

Н. ВЕКСЛЕР, В. КОРСУНСКИЙ

УДК 534.2

## РАССЕЯНИЕ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН НА ТОЛСТОСТЕННОМ УПРУГОМ ЦИЛИНДРЕ

(Представил Н. Алумяэ)

Описываются результаты расчета акустического поля давления, возникшего в результате падения волнового пакета с плоским фронтом на толстостенный упругий цилиндр. Исследуется структура частотной и временной зависимостей рассеянного поля. Проводится анализ влияния параметров падающего волнового пакета и физических параметров цилиндра на структуру рассеянного поля. Предлагается способ решения обратной задачи.

Проблема взаимодействия акустического волнового пакета с полым упругим цилиндром постоянно привлекает внимание исследователей. Для вычисления частотной зависимости обычно используется метод разложения решения в ряд по собственным функциям [1], к которому нередко применяется интегральное преобразование Зоммерфельда—Ватсона [2]. Выявление особенностей подынтегральной функции на комплексной плоскости и проведение обратного преобразования [3] позволяют расчленить акустическое поле на отдельные волновые пакеты: отраженный, переотраженные, переизлученные и дифрагированные. Формирование последних может быть описано в терминах либо теории резонансов [4], либо теории распространения волн в цилиндрическом слое [5]. Механизм переотражения волнового пакета в тонком цилиндрическом слое прослеживается посредством разложения решения в ряд по отрицательным степеням большого волнового размера [6], либо путем представления решения в виде лучевого разложения [7]. Наблюдается хорошее согласие теоретических и экспериментальных [8–13] результатов исследования. Состояние проблемы достаточно подробно излагается в обзорах [13–15] и монографиях [16–18].

### 1. Постановка задачи и способ решения

В безграничной идеальной сжимаемой жидкости (акустической среде) находится толстостенный круговой упругий цилиндр бесконечной протяженности. На него набегают акустический волновой пакет с плоским фронтом, параллельным продольной оси цилиндра. Требуется рассчитать акустическое поле давления, вызванное рассеянием волнового пакета на цилиндре (вторичное поле), и соотнести характеристики этого поля с параметрами волнового пакета и толстостенного цилиндра.

Отсчет времени начнем с момента, когда падающий волновой пакет коснется поверхности цилиндра. Задача сводится к решению трех вол-



новых уравнений, одно из которых описывает движение акустической среды, а два других — движение цилиндра, при пяти условиях контакта на поверхностях цилиндра: трех на наружной поверхности — непрерывность радиальных напряжений и смещений и отсутствие касательных напряжений; двух на внутренней поверхности — отсутствие радиальных и касательных напряжений. Задача решается в предположении, что все неизвестные функции и их первые производные по времени в начальный момент равны нулю. Из физических соображений полагается, что все искомые функции ограничены в областях, где они определены.

Для понижения размерности задачи применяется интегральное преобразование Фурье по времени ( $F$ -преобразование). В пространстве  $F$ -преобразования волновые уравнения переходят в уравнения Гельмгольца. Цилиндрическая система координат выбирается таким образом, чтобы координатная поверхность совпала с наружной поверхностью цилиндра. Применяется метод разделения переменных по радиальной и угловой координатам; в пространстве  $F$ -преобразования выписывается точное аналитическое решение задачи в виде бесконечного ряда, коэффициенты которого находятся из системы пяти алгебраических уравнений (для каждого члена ряда), следующей из  $F$ -преобразованных условий на поверхностях цилиндра. Обратное  $F$ -преобразование выполняется численно. Подробно метод решения и алгоритм вычисления излагаются в [18].

Будем использовать следующие обозначения:  $R, \theta$  — радиальная и угловая координаты;  $T$  — время;  $a, b$  — наружный и внутренний радиусы цилиндра;  $H = (a - b)$  — толщина стенки цилиндра;  $E, \nu, \rho_1$  — модуль упругости, коэффициент Пуассона и плотность материала упругого цилиндра;  $c_1, c_2$  — скорости распространения продольных и поперечных волн в материале цилиндра;  $p_i$  — давление в падающем волновом пакете;  $p_s$  — акустическое давление в поле, рассеянном упругим цилиндром;  $\rho_0, c_0$  — плотность и скорость звука в жидкости.

Введем безразмерные переменные

$$r = R/a, \quad t = c_0 T/a \quad (1)$$

и представим падающий волновой пакет в виде

$$p_i = p_* \sin x_0 \delta [H(\delta) - H(\delta - \delta_0)], \quad \delta = t \mp (r \cos \theta - 1), \quad (2)$$

где  $p_*$  — постоянная, имеющая размерность давления;  $x_0$  — частота заполнения;  $\delta_0$  — длительность волнового пакета. Период частоты заполнения обозначим через  $\tau_0 = 2\pi/x_0$ .

