИ И ЦИЛИНДРИЧЕСКИМИ ОБОЛОЧКАМИ

(Представил Н. Алумяэ)

Рассматриваются стационарные задачи рассеяния плоских акустических волн толстостенными упругими оболочками сферической и цилиндрической формы. Для анализа резонансных компонентов парциальных мод применяется процедура резонансной теории рассеяния. В целях отыскания наибольшей относительной толщины оболочки h , при которой возбужденные в ней периферические волны являются волнами типа Лемба, проводятся счет резонансных компонентов парциальных мод и построение дисперсионных кривых фазовых скоростей волн для ряда оболочек с постоянно растущей относительной толщиной. Показывается, что для алюминиевых оболочек в воде при $h=1/3$ все еще возбуждаются волны типа Лемба, а при $h=1/2$ — уже релеевская волна и волны шепчущей галереи.

1. Как хорошо известно [¹⁻³], при рассеянии акустической волны тонкостенной упругой оболочкой переизлучение осуществляется тремя типами волн: дифрагированными (типа Франца), контактными (типа Стоунли) и нормальными (типа Лемба). При рассеянии сплошными упругими телами вместо нормальных волн переизлучаются поверхностные волны — релеевская и шепчущей галереи. Дифрагированные волны, возбужденные в упругом теле, в существенной мере подобны одноименным волнам либо на акустически мягком теле (в случае тонкостенной оболочка), либо на акустически жестком теле (в случае сплошного упругого тела). Свойства этих волн изучены достаточно подробно [⁴⁻⁶] и здесь мы их описывать не будем, тем более, что используемый нами вариант резонансной теории рассеяния не позволяет эти волны исследовать. Контактные (типа Стоунли) волны подробно изучены как при рассеянии тонкостенными, так и толстостенными оболочками [^{7, 8}]. Волны типа Лемба исследованы в [^{7, 8}], а поверхностные волны — в [^{5, 6}]. Понятно, что при увеличении относительной толщины оболочки должен произойти переход нормальных волн в поверхностные. Этому вопросу уделено внимание в статье [⁹], где с применением интегрального преобразования Зоммерфельда—Ватсона к решению в виде ряда проанализировано положение полюсов на комплексной плоскости при одном фиксированном значении волнового радиуса $x \equiv ka = 25$, рассчитаны вклады волн различных типов в функцию формы и сделан вывод о том, что при $h \geq 1/6$ переизлучение осуществляется поверхностными волнами. Поскольку это не согласуется с результатами [¹⁰], мы решили заняться этим вопросом.

2. Расчет резонансных компонентов парциальных мод проводился по методике [¹] для пустой алюминиевой оболочка, погруженной в воду, при следующих параметрах

алюминий: $\rho_1 = 2,79 \times 10^3$ кг/м³, $c_l = 6380$ м/с, $c_t = 3100$ м/с,

вода: $\rho = 1 \times 10^3$ кг/м³, $c = 1470$ м/с.

* Eesti Teaduste Akadeemia Küberneetika Instituut (Институт кибернетики Академии наук Эстонии). 200108 Tallinn, Akadeemia tee 21. Estonia.

Шаг счета $l_x = 10/256$. Сверху область счета была ограничена $z \leq 10$. Использовалось жесткое основание. Относительная толщина оболочки постепенно возрастала: $h = 1/m$ ($m = 10, 8, 4, 3, 2$).

Выше используются следующие обозначения: ρ_1, c_l, c_t — плотность материала оболочки и скорости продольной и поперечной волн в теории упругости; ζ, c — плотность жидкости и скорость звука в ней; $x = ka$ — волновой радиус в жидкости; $k = \omega/c$ — волновое число в жидкости; ω — частота; a, b — наружный и внутренний радиусы оболочки; $h = (a-b)/a$ — относительная толщина оболочки; $2d$ — толщина оболочки; $z = k_1 d$ — волновая полутолщина поперечной волны; $k_1 = \omega/c_1$ — волновое число поперечной волны.

