

И. НАЙДЕНКОВ

О МОДЕЛИ ОПТИЧЕСКОГО ЭНЕРГОСЪЕМА ЭКСИМЕРНОГО ЛАЗЕРА

(Представил К. К. Ребане)

Методами численного эксперимента исследуются свойства малосигнальной нелинейной модели лазера. Рассматриваются трудности, возникающие при попытке использования модели в практических целях и указываются пути их преодоления.

Введение

При разработке конкретных лазерных систем большое значение приобретают надежность, экономичность, мощность и другие оптимизируемые параметры системы. Для поиска и оценки оптимума, а также анализа компромиссов пользуются различными моделями оптимизируемых процессов.

Мы рассмотрим свойства одной такой модели, используемой для оптимизации вывода лазерного излучения из активной среды. Исследуемая модель рассматривалась уже Г. М. Шиндлером [1], а также Н. В. Карловым [2], что указывает на ее популярность.

Опишем кратко эту модель.

Она основана на балансе потоков излучения, приводящем к системе дифференциальных уравнений

$$\frac{1}{\beta_+} \frac{d\beta_+}{dz} = - \frac{1}{\beta_-} \frac{d\beta_-}{dz} = \frac{g_0}{1 + \beta_+ + \beta_-} - \alpha_0, \quad (1)$$

где $\beta_{\pm} = I_{\pm}/I_s$ — нормированная интенсивность излучения в активной среде, распространяющаяся вдоль оси z в $+$ -направлении или $-$ -направлении, α_0 — коэффициент ненасыщаемого поглощения (имеется в виду ненасыщаемого относительно усиления), g_0 — малосигнальный коэффициент усиления активной среды, причем для однородно уширенной линии излучения коэффициент усиления $g = g_0/(1 + (I/I_s))$, I_s — интенсивность насыщения усиления.

Краевые условия к системе дифференциальных уравнений (1) имеют вид

$$\beta_+(0) = \beta_1, \quad \beta_+(L) = \beta_2, \quad \beta_0 = \beta_1 = \beta_2 \sqrt{R_2}, \quad (2)$$

где L — длина активной зоны лазера, $R_1 = 1$ — коэффициент отражения глухого зеркала резонатора, R_2 — коэффициент отражения выходного зеркала резонатора. Подробности на рис. 1.

Интегрированием системы (1) и подстановкой краевых условий (2) получается трансцендентное уравнение, связывающее интенсивность (плотность мощности) выходного пучка с параметрами активной среды α_0 , g_0 , I_s , L и резонатора R_2 .

Мы не будем здесь приводить подробности промежуточных выкладок, их можно найти в [1]. Приведем результаты. Для удобства рассмотрения в [1] введен дополнительный параметр λ , определяемый как

$$\sin 2\lambda = \left(\frac{2\alpha_0}{g_0 - \alpha_0} \right) \beta_0,$$

где $0 < \lambda < \pi/4$.

Благодаря определенному таким образом параметру, окончательные соотношения модели примут вид

$$\alpha = \alpha_0 L, \quad x = \sqrt{R_2}, \quad \gamma = \frac{g_0}{g_0 - \alpha_0}, \quad (3)$$

$$(\alpha - \ln x) \cos 2\lambda = \gamma \ln \left(\frac{1 - x \tan \lambda}{x - \tan \lambda} \right), \quad (4)$$

$$\eta = \frac{1}{2\alpha\gamma} \left(\frac{1 - x^2}{x} \right) \sin 2\lambda, \quad (5)$$

$$P = A g_0 L I_s \eta, \quad (6)$$

где η — к. п. д. энергосъема с активной среды в смысле (6), A — сечение выходного пучка, P — выходная мощность лазера.

Приведенная модель пригодна для описания непрерывного режима генерации лазера или импульсного режима при длительности импульсов больше времени релаксации усиления τ . Если полоса усиления активной среды состоит не из одной однородно уширенной линии, а из нескольких, тогда нужно учитывать возможное взаимодействие между линиями и приведенная модель может оказаться несостоятельной. В случае, если длительность импульса генерации меньше времени релаксации усиления τ , то удобнее оперировать не интенсивностями, а энергиями импульса и плотностью энергии насыщения, как показано в [2].