Нормируем давление в рассеянном поле на геометрический множитель

$$p = p_s/m, \quad m = p_* [r(2 \cos \gamma / \cos \alpha - 1/r)]^{-1/2}. \quad (3)$$

Фиксированный угол наблюдения  $\theta$  и угол падения  $\alpha$  связаны соотношениями

$$\sin \alpha = r \sin \gamma, \quad \theta \mp \gamma - 2\alpha = 0. \quad (4)$$

Давление в некоторой произвольной точке акустической среды  $p(\tau)$  будем рассчитывать с момента, когда поле, рассеянное упругим цилиндром, придет в эту точку:  $\tau = t - (1 - 2 \cos \alpha + r \cos \gamma)$ . Ради краткости будем называть  $p(\tau)$  временной зависимостью, а  $|p^F(x)|$  — частотной зависимостью.



## 2. Результаты вычислений

Расчеты выполнялись для находящегося в воде стального цилиндра в точке наблюдения с координатами  $r = 10^4$  и  $\theta = 0$  при следующих параметрах

$$\rho_0 = 1,00 \text{ г/см}^3, \quad c_0 = 1493 \text{ м/с}, \quad (5)$$

$$\rho_1 = 7,70 \text{ г/см}^3, \quad c_1 = 5960 \text{ м/с}, \quad c_2 = 3240 \text{ м/с}, \quad \beta = b/a = 0,68138.$$

Отметим, что метод вычисления и программа не накладывают ограничений на координаты точки наблюдения.

На рис. 1 показана частотная зависимость, рассчитанная на ЭВМ ЕС-1033 с шагом по  $x$ , равным  $10/256$ . При малых значениях частоты ( $x = 0 - 20$ ) кривая имеет регулярный характер: острые максимумы, плавные минимумы, примерно равные расстояния между последовательными максимумами. С ростом частоты регулярность нарушается. При  $x = 20 - 60$  еще можно заметить периодичность максимумов и миниму-

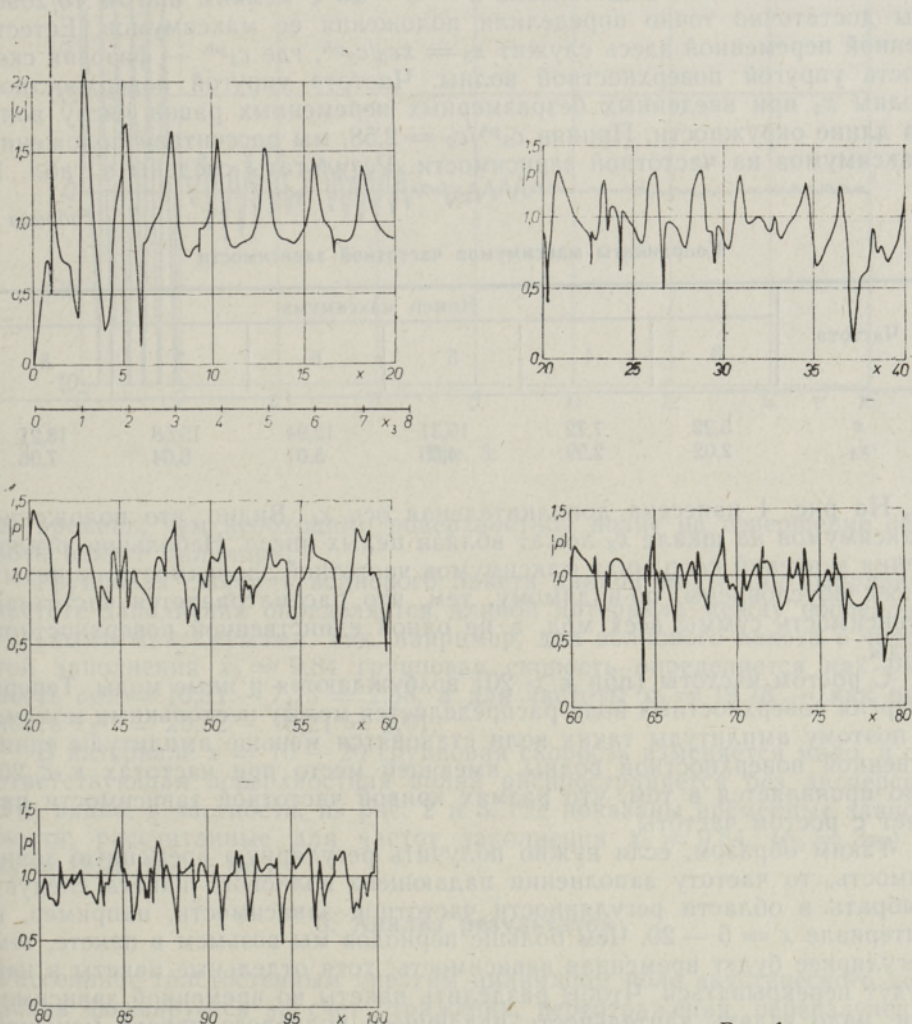


Рис. 1.