Сферическая оболочка

Как показали результаты вычислений, при $h = 1/3$ падающая волна возбуждает в оболочке нормальные (типа Лемба) симметричные S_j и антисимметричные A_j ($j = 0, 1, 2, \dots$) периферические волны (рис. 1). Анализ дисперсионных кривых фазовых скоростей этих волн при рассеянии сферической оболочкой, а также резонансных частот порционных мод, совпадающих с соответствующими резонансами периферических волн, возбужденных в сферической и цилиндрической оболочках (табл. 1) показывает, что даже при очень большой относительной толщине оболочки ($h = 1/3$) в ней все же возбуждаются волны типа Лемба S_j и A_j ($j = 0, 1, \dots, 4$).

В качественном и количественном отношении представленные на рис. 1 дисперсионные кривые почти не отличаются от соответствующих дисперсионных кривых в плоском «сухом» (без всякого контакта с жидкостью) слое. Критические частоты возбуждения периферических волн, найденные по частоте первого резонанса, близки соответствующим частотам в плоском «сухом» слое [11]. Характерно, что с ростом n и z кривая относительной фазовой скорости $y = c^{ph}/c_t$ волны A_0 приближается к прямой $y = 1$ снизу, как и должно быть для волны типа Лемба. При $n = 15$ скорость волны A_0 немного (примерно на один процент) выше значения $y = 1$, что, по-видимому, связано с большой кривизной сферического слоя. В табл. 2 даны значения относительных фазовых скоростей волны A_0 для $n \leq 20$.

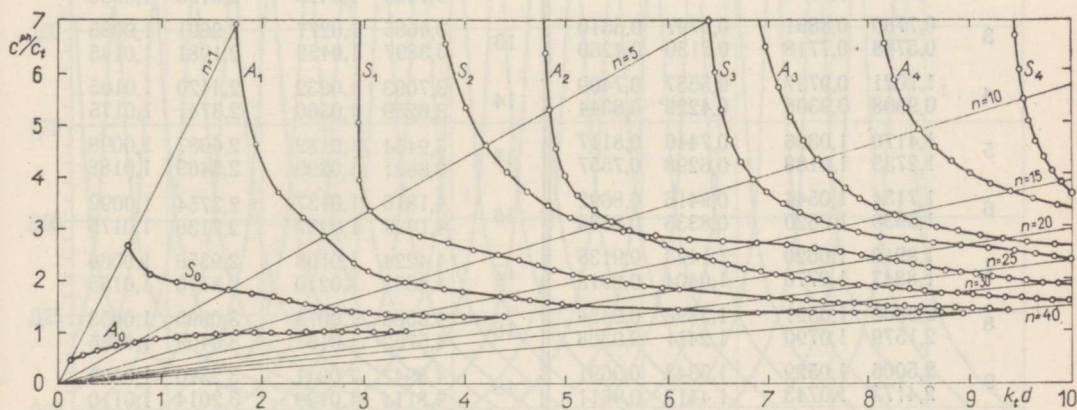


Рис. 1. Дисперсионные кривые фазовых скоростей периферических волн типа Лемба S_j и A_j ($j = 0, 1, \dots, 4$), возбужденных падающей плоской волной в сферической алюминиевой оболочке с $h = 1/3$, погруженной в воду.