Для численного эксперимента нам представлялось целесообразным избавиться от параметра λ , используемого в описании модели, и вместо него использовать функцию $\varphi(x, k)$, определяемую как

$$\varphi(x, k) = \frac{\ln \left[\frac{x \left(\frac{2x}{1-x^2} \right) k - \left(1 - \sqrt{1 - \left[\left(\frac{2x}{1-x^2} \right) k \right]^2} \right)}{\left(\frac{2x}{1-x^2} \right) k - x \left(1 - \sqrt{1 - \left[\left(\frac{2x}{1-x^2} \right) k \right]^2} \right)} \right]}{\sqrt{1 - \left[\left(\frac{2x}{1-x^2} \right) k \right]^2}}, \quad (7)$$

где $0 < x < 1$,

$$0 < k = P/P_m = \gamma \alpha \eta < (1 - x^2)/(1 + x^2), \quad (8)$$

$$P_m = A I_s / (\gamma - 1) = A I_s \left(\frac{g_0}{\alpha_0} - 1 \right). \quad (9)$$

Используя функцию $\varphi(x, k)$, а также определения (8) для k , все соотношения модели (3)–(6) могут быть представлены в виде

$$\alpha + \gamma \varphi(x, k) = \ln x. \quad (10)$$

Поясним происхождение функции $\varphi(x, k)$ и рассмотрим ее некоторые свойства.

Так как вычисления значений тригонометрических функций занимают много времени и вносят дополнительную ошибку, то выгодней воспользоваться известными соотношениями

$$\tan \lambda = \frac{1 - \cos 2\lambda}{\sin 2\lambda}, \quad \cos 2\lambda = \sqrt{1 - \sin^2 2\lambda}.$$

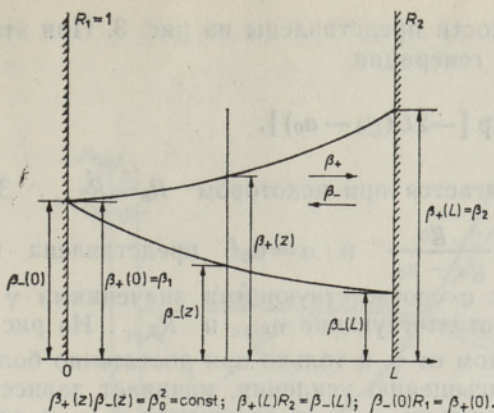


Рис. 1. Пояснения к крайвым условиям модели.

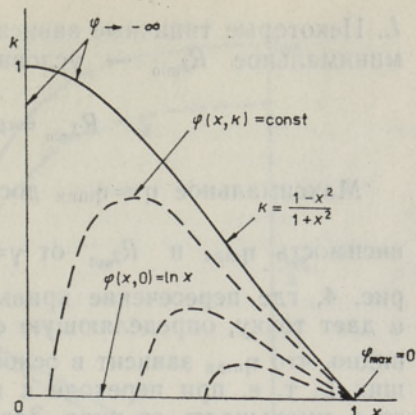


Рис. 2. Область определения и линии уровня функции $\varphi(x, k)$.

Значение для $\sin 2\lambda$ можно взять из соотношения (5) модели

$$\left(\frac{2x}{1-x^2} \right) \alpha\gamma\eta = \sin 2\lambda,$$

где, как позднее станет ясно, удобно ввести переменную $k = \alpha\gamma\eta$. Подставив полученные значения тригонометрических функций в соотношение (4) и имея в виду, что $0 < \lambda < \pi/4$, получим соотношение (10) и вид функции $\varphi(x, k)$ (7). Из соотношений (6), (9) для выходной мощности будем иметь

$$P = Ag_0 L I_s \eta = Ag_0 L I_s k / \alpha\gamma = P_m k.$$

Можно показать численно, а также используя (1)–(6), доказать аналитически, как это сделано в [2], что P_m — максимальная выходная мощность лазера с бесконечно длинной активной средой. Таким образом, использование $\varphi(x, k)$ позволяет с помощью одной подпрограммы решать различные задачи оптимизации в зависимости от интерпретации k , чем и оправдано его применение.

Из соотношений (7), (10) можно видеть, что если $0 < x = \sqrt{R_2} < 1$, то $0 < k < (1-x^2)/(1+x^2)$.