мов, но при  $x = 60 - 100$  выделить характерные повторы становится труднее. По мере роста частоты кривая становится изрезаннее. Это проявляется, например, в увеличении числа экстремумов на фиксированном интервале частоты  $x$ . Можно считать, что на отрезке в 20 единиц по  $x$  добавляется примерно 10 экстремумов.

Наблюдаемый в диапазоне частот  $x = 5 - 20$  весьма регулярный характер кривой связан с преобладанием здесь одной моды. Если в этом диапазоне выбрать какую-либо частоту и принять длительность волнового пакета бесконечной, то на критическом угле (угле полного внутреннего отражения) возбуждятся упругие поверхностные волны (одна из них будет обегать цилиндр по часовой стрелке, а другая — против). Если частота подобрана так, что на длину окружности цилиндра ложится целое число длин волн, то поверхностная волна, совершая последовательные обороты вокруг цилиндра, будет накладываться сама на себя в фазе. В результате излучения, а поверхностная волна излучает непрерывно с момента своего возникновения, в рассеянном поле на этой частоте должна иметь место усиливающая волну интерференция (максимум на частотной зависимости). Повторив расчет частотной зависимости в диапазоне  $x = 0 - 20$  с мелким шагом  $10/2096$ , мы достаточно точно определили положения ее максимумов. Естественной переменной здесь служит  $x_3 = xc_0/c_3^{ph}$ , где  $c_3^{ph}$  — фазовая скорость упругой поверхностной волны. Частота упругой поверхностной волны  $x_3$  при введенных безразмерных переменных равна числу волн на длине окружности. Приняв  $c_3^{ph}/c_0 = 2,58$ , мы рассчитали положения максимумов на частотной зависимости. Результаты сведены в табл. 1.

Таблица 1

Координаты максимумов частотной зависимости

Частота	Номер максимума					
	3	4	5	6	7	8
$x$	5,22	7,72	10,31	12,94	15,58	18,21
$x_3$	2,02	2,99	4,00	5,01	6,04	7,06

На рис. 1 нанесена дополнительная ось  $x_3$ . Видно, что положения максимумов на шкале  $x_3$  лежат вблизи целых чисел. Небольшие отклонения значений координат максимумов частотной зависимости от целых чисел обусловлены, по-видимому, тем, что рассматривается частотная зависимость суммы всех мод, а не одной единственной поверхностной моды.

С ростом частоты (при  $x > 20$ ) возбуждаются и иные моды. Теперь энергия поверхностных волн распределяется между несколькими модами и поэтому амплитуды таких волн становятся меньше амплитуды единственной поверхностной волны, имеющей место при частотах  $x < 20$ . Это проявляется в том, что размах кривой частотной зависимости падает с ростом частоты.

Таким образом, если нужно получить регулярную временную зависимость, то частоту заполнения падающего волнового пакета следует выбрать в области регулярности частотной зависимости, например, в интервале  $x = 5 - 20$ . Чем больше периодов мы возьмем в пакете, тем регулярнее будет временная зависимость, хотя отдельные пакеты в ней будут перекрываться. Чтобы разделить пакеты во временной зависимости, надо задать длительность падающего волнового пакета меньшей



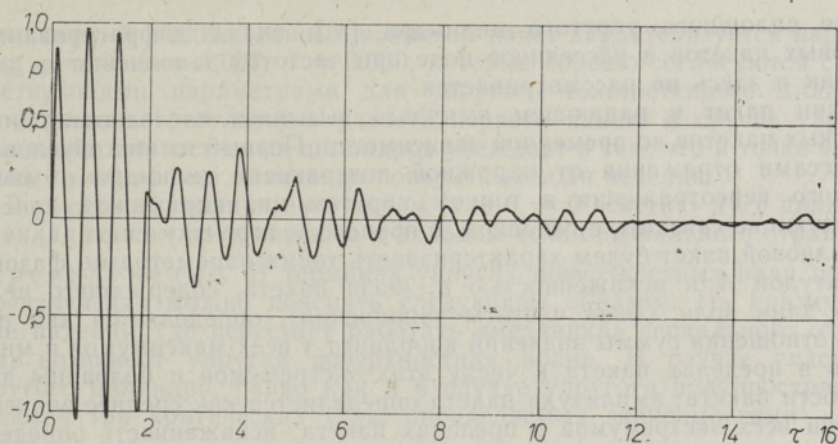


Рис. 2.