Волновые полутолщины $z=k_1d$ парциальных мод волн Лемба, S_j и A_i ($j=0,1,\dots,4$), возбужденных в оболочках с $h=1/3$ (верхняя строка — сферическая оболочка, нижняя строка — цилиндрическая оболочка)

n	S_0	A_0	S_1	A_1	S_2	A_2	S_3	A_3	S_4	A_4
1	0,670	0,0933	3,050	1,729	3,442	4,733	6,301	6,517	9,425	7,872
	0,482	0,0741	3,081	1,670	3,359	4,730	6,298	6,486	9,428	7,869
5	1,664	0,744	3,050	2,603	4,199	4,828	6,406	6,838	9,404	8,008
	1,571	0,630	2,982	2,473	4,084	4,801	6,384	6,773	9,401	7,980
10	2,569	1,726	4,316	3,408	5,279	5,443	6,829	7,480	9,533	8,490
	2,495	1,639	4,192	3,322	5,149	5,341	6,761	7,406	9,509	8,419
15	3,393	2,609	5,233	4,328	6,863	6,273	7,693	8,246	9,891	9,404
	3,288	2,547	5,149	4,254	6,696	6,187	7,585	8,150	9,839	9,293
20	4,384	3,418	6,107	5,119	8,107	7,060	8,910	9,326	10,65	10,52
	4,267	3,362	6,032	5,041	8,014	6,980	8,771	9,200	10,54	10,41
25	5,424	4,205	6,912	5,934	8,904	7,900	9,984	10,69	12,05	11,40
	5,310	4,149	6,838	5,844	8,826	7,823	9,901	10,54	11,90	11,31
30	6,437	4,989	7,696	6,838	9,709	8,709	10,75	11,84	13,21	12,57
	6,338	4,933	7,619	6,733	9,635	8,635	10,68	11,75	13,11	12,44
35	7,378	5,773	8,511	7,857	10,51	9,490	11,53	12,60	14,40	13,70
	7,289	5,718	8,425	7,736	10,44	9,416	11,46	12,53	14,26	13,61
40	8,277	6,554	9,370	8,925	11,29	10,28	12,32	13,36	15,52	14,45
	8,190	6,505	9,277	8,808	11,22	10,20	12,25	13,29	15,46	14,39

Таблица 2

Волновые полутолщины $z=k_1d$ и относительные фазовые скорости $y=c^{ph}/c_t$ релеевской волны (при $h=1/2$) и нулевой антисимметричной волны Лемба A_0 (при $h=1/3$), возбужденных в оболочках (верхняя строка — сферическая оболочка, нижняя строка — цилиндрическая оболочка)

Релеевская волна ($h=1/2$)			Волна A_0 ($h=1/3$)		Релеевская волна ($h=1/2$)			Волна A_0 ($h=1/3$)	
n	z	y	z	y	n	z	y	z	y
2	0,4631	0,7409	0,2346	0,5631	12	3,2323	1,0343	2,0931	1,0047
	0,2178	0,4353				3,1489	1,0496		
3	0,7780	0,8891	0,3797	0,6510	13	3,4685	1,0277	2,2691	1,0085
	0,5788	0,7718				3,3897	1,0430		
4	1,1021	0,9797	0,5557	0,7409	14	3,7093	1,0232	2,4420	1,0105
	0,9308	0,9308				3,6259	1,0360		
5	1,4170	1,0306	0,7440	0,8117	15	3,9454	1,0182	2,6087	1,0098
	1,2735	1,0188				3,8621	1,0299		
6	1,7134	1,0544	0,9416	0,8692	16	4,1816	1,0137	2,7754	1,0092
	1,5930	1,0620				4,1029	1,0257		
7	1,9912	1,0620	1,1423	0,9138	17	4,4224	1,0108	2,9359	1,0066
	1,8847	1,0770				4,3391	1,0210		
8	2,2506	1,0591	1,3398	0,9458	18	4,6586	1,0073	3,0995	1,0053
	2,1579	1,0790				4,5752	1,0167		
9	2,5006	1,0529	1,5343	0,9691	19	4,8947	1,0041	3,2570	1,0022
	2,4173	1,0743				4,8114	1,0129		
10	2,7461	1,0461	1,7257	0,9861	20	5,1309	1,0012	3,4175	1,0003
	2,6627	1,0651				5,0476	1,0095		
11	2,9915	1,0405	1,9110	0,9970					
	2,9081	1,0575							