Функция $\varphi(x, k)$ имеет максимум в точке

$$x=1, \quad k=0, \quad \varphi(x, k)_{\max} = 0.$$

На границах области определения

$$\lim_{x \rightarrow 0} \varphi(x, k) = -\infty, \quad \lim_{\substack{k \rightarrow (1-x^2)/(1+x^2) \\ k \neq 0}} \varphi(x, k) = -\infty,$$

$$\lim_{k \rightarrow 0} \varphi(x, k) = \ln x.$$

Вид $\varphi(x, k)$ проиллюстрирован на рис. 2.

Свойства рассматриваемой модели

Подставляя в (10) $k = \alpha\gamma\eta$ и решая полученное трансцендентное уравнение, можно получить зависимости η — к. п. д. энергосъема от коэффициента отражения выходного зеркала R_2 при заданных α_0, g_0 ,

L . Некоторые типичные зависимости представлены на рис. 3. При этом минимальное $R_{2\min}$ — условие генерации

$$R_{2\min} = \exp[-2L(g_0 - \alpha_0)].$$

Максимальное $\eta = \eta_{\max}$ достигается при некотором $R_2 = R_{2\text{opt}}$. За-

висимость η_{\max} и $R_{2\text{opt}}$ от $\gamma = \frac{g_0}{g_0 - \alpha_0}$ и $\alpha = \alpha_0 L$ представлена на рис. 4, где пересечение кривых с соответствующими значениями γ и α дает точку, определяющую соответствующие η_{\max} и $R_{2\text{opt}}$. Из рис. 4 видно, что η_{\max} зависит в основном от γ , и только при достаточно больших L , т. е. при переходе к насыщению усиления, начинает зависеть от α , уменьшаясь до нуля. Зависимость η_{\max} от отношения g_0/α_0 в случае отсутствия насыщения усиления представлена на рис. 5. При появлении насыщения усиления к. п. д. энергосъема уменьшается. В этом смысле η_{\max} при отсутствии насыщения усиления является максимально достижимым к. п. д. энергосъема для данной активной среды. Максимальная достижимая выходная мощность для данной активной среды, как уже ранее было показано, дается соотношением

$$P_m = AI_s \left(\frac{g_0}{\alpha_0} - 1 \right),$$

также зависящим от g_0/α_0 . В [3] показана справедливость этого отношения также для данных усилителей и импульсов с длительностью короче τ . Эти результаты указывают на особую важность отношения g_0/α_0 , максимальную выходную мощность, но и максимальный к. п. д. энергосъема.

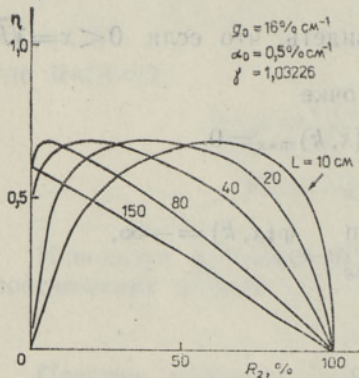


Рис. 3. Зависимости к. п. д. энергосъема η от коэффициента отражения выходного зеркала R_2 . Кривые соответствуют разным значениям L .

Для примера взяты параметры g_0 , α_0 и γ типового коммерческого ХеСl-лазера.

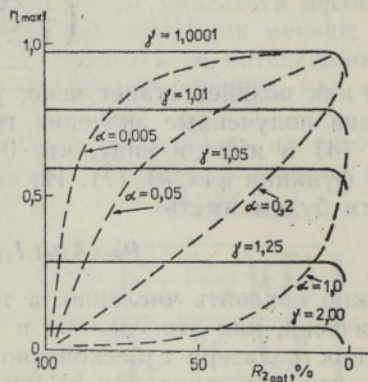


Рис. 4. Зависимость η_{\max} и $R_{2\text{opt}}$ от γ и α .

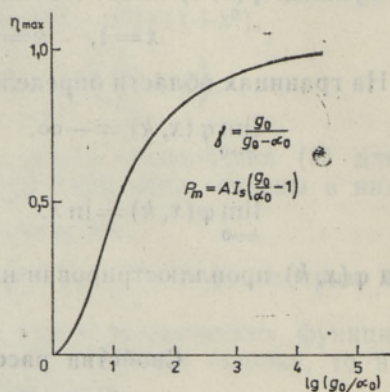


Рис. 5. Зависимость η_{\max} от g_0/α_0 для режима максимального к. п. д.