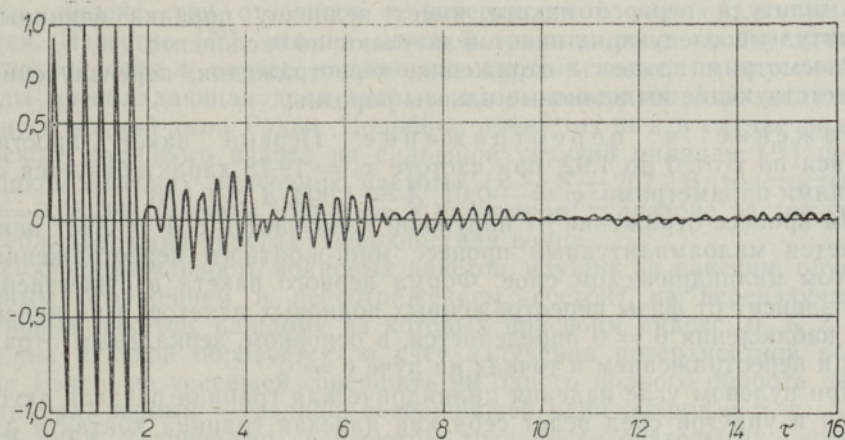


Рис. 3.

по времени, чем необходимо поверхностной волне на совершение оборота вокруг цилиндра.

Групповая скорость волнового пакета данной моды при выбранной частоте заполнения определяется длиной интервала между последовательными максимумами. Так, например, для волнового пакета с частотой заполнения  $x_0 = 9,84$  групповая скорость определяется как разность  $c_3^{gr} = 10,31 - 7,73 = 2,58$ , а для частоты  $x_0 = 19,78$  — как разность  $c_3^{gr} = 20,82 - 18,21 = 2,61$ .

В интервале  $x = 10 - 20$  групповая скорость изменяется мало, и соответствующая поверхностная волна распространяется без дисперсии. Это видно, в частности, из рис. 2 и 3, где показаны временные зависимости, рассчитанные для частот заполнения  $x_0 = 9,84$  ( $\delta_0 = 3\tau_0$ ) и  $x_0 = 19,78$  ( $\delta_0 = 6\tau_0$ ).

### 3. Анализ результатов

Рассеянное толстостенным упругим цилиндром поле акустического давления формируется за счет отражения, переотражения, переизлучения и дифракции (в узком смысле) падающего волнового пакета. Как и в



случае сплошного упругого цилиндра [19], вклад дифрагированных волновых пакетов в рассеянное поле при частотах заполнения  $x_0 \geq 10$  невелик и здесь не рассматривается.

Один пакет в падающем импульсе вызывает последовательность волновых пакетов во временной зависимости. Первый из них обусловлен процессами отражения от наружной поверхности цилиндра и многократного переотражения в тонком упругом цилиндрическом слое, а последующие связаны, в основном, с процессом переизлучения.

Волновой пакет будем характеризовать тремя параметрами: фазой  $\varphi$ , амплитудой  $A$  и искаженностью  $d$ . Фаза пакета, содержащего целое число длин волн (фаза частоты заполнения), определяется как разность отношения суммы значений координат  $\tau$  всех максимумов и минимумов в пределах пакета к числу этих экстремумов и половины длительности пакета; амплитуда пакета определяется как среднее значение величин всех экстремумов в пределах пакета; искаженность определяется как отношение наибольшего отклонения от амплитуды к величине амплитуды.

Амплитуда первого пакета имеет величину порядка единицы, а амплитуды последующих пакетов затухают по экспоненте.

Рассмотрим процессы отражения, переотражения, переизлучения и соответствующие им волновые пакеты порознь.

**Отражение и переотражение.** Первый пакет, простирающийся по  $\tau$  от 0 до 1,92, при частоте  $x_0 = 19,78$  характеризуется следующими параметрами:  $\varphi = -0,01$ ,  $A = 1,000$ ,  $d = 0,076$ .