На рис. 2, 3 показаны резонансные кривые парциальных мод волн S_1 и S_4 . Как и в плоском слое, в окрестности критической частоты дисперсионные кривые этих волн имеют S-образный характер, что соответствует отрицательной групповой скорости. На графиках это проявляется в том, что частота первых резонансов уменьшается с ростом n . В рассматриваемом примере для волн S_1 и S_4 первые пять резонансных частот волн S_1 и S_4 с ростом n сдвигаются справа налево. Это означает, что даже довольно короткие периферические волны (типа S_1 и S_4) «чувствуют», что они распространяются по слою.

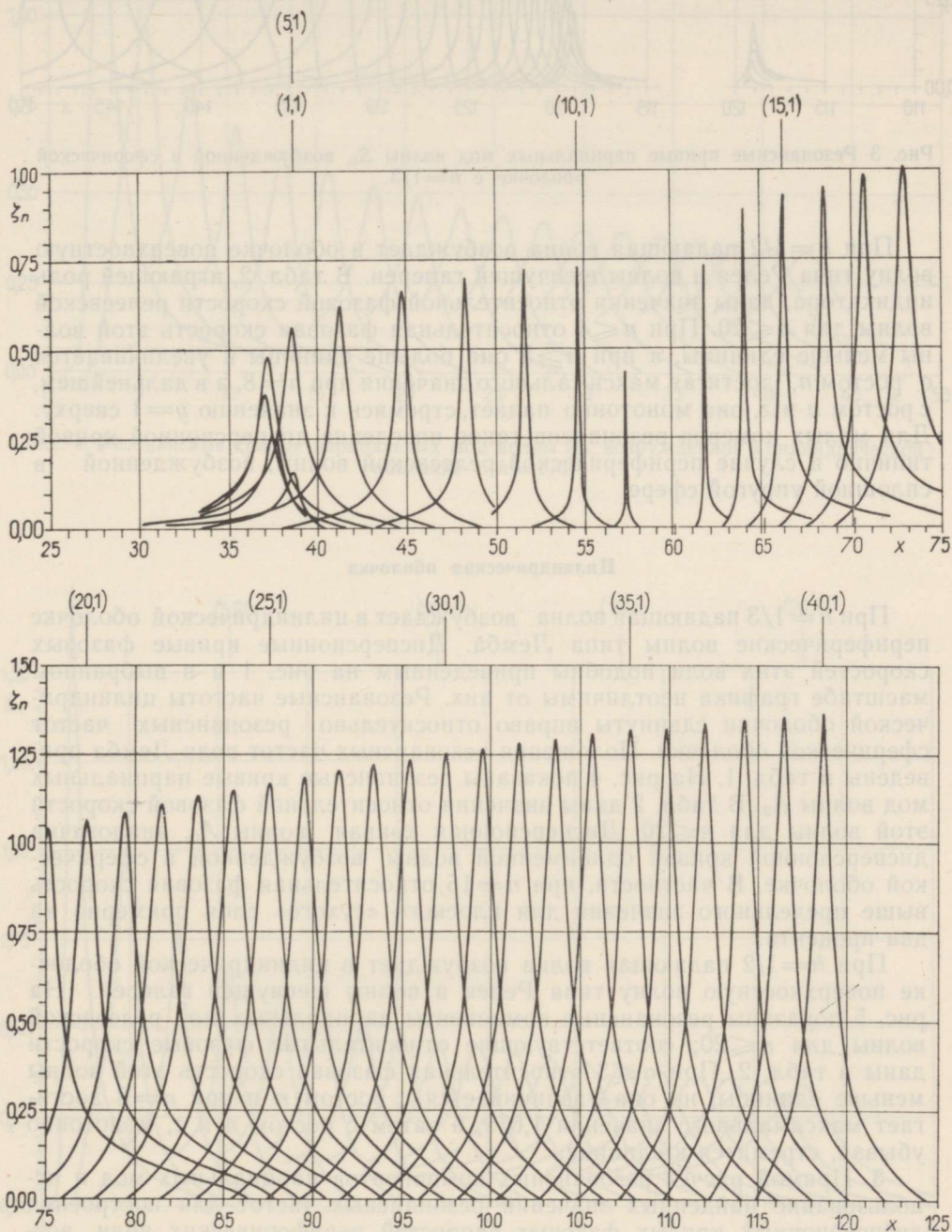


Рис. 2. Резонансные кривые парциальных мод волны S_1 , возбужденной в сферической оболочке с $h=1/3$.

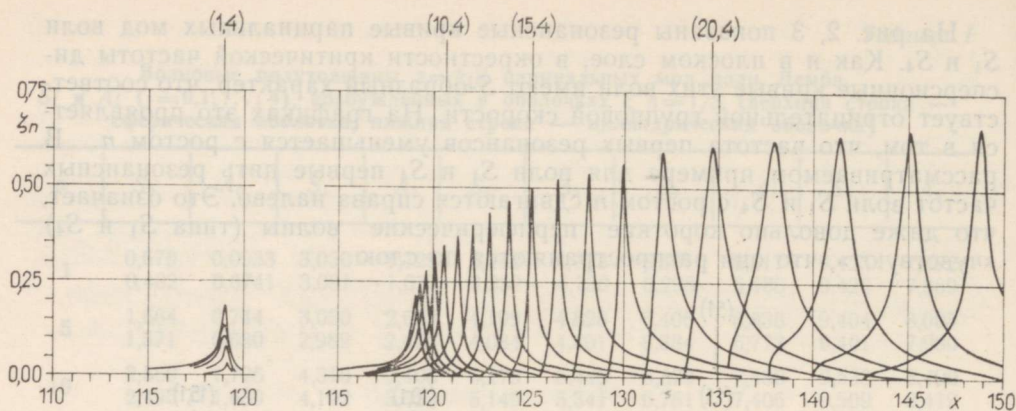


Рис. 3 Резонансные кривые парциальных мод волны S_4 , возбужденной в сферической оболочке с $h=1/3$.

При $h=1/2$ падающая волна возбуждает в оболочке поверхностную волну типа Релея и волны шепчущей галереи. В табл. 2, играющей роль индикатора, даны значения относительной фазовой скорости релеевской волны для $n \leq 20$. При $n \leq 4$ относительная фазовая скорость этой волны меньше единицы, а при $n \geq 5$ она больше единицы и увеличивается с ростом n , достигая максимального значения при $n=8$, а в дальнейшем, с ростом n и z , она монотонно падает, стремясь к значению $y=1$ сверху. Для малых номеров резонансов такое поведение дисперсионной кривой типично в случае периферической релеевской волны, возбужденной в сплошной упругой сфере.

Цилиндрическая оболочка

При $h=1/3$ падающая волна возбуждает в цилиндрической оболочке периферические волны типа Лемба. Дисперсионные кривые фазовых скоростей этих волн подобны приведенным на рис. 1 и в выбранном масштабе графика неотличимы от них. Резонансные частоты цилиндрической оболочки сдвинуты вправо относительно резонансных частот сферической оболочки. Положения резонансных частот волн Лемба приведены в табл. 1. На рис. 4 показаны резонансные кривые парциальных мод волны A_0 . В табл. 2 даны значения относительной фазовой скорости этой волны для $n \leq 20$. Дисперсионная кривая волны A_0 , аналогична дисперсионной кривой одноименной волны, возбужденной в сферической оболочке. В частности, при $n=15$ относительная фазовая скорость выше предельного значения для плоского «сухого» слоя примерно на два процента.