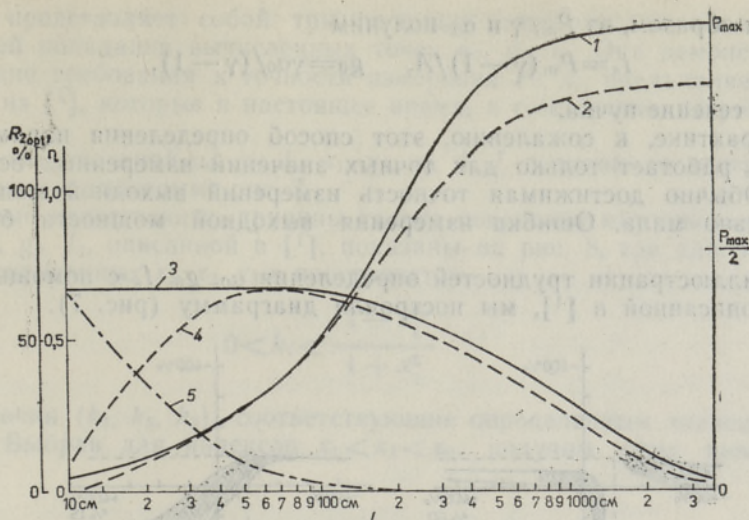


Рис. 6. Зависимость к.п.д. энергосъема и выходной мощности от длины зоны L при $\alpha_0 = 0,5\% \text{ см}^{-1}$ и $g_0 = 16\% \text{ см}^{-1}$.

1 — зависимость выходной мощности для оптимального зеркала, 2 — зависимость выходной мощности для $R_2 = 7\%$ (кварцевое окно), 3 — зависимость к.п.д. энергосъема для оптимального зеркала, 4 — зависимость к.п.д. энергосъема для $R_2 = 7\%$, 5 — коэффициент отражения оптимального зеркала.

Полученные зависимости $R_{2\text{opt}}$, η_{max} и P_{max} в зависимости от длины активной среды L приведены на рис. 6.

Проблема определения параметров модели

Если параметр активной среды I_s можно в каких-то пределах считать постоянной самой среды, то параметры g_0 и α_0 явно должны зависеть от условий накачки, которые в свою очередь зависят от конструкции лазера и т. д. Поэтому параметры g_0 и α_0 лучше всего определять на конкретной конструкции лазера. В таком случае достигаемое отношение g_0/α_0 может быть принято как мера качества конструкции.

В [1] предлагается возможность определения I_s , g_0 , α_0 исходя из измерений выходной мощности при трех разных выходных зеркалах R_2 .

Кратко опишем этот метод определения, основываясь на соотношениях (10), (8). Примем $k = P/P_m$. Тогда для выходного зеркала $x_i = \sqrt{R_{2i}}$ получим выходную мощность P_i , где $i = 1, 2, 3$ — номер измерения. Соответственно должно выполняться для каждого i соотношение (10)

$$\alpha_0 L + \gamma \varphi(x_i, (P_i/P_m)) = \ln x_i,$$

Это эквивалентно утверждению, что точки с координатами $\{\varphi(x_i, (P_i/P_m)), \ln x_i\}$ должны лежать на одной прямой с параметрами $\alpha_0 L$, γ . Поэтому детерминант

$$\begin{vmatrix} 1 & \varphi_1(P_m) & \ln x_1 \\ 1 & \varphi_2(P_m) & \ln x_2 \\ 1 & \varphi_3(P_m) & \ln x_3 \end{vmatrix} = 0.$$

Из этого трансцендентного уравнения можно определить параметр P_m , после чего параметры α_0 , γ определяются как решения системы линейных уравнений с двумя неизвестными.

Таким образом, из \bar{P}_m , γ и α_0 получим

$$I_s = P_m(\gamma - 1)/A, \quad g_0 = \gamma\alpha_0/(\gamma - 1),$$

где A — сечение пучка.