На процесс отражения от наружной поверхности с  $A = 0,937$  накладывается малоамплитудный процесс многократного переотражения в упругом цилиндрическом слое. Форма первого пакета в существенной мере зависит от фазы переотраженных волновых пакетов, а на нулевом угле наблюдения  $\theta = 0$  определяется, в основном, зеркальным отражением и переотражением в точках на луче  $\theta = 0$ .

При нулевом угле падения цилиндрическая граница раздела акустической и упругой сред ведет себя как плоская граница контакта двух акустических сред: поперечные волны не возникают. Если угол падения отличен от нуля, то на границе появляются поперечные волны, вследствие чего изменяется коэффициент отражения (по сравнению с коэффициентом для нулевого угла).

Это изменение коэффициента в силу его непрерывности по углу должно быть невелико. Чтобы оценить эффект появления поперечных волн, мы провели расчет поля, вызванного отражением и переотражением волнового пакета в эквивалентном упругому жидком цилиндре (при этом положили параметр Ляме  $\mu$  в теории упругости равным нулю). Результаты вычисления показаны на рис. 4.

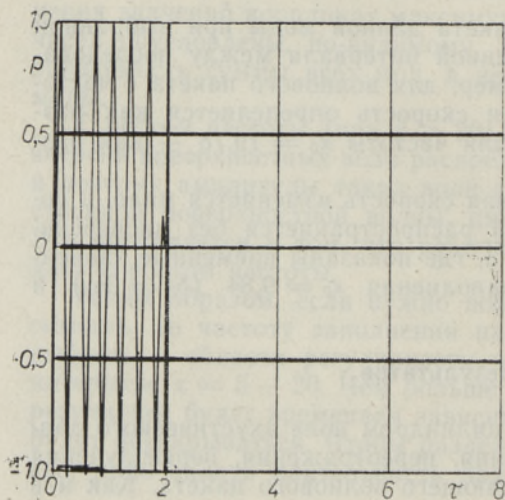


Рис. 4.



Здесь первый и единственный волновой пакет характеризуется параметрами  $\varphi = 0$ ,  $A = 1,007$ ,  $d = 0,030$ , которые хорошо согласуются с соответствующими параметрами для упругого толстостенного цилиндра. Сопоставление результатов расчета первого пакета в случае упругого и жидкого толстостенных цилиндров убеждает в том, что в точке наблюдения  $\theta = 0$  эффект появления поперечных волн невелик.

В точку наблюдения на нулевом угле  $\theta = 0$  «светит» дуга цилиндра, но вклад ее мал по сравнению с вкладом точки зеркального отражения.

**Переизлучение.** В терминах упругих поверхностных волн процесс переизлучения можно пояснить следующим образом. На критическом угле падения, где перестает работать «механика» зеркального отражения, возникает упругая поверхностная волна. В случае сплошного упругого цилиндра, равно как и в случае упругого полупространства, имеются три критических угла, определяемых зависимостями

$$\theta = \arcsin(c_0/c_j) \quad (j=1, 2, 3). \quad (6)$$

Здесь индекс три относится к поверхностной упругой волне типа Рэлея. Известно [20], что на плоской границе раздела акустической и упругой сред в случае наклонного падения волны из акустической среды преобладающая доля энергии вдоль поверхности раздела переносится волной типа Рэлея. Подобное имеет место и в случае падения плоского волнового пакета на сплошной упругий цилиндр [19] при не слишком высоких значениях частоты ( $x \sim 5 - 20$ ). В толстостенном ( $\beta = 0,68138$ ) упругом цилиндре в указанном диапазоне частот также преобладает одна упругая поверхностная волна.

Последовательность волновых пакетов, идущих за пакетом, обусловленным отражением и переотражением, состоит из переизлученных волновых пакетов, каждому из которых присвоим индекс: 0, 1, 2, ... Из них нулевой образуется за счет излучения поверхностной волной типа Рэлея, не успевшей совершить ни одного полного оборота вокруг цилиндра, первый — волной, совершившей один оборот и т. д.