При $h=1/2$ падающая волна возбуждает в цилиндрической оболочке поверхностную волну типа Релея и волны шепчущей галереи. На рис. 5 показаны резонансные компоненты парциальных мод релеевской волны для $n \leq 20$; соответствующие относительные фазовые скорости даны в табл. 2. При $n \leq 3$ относительная фазовая скорость этой волны меньше единицы, но она увеличивается с ростом n и при $n=8$ достигает максимального значения 1,079, а затем с ростом n и z , монотонно убывая, стремится к единице.

3. Прямой расчет резонансных компонентов парциальных мод и использование найденных значений резонансных частот для построения дисперсионных кривых фазовых скоростей периферических волн, возбужденных в оболочках, позволили найти наибольшее значение относительной толщины оболочки, при которой в ней все еще могут быть

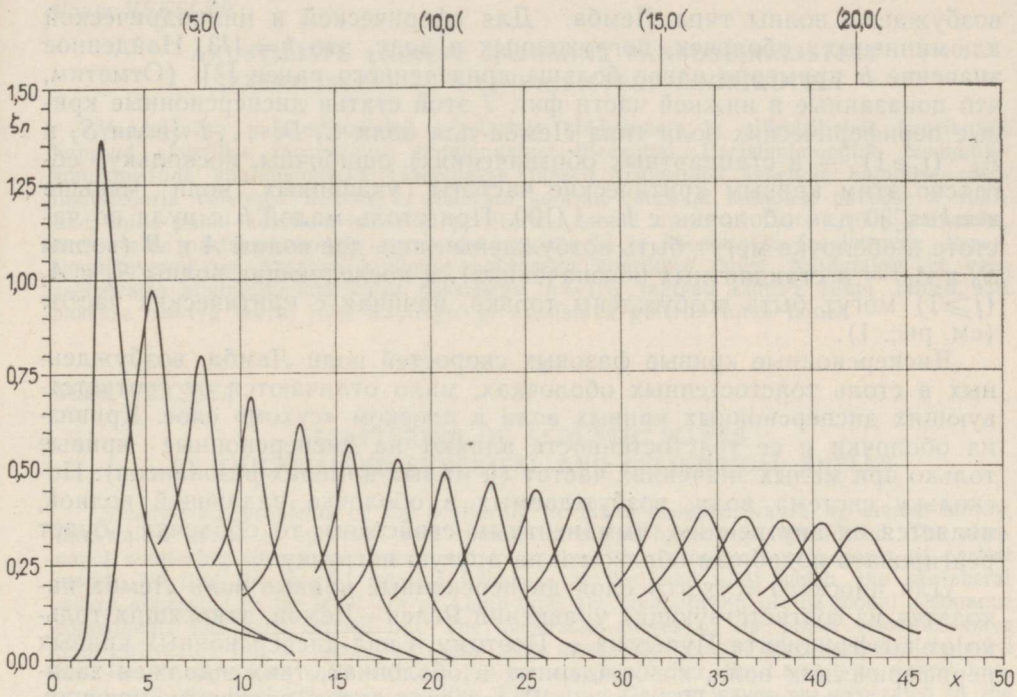


Рис. 4. Резонансные кривые парциальных мод волны A_0 , возбужденной в цилиндрической оболочке с $h=1/3$.