На практике, к сожалению, этот способ определения параметров I_s , g_0 , α_0 работает только для точных значений измеренных величин P_i , x_i . Обычно достижимая точность измерений выходной мощности P_i довольно мала. Ошибка измерения выходной мощности больше 5%.

Для иллюстрации трудностей определения α_0 , g_0 , I_s с помощью методики, описанной в [1], мы построили диаграмму (рис. 7).

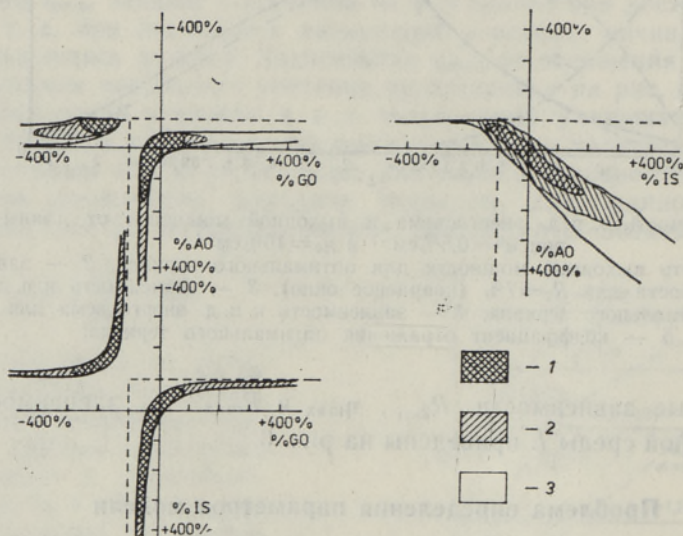


Рис. 7. Три проекции пространства распределения ошибок $\%AO$, $\%GO$, $\%IS$ определения величин α_0 , g_0 , I_s по измеренной выходной мощности P_i с точностью 5%. Плотность точек: 1 — 75%, 2 — 20%, 3 — 5%. Параметры $\alpha_0 = 0,01 \text{ см}^{-1}$, $g_0 = 0,16 \text{ см}^{-1}$, $I_s = 0,4 \text{ MW/см}^2$.

Для конкретных α_0 , g_0 , I_s , x_1 , x_2 , x_3 , L , A мы вычислили соответствующие точные значения P_1 , P_2 , P_3 , пользуясь (4) — (6). Затем имитировали результаты измерений по правилам

$$x_{in} = x_i, \quad P_{in} = P_i(1 + \sigma R_{sni}),$$

где R_{sni} — случайные числа, распределенные по нормальному закону со средним значением равным нулю и стандартным отклонением равным $1 \cdot \sigma$ — выбранное стандартное отклонение.

Предварительно перед использованием R_{sni} с помощью соответствующих тестов были проверены их распределения и установлено отсутствие взаимной корреляции. Результаты вычисления $A0$, $G0$, IS с помощью методики, описанной в [1], по имитированным результатам измерений P_{in} , x_{in} приведены в виде диаграммы (рис. 7), где на осях отложены величины:

$$\% A0 = 100(A0 - \alpha_0)/\alpha_0,$$

$$\% G0 = 100(G0 - g_0)/g_0,$$

$$\% IS = 100(IS - I_s)/I_s$$

и штриховой линией указана область «разумных» значений параметров $\alpha_0 > 0$, $g_0 > 0$, $I_s > 0$, соответствующих их определениям.

Рис. 7 представляет собой три проекции пространства областей вероятностей попадания вычисленных точек a_0, g_0, I_s . Она демонстрирует высокие требования к точности измерения P_i, x_i , предъявляемые методикой из [1], которые в настоящее время, к сожалению, не реализуемы.

Для других значений $a_0, g_0, I_s, x_1, x_2, x_3, A, L$ получаются диаграммы, аналогичные диаграмме рис. 7.

Некоторые качественные причины такого поведения методики определения a_0, g_0, I_s , описанной в [1], показаны на рис. 8, где для некоторых фиксированных x_1, x_2, x_3 в пространстве

$$0 < k_i < \frac{1 - x_i^2}{1 + x_i^2}$$

нанесены точки (k_1, k_2, k_3) , соответствующие определенным значениям $1 < \gamma < \infty$. Выбрав для индексов $x_1 < x_2 < x_3$, получим одну поверхность.