В табл. 2 приведены параметры трех последовательных переизлученных волновых пакетов при различных значениях частоты падающего волнового пакета. Используя разность фаз двух последовательных переизлученных волновых пакетов, определим фазовую скорость поверхностной волны типа Рэлея на цилиндрической границе раздела  $c_3^{ph}$ . Сопоставление фазовой  $c_3^{ph}$  и групповой  $c_3^{gr}$  скоростей переизлученных волновых пакетов позволяет сделать вывод, что эти пакеты распрост-

Таблица 2

Параметры волновых пакетов

Частота $x_0$	9,84			19,78		
Число волн в пакете	3			6		
Фазовая скорость $c_3^{ph}$	2,58			2,58		
Групповая скорость $c_3^{gr}$	2,58			2,61		
Коэффициент затухания $\eta$	0,106			0,0945		
$A_{\max}$	0,247			0,168		
Индекс пакета	0	1	2	0	1	2
Фаза $\varphi$	2,42	4,85	7,28	2,38	4,81	7,25
Амплитуда $A$	0,277	0,160	0,073	0,200	0,126	0,061
Искаженность $d$	0,336	0,400	0,767	0,385	0,292	0,360



раняются практически без дисперсии. Результаты вычислений показывают, что нулевой переизлученный волновой пакет приходит в фазе с отраженным. Полагая, что затухание поверхностной волны, имеющее место вследствие излучения в акустическую среду, носит экспоненциальный характер, вычислим коэффициент затухания  $\eta$ . Используя его, рассчитаем амплитуду нулевого переизлученного волнового пакета в момент его возникновения на критическом угле  $A_{\max}$ . Эта величина характеризует амплитуду упругой поверхностной волны, бегущей по часовой стрелке (или против нее). В пределах волнового пакета эта амплитуда считается постоянной.

Наблюдаемое искажение переизлученных волновых пакетов, по-видимому, связано с тем, что мы видим их не в «чистом» виде, а в суперпозиции с переотраженными. Нам представляется, что искажение пакета обусловлено, в основном, этой суперпозицией.

#### 4. Инверсная задача

Изложенная выше прямая задача — об акустическом поле давления, рассеянном толстостенным упругим цилиндром — имеет единственное решение. Обратная задача — о нахождении коэффициентов и параметров дифференциальных уравнений по решению — является, как известно, довольно трудной и, что более существенно, некорректной. Поэтому мы поставим более простую инверсную задачу, а именно: найти, располагая решением прямой задачи, основные параметры препятствия, порождающего вторичное поле. Перечислим эти параметры:  $L$ ,  $a$ ,  $H$ ,  $\rho_1$ ,  $c_1$ ,  $c_2$ . Плотность  $\rho_0$  и скорость звука  $c_0$  в акустической среде полагаются известными.

По аналогии с прямой задачей предположим, что на толстостенный упругий цилиндр кругового поперечного сечения падает волновой пакет с плоским фронтом, параллельным продольной оси цилиндра. Пусть частота заполнения и длительность волнового пакета выбраны так, что временные зависимости имеют структуру, подобную изображенной на рис. 2 и 3. Располагая такой априорной информацией и вычисляя фазу и амплитуду в двух различных фиксированных точках наблюдения на луче  $\theta = 0$  при больших дальностях ( $r > 10$ ), в некоторый характерный момент, соответствующий, например, первому максимуму в первом пакете, можно найти наружный радиус цилиндра.

В соответствии с изложенным выше, в той части временной зависимости, которая описывает только процесс отражения (переотраженный волновой пакет еще не успел прийти), давление во временной зависимости может быть записано в виде

$$p_s = p_0 v [2(L + a)/a]^{-1/2} f(\tau), \quad (7)$$

$$v = (1 - \xi)/(1 + \xi), \quad \xi = \rho_0 c_0 / \rho_1 c_1,$$

где  $v$  — коэффициент отражения от плоской границы раздела двух акустических сред в случае нормального падения,  $L$  — дальность от источника (он же и приемник) до наружной поверхности цилиндра,  $f(\tau)$  — временная зависимость, вычисленная для случая «акустически жесткого» цилиндра того же радиуса  $a$ . Фактически знать вид этой зависимости  $f(\tau)$  нет необходимости, поскольку мы будем пользоваться ею при одинаковых значениях  $\tau$ . Считая известными давления  $p_{s1}$  и  $p_{s2}$  при фиксированном  $\tau$  и двух значениях  $L_1$  и  $L_2$ , определенных по за-