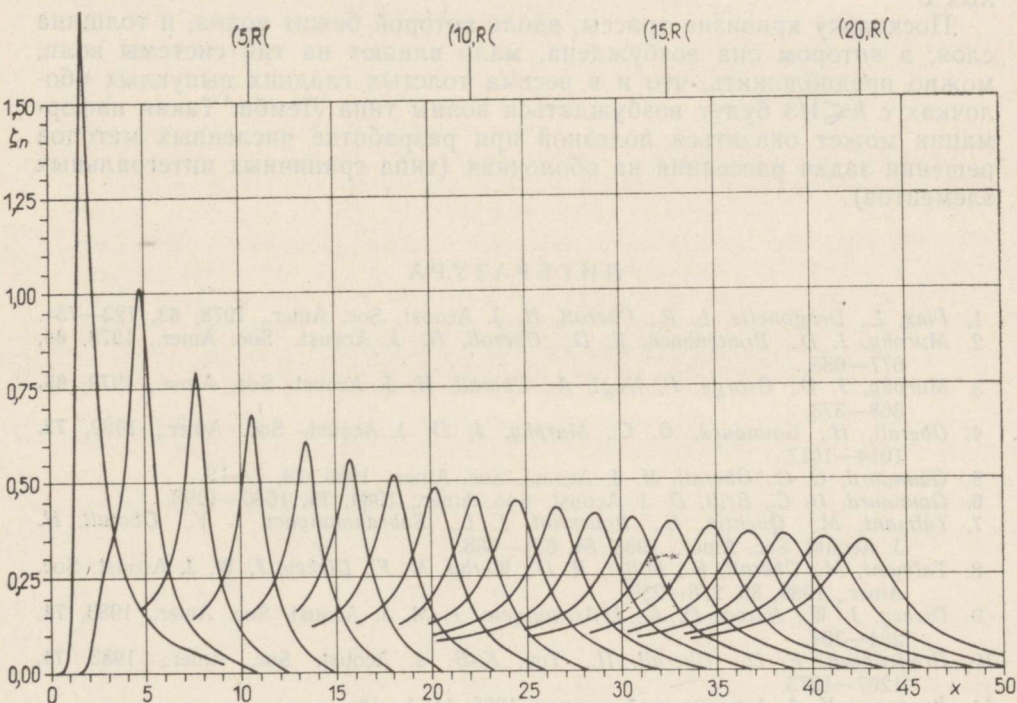


Рис. 5. Резонансные кривые парциальных мод релеевской волны, возбужденной в цилиндрической оболочке с $h=1/2$.

возбуждены волны типа Лемба. Для сферической и цилиндрической алюминиевых оболочек, погруженных в воду, это $h=1/3$. Найденное значение h примерно вдвое больше приведенного ранее [9]. (Отметим, что показанные в нижней части фиг. 7 этой статьи дисперсионные кривые периферических волн типа Лемба для волн C, D, \dots, J (волн S_j и A_j ($j \geq 1$) — в стандартных обозначениях) ошибочны, поскольку согласно этим кривым критические частоты указанных волн меньше $x \equiv ka \leq 30$ для оболочки с $h=1/100$. При столь малой h с нуля по частоте в оболочке могут быть возбуждены лишь две волны A и B (волны S_0 и A_0 — в стандартных обозначениях), а последующие волны S_j и A_j ($j \geq 1$) могут быть возбуждены только, начиная с критических частот (см. рис. 1).

Дисперсионные кривые фазовых скоростей волн Лемба, возбужденных в столь толстостенных оболочках, мало отличаются от соответствующих дисперсионных кривых волн в плоском «сухом» слое. Кривизна оболочки и ее толстостенность влияют на дисперсионные кривые только при малых значениях частот (и малых номерах резонансов). Поскольку система волн, возбуждаемых в оболочке падающей волной, является ее внутренним, имманентным свойством, то оболочка будет реагировать подобным образом и на другую нагрузку.

Для плоского «сухого» слоя дисперсионные кривые волн Лемба находятся из соответствующих уравнений Релея—Лемба, зависящих только от коэффициента Пуассона ν . Поэтому и вид дисперсионных кривых периферических волн, возбужденных в оболочках, также должен зависеть от коэффициента Пуассона ν . Релеевская волна, распространяющаяся по границе упругого полупространства, является бездисперсионной. Ее скорость отыскивается из уравнения Релея—Лемба и также зависит только от коэффициента Пуассона ν . Наличие контакта с жидкостью и кривизна слоя приводят к тому, что релеевская волна, возбужденная в толстостенной оболочке, имеет небольшую дисперсию при малых z .