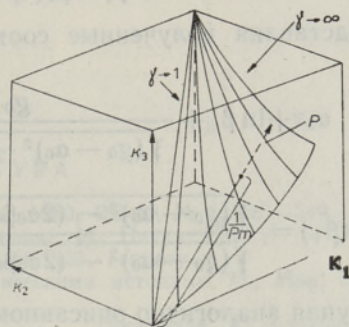


Рис. 8. Область определения γ и векторы результатов измерения P в пространстве k_i иллюстрируют причины возникающих трудностей определения a_0, g_0, I_s . Точка пересечения вектора P с поверхностью γ определяет величину P_m .

Так как $k_i = \frac{1}{P_m} P_i$, то в результате измерения P_i определяется направление вектора P . Точка пересечения вектора P с поверхностью γ определяется решением трансцендентного уравнения и дает величины P_m, γ и a_0 . Так как кривизна поверхности γ мала и вектор P пересекает поверхность γ под большим углом относительно нормали, то точка пересечения P_m очень чувствительна к ошибке определения направления P , т. е. к ошибке измерения P_i .

В реальных конструкциях лазеров глухое зеркало $R_1 < 1$. Между зеркалом и активной средой размещена поглощающая среда, окна и другие не учитываемые описанной моделью факторы. Кроме того, для измерения параметров активной среды обычно удобнее вводить контролируемые потери между активной средой и выходным зеркалом, а не менять выходные зеркала.

Покажем, что для учета всех этих факторов достаточно ввести соответствующие уточнения в выводы из краевых условий (2) для уравнений (1), а для учета поглощения в пространстве между зеркалами и активной средой достаточно пересчитать коэффициенты отражения зеркал.

Как следует из рис. 1, на краях активной зоны выполняются

$$\begin{aligned} \beta_-(L) &= \beta_+(L) R_2, \\ \beta_+(0) &= \beta_-(0) R_1, \\ \beta_{\text{вых}} &= \beta_+(L) (1 - R_2), \end{aligned} \quad (11)$$

т. е. формально R_1 и R_2 есть отношения между входными и выходными интенсивностями в активной среде. Для случая, когда между активной средой и зеркалом R_i поглощающая среда с коэффициентом пропускания $0 < T_i < 1$, получаются соотношения:

$$\beta_-(L) = (T_2^2 R_2) \beta_+(L), \quad (12)$$

$$\beta_+(0) = (T_1^2 R_1) \beta_-(0),$$

$$\beta'_{\text{вых}} = T_2(1 - R_2) \beta_+(L).$$

Подставляя эти соотношения в первый интеграл системы (1)

$$\beta_+(z) \beta_-(z) = \beta_0^2 = \text{const} \quad (13)$$

и принимая $\beta_+(0) = \beta_1$, $\beta_+(L) = \beta_2$, получим

$$\beta_0^2 = \beta_+(z) \beta_-(z) = \beta_1^2 (1/T_1^2 R_1) = \beta_2^2 (T_2^2 R_2),$$

т. е. соотношение аналогичное (2)

$$\beta_0 = \beta_1 (1/T_1 \sqrt{R_1}) = \beta_2 T_2 \sqrt{R_2}. \quad (14)$$

Подставляя полученные соотношения во второй интеграл системы (1)

$$\alpha_0 z + \ln \beta_+ + \frac{g_0}{\sqrt{(g_0 - \alpha_0)^2 - (2\alpha_0 \beta_0)^2}} \ln F(\beta_+) = \gamma_0 = \text{const}, \quad (15)$$

$$\text{где } F(\beta_+) = \frac{\sqrt{(g_0 - \alpha_0)^2 - (2\alpha_0 \beta_0)^2} + (g_0 - \alpha_0 - 2\alpha_0 \beta_+)}{\sqrt{(g_0 - \alpha_0)^2 - (2\alpha_0 \beta_0)^2} - (g_0 - \alpha_0 - 2\alpha_0 \beta_+)}$$