Таблица 3

Коэффициенты отражения на плоской границе раздела воды и упругой среды

Материал	$\rho_1, \text{г/см}^3$	$c_1, \text{м/с}$	$c_2, \text{м/с}$	$\xi = \rho_0 c_0 / \rho_1 c_1$	$v = (1 - \xi) / (1 + \xi)$
Полиэтилен	1,05	1950	540	0,7292	0,1566
Полистирол	1,05	2350	1120	0,6051	0,2461
Лед	0,917	2743	1433	0,5936	0,2551
Люсит	1,18	2680	1100	0,4721	0,3586
Стекло (плексиглас)	1,20	2680	1100	0,4642	0,3659
Магний	1,74	5750	3050	0,1492	0,7403
Стекло (кронглас)	2,25	5100	2840	0,1301	0,7697
Стекло (пирекс)	2,30	5600	3300	0,1159	0,7922
Плавленый кремний	2,20	5968	3764	0,1137	0,7958
Кварц	2,65	5750	3840	0,0980	0,8215
Стекло (флинтглас)	3,88	3980	2380	0,0967	0,8237
Индий	7,30	2300	1300	0,0889	0,8366
Алюминий	2,70	6420	3040	0,0861	0,8414
Дюралюминий	2,80	6320	3130	0,0844	0,8444
Свинец	11,34	1960	690	0,0672	0,8741
Олово	7,20	3320	1670	0,0625	0,8824
Бериллий	1,87	12890	8880	0,0619	0,8833
Цинк	7,10	4170	2440	0,0504	0,9040
Чугун	7,70	4350	2390	0,0446	0,9147
Серебро	10,50	3780	1630	0,0376	0,9275
Латунь	8,60	4700	2110	0,0369	0,9288
Медь	8,90	5060	2260	0,0332	0,9358
Железо армо	7,70	5960	3240	0,0325	0,9370
Сталь	7,70	6100	3280	0,0318	0,9384
Монель	8,90	5350	2720	0,0313	0,9392
Никель	8,80	5850	2960	0,0290	0,9436
Золото	19,00	3240	1200	0,0243	0,9526
Платина	21,40	3260	1730	0,0214	0,9581
Вольфрам	18,80	5410	2620	0,0147	0,9711

держке отраженного волнового пакета по сравнению с падающим, вычислим радиус цилиндра

$$a = 2(\alpha^2 L_1 - L_2) / (1 - \alpha^2), \quad \alpha = \rho_{s1} / \rho_{s2}. \quad (8)$$

Подставив его значение в формулу (7), найдем коэффициент отражения  $v$  и импеданс  $\rho_1 c_1$  материала упругого цилиндра:

$$v = \rho_{s1} [p \cdot f(\tau)]^{-1} [2(L_1 + a) / a]^{1/2}, \quad \rho_1 c_1 = \rho_0 c_0 (1 + v) / (1 - v). \quad (9)$$

Используя табл. 3, определим физические параметры материала  $\rho_1$ ,  $c_1$ ,  $c_2$ .

Для нахождения толщины цилиндрического слоя можно использовать задержку волнового пакета, отраженного от внутренней поверхности цилиндра  $r = \beta$ . Чтобы отчетливо выявить начало процесса перетражения от поверхности  $r = \beta$ , из временной зависимости, рассчитанной для толстостенного цилиндра, следует вычесть временную зависимость, вычисленную для «акустически жесткого» цилиндра, умноженную на коэффициент отражения  $v$ . Если такая задержка  $T_2$  найдена, то толщина стенки цилиндра определяется по формуле  $H = 1/2 T_2 c_1$ . Теперь все параметры упругого цилиндра известны. Если некоторые из входных величин (давление, дальность, задержка) определены с погрешностью, вызванной, например, неточностью расчета или измерения, то найденные параметры цилиндра можно использовать для решения прямой задачи и сравнить ответы (напр., временные зависимости) для исходной и перерассчитанной задач. В случае несоответствия про-



