EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. 27. KOIDE
FÜÜSIKA * MATEMAATIKA. 1978, NR. 4

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ 27
ФИЗИКА * МАТЕМАТИКА. 1978, № 4

УДК 535.345.1

Ю. ЛЕМБРА

ОБ ОПТИЧЕСКИХ СВОЙСТВАХ НЕОДНОРОДНОГО СЛОЯ С ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОЙ ЗАВИСИМОСТЬЮ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ

I. LEMBRA. EKSPONENTSIAALSELT MUUTUVA MURDUMISNÄITAJAGA MITTEHOMOGEENSE KIHI OPTILISTEST OMADUSTEST

I. LEMBRA. ON THE OPTICAL PROPERTIES OF INHOMOGENEOUS FILM WITH THE EXPONENTIAL LAW FOR REFRACTIVE INDEX

(Представлена П. Кардом)

В данном сообщении мы вычислим коэффициент отражения неоднородного оптического слоя, показатель преломления которого изменяется по экспоненциальному закону

$$n(z)=Ae^{Bz/h}, \tag{1}$$

при наклонном падении света, поляризованного перпендикулярно плоскости падения, используя схему, предложенную в [1,2]. В формуле (1) z обозначает координату внутри слоя вдоль нормали к слою, A и B — безразмерные вещественные постоянные, h — толщина слоя.

Обозначив показатели преломления на границах слоя z_1 и z_2 через n_1 и n_2 соответственно, запишем формулу (1) в виде

$$n(z)=n_1(n_2/n_1)^{(z-z_1)/h}. \tag{2}$$

Если использовать понятие эффективного показателя преломления [1,3], то волновое уравнение принимает в рассматриваемом случае вид

$$d^2U/dz^2+k^2(A^2e^{2Bz/h}-C^2)U=0, \tag{3}$$

где U — световое возбуждение, k — волновое число, а постоянную C следует выбрать из формулы

$$C=n_1^0\sin\vartheta_1^0. \tag{4}$$

Здесь ϑ_1^0 — угол падения и n_1^0 — показатель преломления ограничивающей среды со стороны падения света.

Волновое уравнение (3) подстановкой (см. [4,5])

$$y=(\alpha A/B)e^{Bz/h} \tag{5}$$

($\alpha=hk$ — безразмерная спектральная переменная) приводится к уравнению Бесселя p-го порядка

$$y^2d^2U/dy^2+y\,dU/dy+(y^2-p^2)\,U=0, \tag{6}$$

где

$$p=\alpha C/|B|. \tag{7}$$

Поэтому линейно независимые решения волнового уравнения можно выбрать следующим образом:

$$\begin{aligned} U_1(z)&=J_p((\alpha A/B)\,e^{Bz/h}),\\ U_2(z)&=N_p((\alpha A/B)\,e^{Bz/h}), \end{aligned} \tag{8}$$

где J_p и N_p — функции Бесселя первого и второго рода p-го порядка.

Далее используем метод матрицы интерференции [1]. Из решений (8) можно составить характерные для этого метода определители Δ, D_1, D_2, D и D_{12}. После этого получим элементы матрицы интерференции сразу по формулам (5) из [2]:

$$\begin{aligned} L^0_{12,11}=L^{0*}_{12,22}&=[\pi\alpha(n^0_1n^0_2\cos\vartheta^0_1\cos\vartheta^0_2)^{1/2}/4\ln(n_2/n_1)]\times\\ &\times[\eta^0_2S_2-\eta^0_1S_1+i(S+\eta^0_1\eta^0_2S_{12})],\\ L^0_{12,21}=L^{0*}_{12,12}&=[\pi\alpha(n^0_1n^0_2\cos\vartheta^0_1\cos\vartheta^0_2)^{1/2}/4\ln(n_2/n_1)]\times\\ &\times[\eta^0_1S_1+\eta^0_2S_2+i(S-\eta^0_1\eta^0_2S_{12})], \end{aligned} \tag{9}$$

где у L первые нижние индексы указывают на ограничивающие среды, а два последних обозначают строку и столбец соответственно.

Для величин S_1, S_2, S и S_{12} имеют место следующие формулы:

$$\begin{aligned} S_1&=J'_{p1}N_{p2}-J_{p2}N'_{p1},\\ S_2&=J_{p1}N'_{p2}-J'_{p2}N_{p1},\\ S&=J_{p1}N_{p2}-J_{p2}N_{p1},\\ S_{12}&=J'_{p1}N'_{p2}-J'_{p2}N'_{p1}. \end{aligned} \tag{10}$$

В формулах (10) штрих у функции Бесселя означает производную по y, а второй индекс указывает на аргумент y_1 или y_2 соответственно; при этом

$$y_1=\alpha n_1/\ln(n_2/n_1),\qquad y_2=\alpha n_2/\ln(n_2/n_1). \tag{11}$$

Величины η^0_1 и η^0_2 определяются с учетом показателей преломления n^0_1 и n^0_2 ограничивающих сред:

$$\eta^0_1=n_1/n^0_1\cos\vartheta^0_1,\qquad \eta^0_2=n_2/n^0_2\cos\vartheta^0_2, \tag{12}$$

где ϑ^0_2 — угол преломления в ограничивающей среде вблизи границы z_2.

Путем использования рекуррентных формул для функций Бесселя можно из (10) исключить производные:

$$\begin{aligned} S_1&=\mu_1S+W_1,\\ S_2&=\mu_2S+W_2,\\ S_{12}&=\mu_1\mu_2S+\mu_2W_1+\mu_1W_2+W_{12}, \end{aligned} \tag{13}$$

где

$$\mu_1=(n^0_1\sin\vartheta^0_1/n_1)\,\mathrm{sgn}\ln(n_2/n_1),$$

$$\mu_2 = (n_1^0 \sin \vartheta_1^0 / n_2) \operatorname{sgn} \ln (n_2/n_1)\,; \tag{14}$$

$$\begin{aligned} W_1 &= J_{p2} N_{p+1,1} - J_{p+1,1} N_{p2}, \\ W_2 &= J_{p+1,2} N_{p1} - J_{p1} N_{p+1,2}, \\ W_{12} &= J_{p+1,1} N_{p+1,2} - J_{p+1,2} N_{p+1,1}. \end{aligned} \tag{15}$$

Здесь второй индекс у функции Бесселя по-прежнему указывает на аргумент y_1 или y_2 соответственно.

Из (9) для вычисления коэффициента отражения непосредственно вытекает следующая компактная формула:

$$R_{12} = \frac{(\eta_1^0 S_1 + \eta_2^0 S_2)^2 + (S - \eta_1^0 \eta_2^0 S_{12})^2}{(\eta_1^0 S_1 - \eta_2^0 S_2)^2 + (S + \eta_1^0 \eta_2^0 S_{12})^2}. \tag{16}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Кард П. О матрице интерференции неоднородного оптического слоя. — Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 1974, т. 23, № 2, с. 113—119.
2. Лембра Ю. Об использовании матрицы интерференции неоднородного оптического слоя. — Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 1975, т. 24, № 3, с. 341—342.
3. Кард П. Г. Анализ и синтез многослойных интерференционных пленок. Таллин, 1971.
4. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. Изд. 2-е. М., 1973, с. 131.
5. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. Изд. 4-е. М., 1971, с. 402.

Тартуский государственный университет

Поступила в редакцию 16/I 1978