и поступая аналогично описанному в [1], получим

$$\begin{aligned} & [\alpha_0 L - \ln(T_1 T_2 \sqrt{R_1 R_2})] \cos 2\lambda = \\ & = \gamma \ln \left[\frac{(1 - T_1 \sqrt{R_1} \tan \lambda)(1 - T_2 \sqrt{R_2} \tan \lambda)}{(T_1 \sqrt{R_1} - \tan \lambda)(T_2 \sqrt{R_2} - \tan \lambda)} \right], \end{aligned} \quad (16)$$

$$\text{где } \sin 2\lambda = \left(\frac{2\sqrt{R_2}}{1 - R_2} \right) \left(\frac{P_{\text{вых}}}{P_m} \right),$$

$$\text{а } P_m = I_s A (g_0 / \alpha_0 - 1).$$

Из сравнения (4) и (16) видно к каким изменениям модели приводит учет поглощения между активной средой и зеркалами. Вводя вместо параметра λ функцию $\varphi[T_i \sqrt{R_i}, R_2, (P/P_m)]$, аналогичную (7), можно (16) выписать аналогично (10)

$$\begin{aligned} \alpha_0 L + \gamma \{ \varphi[T_1 \sqrt{R_1}, R_2, (P/P_m)] + \varphi[T_2 \sqrt{R_2}, R_2, (P/P_m)] \} = \\ = \ln(T_1 \sqrt{R_1}) + \ln(T_2 \sqrt{R_2}). \end{aligned} \quad (17)$$

Из (17) и (10) можно прийти к выводу, что определение параметров α_0 , g_0 , I_s в результате введения разных поглотителей аналогично использованию разных выходных зеркал. При использовании измерений выходной мощности в случае трех разных поглотителей мы сталкиваемся с проблемами, аналогичными проблемам, возникающим при измерениях с тремя разными зеркалами. Однако так как получить большое количество разных поглотителей технически проще, чем большое количество разных зеркал, то методика, использующая разные поглощения, может представлять практический интерес.

Заклучение

Показана полезность знания интенсивности насыщения усиления I_s , коэффициента поглощения α_0 , коэффициента усиления малого сигнала g_0 для конструирования лазера и целей его диагностики.

Продемонстрирована практическая невозможность определения I_s , α_0 и g_0 по методике, описанной в [1], при современном уровне измерительной техники. Уточнения модели, описанной в [1], не позволяют снять названные трудности.

При использовании большого количества данных и при нелинейном оценивании методом наименьших квадратов, например, как в [4], необходимо учитывать специфику распределения ошибок определяемых величин I_s , α_0 и g_0 для получения несмещенных оценок. При этом можно рассчитывать на сходимость интервала оценки со скоростью $\left(\frac{n}{3}\right)^{-1/2}$,

где $\binom{n}{3}$ — биномальный коэффициент, а n — объем выборки.

Автор выражает признательность за обсуждение и помощь А. Виллу.

ЛИТЕРАТУРА

1. Schindler, G. M. // IEEE J. Quant. Electron., 1980, QE-16, № 5, 546—549.
2. Карлов Н. В. Лекции по квантовой электронике. М., Наука, 1988.
3. Tilleman, M. M. // Appl. Phys. Lett., 1987, 50, (3), January.
4. Химмельблау Д. Анализ процессов статистическими методами. М., Мир, 1973.

Институт физики
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию
23/1 1989

I. NAIDENKOV

EXSIMEERLASERI OPTILISE KASUTEGURI MUDELI OMADUSI

On vaadeldud G. M. Schindleri esitatud laseri optilise kasuteguri mudeli omadusi. Arvutuseksperimenti abil on uuritud laseri optilise kasuteguri ja väljundvõimsuse sõltuvust mudeli parameetritest. On näidatud ja püütud seletada mudeli parameetrite määramise raskusi. Viimaste kõrvaldamiseks on analüüsitud mõningaid parameetrite määramise meetodika modifikatsioone.

I. NAIDENKOV

ON THE MODEL OF THE OPTIMUM OUTPUT EFFICIENCY OF HOMOGENEOUSLY BROADENED LASER

The distinctive features of the optimum output efficiency laser model proposed by G. M. Schindler [1] are studied. The laser optical conversion factor and the output efficiency are analysed in relation to the laser parameters with the help of an accounting experiment. The difficulties connected with the determination of the model parameters are demonstrated and an effort is made to explain them. Some modifications of the methods of determining the parameters are studied with the purpose of eliminating these difficulties.