Поскольку кривизна трассы, вдоль которой бежит волна, и толщина слоя, в котором она возбуждена, мало влияют на тип системы волн, можно предположить, что и в весьма толстых гладких выпуклых оболочках с $h \leq 1/3$ будут возбуждаться волны типа Лемба. Такая информация может оказаться полезной при разработке численных методов решения задач рассеяния на оболочках (типа граничных интегральных элементов).

ЛИТЕРАТУРА

1. Flax, L., Dragonette, L. R., Überall, H. J. *Acoust. Soc. Amer.*, 1978, **63**, 723—731.
2. Murphy, J. D., Breitenbach, E. D., Überall, H. J. *Acoust. Soc. Amer.*, 1978, **64**, 677—683.
3. Murphy, J. D., George, J., Nagl, A., Überall, H. J. *Acoust. Soc. Amer.*, 1979, **65**, 368—373.
4. Überall, H., Gaunard, G. C., Murphy, J. D. *J. Acoust. Soc. Amer.*, 1982, **72**, 1014—1017.
5. Gaunard, G. C., Überall, H. J. *Acoust. Soc. Amer.*, 1983, **73**, 1—12.
6. Gaunard, G. C., Brill, D. J. *Acoust. Soc. Amer.*, 1984, **75**, 1680—1693.
7. Talmant, M., Quentin, G., Rousselot, J. L., Sabrahmanyam, J. V., Überall, H. *J. Acoust. Soc. Amer.*, 1988, **84**, 681—688.
8. Talmant, M., Überall, H., Miller, R. D., Werby, M. F., Dickey, J. W. *J. Acoust. Soc. Amer.*, 1989, **86**, 278—289.
9. Dickey, J. W., Nixon, D. A., D'Archangelo, J. M. *J. Acoust. Soc. Amer.*, 1983, **74**, 294—304.
10. Breitenbach, E. D., Überall, H., Yoo, K.-B. *J. Acoust. Soc. Amer.*, 1983, **74**, 1267—1273.
11. Викторов И. А. *Акустический журнал*, 1965, **11**, 1—18.

Поступила в редакцию
6/V 1991

AKUSTILISTE LAINETE HAJUMINE PAKSUSEINALISTELT SFÄÄRILISTELT JA SILINDRILISTELT KOORIKUTELT

Vaadeldakse paksuseinalistelt elastsetelt sfäärilistelt ja silindrilistelt koorikutelt hajunud akustilise tasandlaine stantsionaarset ülesannet. Partsiaal moodide resonantskomponentide analüüsimiseks töödeldakse täpselt reakujulist lahendit hajumise resonantssteooria võtetega. Selleks, et määrata kooriku suurimat suhtelise paksuse h väärtust, mille puhul koorikus tekitatud perifeersed lained osutuvad Lamb'i tüüpi laineteks, arvutatakse partsiaal moodide resonantskomponendid ja koostatakse faasikiiruste dispersioonikõverad rea kasvava suhtelise paksusega koorikute jaoks. Näidatakse, et vees asetsevates alumiiniumkoorikutes paksusega $h=1/3$ tekivad Lamb'i tüüpi lained, ent paksuse $h=1/2$ korral juba Rayleigh' ja «sosistava galerii» tüüpi lained.

Naum VEKSLER

SCATTERING OF ACOUSTIC WAVES BY THICKWALLED SPHERICAL AND CYLINDRICAL SHELLS

Steady-state problems of the scattering of plane acoustic waves by elastic hollow thickwalled shells of spherical and cylindrical shape have been considered. The resonance scattering theory has been used to analyse the resonance components of partial modes. To find the largest relative thickness of the shell h at which the peripheral waves generated in the shell are of Lamb-type, the computation of the modal resonance components has been carried out. The dispersion curves of the phase velocities have been calculated for the series of shells with increasing relative thickness. It is shown that for an aluminium shell with $h=1/3$ immersed in water, the Lamb-type waves, and, at $h=1/2$, the Rayleigh wave and the Whispering Gallery waves are generated in the shell.