цедуру можно повторить. Если погрешности измерений или вычислений не слишком велики, то решение инверсной задачи будет стремиться к истинному.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ryan, W. W. Jr., J. Acoust. Soc. Amer., **64**, № 4, 1159—1164 (1978).
2. Хенл Х., Мауэ Л., Вестпфаль К., Теория дифракции, М., «Мир», 1964.
3. Ugriničius, P., Überall, H., J. Acoust. Soc. Amer., **43**, № 5, 1025—1035 (1968).
4. Murphy, J. D., Breitenbach, E. D., Überall, H., J. Acoust. Soc. Amer., **64**, № 2, 677—683 (1978).
5. Horton, C. W., King, W. R., Diercks, K. J., J. Acoust. Soc. Amer., **34**, № 12, 1929—1932 (1962).
6. Brill, D. W., Ugriničius, P., George, J., Chwieroth, F. S., Überall, H., J. Acoust. Soc. Amer., **62**, № 6, 1367—1371 (1977).
7. Bennet, B. E., Herrmann, G., J. Appl. Mech., **43**, № 4, 589—593 (1976).
8. Diercks, K. J., Goldsberry, T. G., Horton, C. W., J. Acoust. Soc. Amer., **35**, № 1, 59—64 (1963).
9. Goldsberry, T. G., J. Acoust. Soc. Amer., **42**, № 6, 1298—1305 (1967).
10. Bunney, R. E., Goodman, R. R., Marshall, S. W., J. Acoust. Soc. Amer., **46**, № 5 (Part 2), 1223—1233 (1969).
11. Marshall, S. W., Olson, T. G., J. Acoust. Soc. Amer., **47**, № 3 (Part 2), 949—950 (1970).
12. Horton, C. W. Sr., Mechler, M. V., J. Acoust. Soc. Amer., **52**, № 1 (Part 2), 295—303 (1972).
13. Horton, C. W. Sr., J. Acoust. Soc. Amer., **51**, № 3 (Part 2), 1049—1061 (1972).
14. Überall, H., In: Physical Acoustics, ed. by W. P. Mason and R. N. Thurston, **10**, Academic Press, New York, 1973, p. 1—60.
15. Überall, H., Huang, H., In: Physical Acoustics, ed. by W. P. Mason and R. N. Thurston, **12**, Academic Press, New York, 1976, p. 217—275.
16. Шендеров Е. Л., Волновые задачи гидроакустики, Л., «Судостроение», 1972.
17. Метсавээр Я. А., Векслер Н. Д., Стулов А. С., Дифракция акустических импульсов на упругих телах, М., «Наука», 1979.
18. Векслер Н. Д., Рассеяние импульсов на упругих цилиндрах, Таллин, «Валгус», 1980.
19. Векслер Н., Корсунский В., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., **29**, № 3, 296—306 (1980).
20. Bunney, R. E., Goodman, R. R., J. Acoust. Soc. Amer., **53**, № 6, 1653—1662 (1973).

Институт кибернетики  
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию  
16/VI 1980

N. VEKSLER, V. KORSUNSKI

#### AKUSTILISTE LAINETE HAJUMINE PAKSUSEINALISTEL ELASTSETEL SILINDRITEL

Artiklis on käsitletud paksuseinalisele terassilindrile langeva lainepaketi (2) kahemõõtmelist mittestatsionaarset hajumist (3). Silindrist küllalt kaugel asuva punkti ( $r=10^4$ ,  $\theta=0$ ) jaoks on leitud rõhu sõltuvus sagedusest  $x$  (joon. 1). Sõltuvust on analüüsitud eesmärgiga saada informatsiooni silindri kohta. Joonistel 2 ja 3 on esitatud kaks erinevat lainepaketti (täitesagedusega  $x_0=9,84$  ja  $x_0=19,78$ ) sõltuvatena ajast  $\tau$ . On võrreldud lainepaketi hajumist elastset ja vedelat silindril ning tasapinnalisel vedelal kihil ning veendutud, et põhilise panuse hajumisvälja annab peegeldunud komponent (isegi madalatel sagedustel ja suurtel kaugustel peegeldunud laine frondist). Peale selle tekiavad veel lainepaketid, mille kandjaks on silindri pinnal leviv Rayleigh' tüüpi elastne pinnalaine (tab. 1). On märgitud, et kiirel  $\theta=0$  suurel kaugusel võib akustilist rõhku esitada kujul (6). On esitatud elastse silindri raadiuse (7) ja impedantsi (8) määramise meetoodika peegeldunud lainepaketi korral (ülejäanud parameetrid on määratud tabelit 3 kasutades). Silindri paksus on leitud kooriku sisepinnalt peegeldunud lainepaketi hilinemisaja abil.



N. VEKSLER, V. KORSUNSKI

## SCATTERING OF ACOUSTICAL WAVES ON THICK-WALLED ELASTIC CYLINDERS

We consider a two-dimensional time-depending process of scattering of incident wave pulse (2) on a thick-walled steel cylinder in water (3). For observation point in the far field  $r=10^4$ ,  $\Theta=0$  frequency-depending function  $|p^F(x)|$  was calculated. The analysis of this function was performed with the aim to obtain some information about the cylinder. In Fig. 2 and 3 we give the time-depending function for two different frequencies of initial wave pulse  $x_0=9.84$  and  $x_0=19.78$ . We represent a comparison of reflection process in cases of solid and fluid cylinders which confirms that the main contribution to the field gives the point of specular reflection (even for low frequencies and large distances from the front line of reflected wave). Re-radiated wave pulses are caused by propagation on the cylinder surface of circumferential wave of Rayleigh type. Parameters of these pulses are given in Table 2. In the far field on the ray  $\Theta=0$  acoustical pressure may be written in the form (6). We suggest a procedure of finding the radius (7) and impedance (8) using reflected wave pulse. All the other parameters of cylinder material may be found by the use of Table 3. Thickness of the cylinder may be calculated using the delay of re-refracted wave pulse.