

Р. АЛЛИКАС

## ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ДВУХ НОВЫХ ЭЛЕМЕНТАХ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ

Электрическая цепь с сосредоточенными параметрами состоит из отдельных элементов, электрическое состояние которых характеризуется координатами  $(i, u)$ ,  $(u, q)$ ,  $(\psi, i)$  и др. Комбинация переменных — ток, напряжение, их производные и интегралы — дает девять координатных плоскостей для характеристики процессов в элементах электрической цепи (см. таблицу).

$x$	$y$		
	$du/dt$	$u$	$\psi = \int u dt$
$di/dt$	$R$	$\vartheta$	$L$
$i$	$1/C$	$\varepsilon$	$R$
$q = \int i dt$	$A$	$p$	$1/C$
*	$y/x$	$xy$	$y/x$
			$\varepsilon$
			$N$
			$p$
			$w$
			$s$
			$xy$

Площади элементов приведенных координатных систем имеют следующие размерности:

$$\begin{aligned}
 [s] &= [q\psi] = m^2 \cdot кг \cdot сек^{-1}, \\
 [w] &= [qu] = [i\psi] = m^2 \cdot кг \cdot сек^{-2}, \\
 [p] &= [q du/dt] = [iu] = [(di/dt)\psi] = m^2 \cdot кг \cdot сек^{-3}, \\
 [\varepsilon] &= [i du/dt] = [(di/dt)u] = m^2 \cdot кг \cdot сек^{-4}, \\
 [\vartheta] &= [(di/dt)(du/dt)] = m^2 \cdot кг \cdot сек^{-5},
 \end{aligned} \tag{1}$$

где  $s$  — действие,  $w$  — энергия,  $p$  — мощность,  $\varepsilon$  — энергетическое ускорение (скорость изменения мощности),  $\vartheta$  — мощностное ускорение.

Для этих величин имеем:

$$w = ds/dt, \quad p = dw/dt, \quad \varepsilon = dp/dt, \quad \vartheta = d\varepsilon/dt. \tag{2}$$

Для размерностей двухполюсников электрической цепи ( $L, R, C, N, A$ ) получим:

$$\begin{aligned}
 [N] &= \left[ \frac{\psi}{di/dt} \right] = m^2 \cdot кг \cdot сек^{-1} \cdot A^2, \\
 [L] &= [\psi/i] = \left[ \frac{u}{di/dt} \right] = m^2 \cdot кг \cdot сек^{-2} \cdot A^{-2}, \\
 [R] &= [u/i] = [\psi/q] = m^2 \cdot кг \cdot сек^{-3} \cdot A^{-2}, \\
 \left[ \frac{1}{C} \right] &= [u/q] = \left[ \frac{du/di}{i} \right] = m^2 \cdot кг \cdot сек^{-4} \cdot A^{-2}, \\
 [A] &= \left[ \frac{du/dt}{q} \right] = m^2 \cdot кг \cdot сек^{-5} \cdot A^{-2},
 \end{aligned} \tag{3}$$

где  $L$  — индуктивность,  $R$  — омическое сопротивление,  $C$  — емкость. Двухполюсникам, обозначенным буквами  $N$  и  $A$ , не соответствуют известные типы элементов электрической цепи. Их можно рассматривать как гипотетические новые элементы.

Размерность мемристора  $[M] = [\psi/q]$ , предложенного в [1] (см. также [2]) в качестве нового элемента электрической цепи для связи заряда  $q$  и потокосцепления  $\psi$ , совпадает с размерностью омического сопротивления  $R$ , т. е. мемристор можно рассматривать как омическое сопротивление, процессы которого исследуются в координатах заряд-потокосцепление:

$$\begin{aligned}\psi(t) &= \int_0^t u(t) dt + \int_{-\infty}^0 u(t) dt = \int_0^t u(t) dt + \psi_0, \\ q(t) &= \int_0^t i(t) dt + \int_{-\infty}^0 i(t) dt = \int_0^t i(t) dt + q_0.\end{aligned}\quad (4)$$

Здесь вторые слагаемые  $\psi_0$  и  $q_0$  являются начальными условиями, которые можно исключить из уравнений (4) надлежащим выбором начала координатных осей  $q$  и  $\psi$ .

Если источником питания служит генератор тока, для мемристора имеем

$$\begin{aligned}\psi &= \psi^* + \psi_k, \quad q = q^* + q_k, \quad \psi^* = m q^*, \\ \frac{d\psi}{dt} &= \frac{d(\psi^* + \psi_k)}{dt} = m \frac{d(q^* + q_k)}{dt} = m \frac{dq}{dt} = m i, \\ d\omega_M &= \int_0^t i u dt = \int_0^t i \frac{d\psi}{dt} dt = m \int_0^t i^2 dt\end{aligned}\quad (5)$$

и для омического сопротивления

$$d\omega_R = \int_0^t i u dt = r \int_0^t i^2 dt, \quad (6)$$

где  $m$ ,  $r$  — дифференциальные коэффициенты мемристора и сопротивления на рассматриваемом отрезке их характеристик;  $q_k$ ,  $\psi_k$  — координаты рабочей точки (постоянные в дифференциальном процессе);  $d\omega_M$ ,  $d\omega_R$  — поглощенная энергия мемристора и омического сопротивления в дифференциальном процессе за время от нуля до  $t$ ;  $q^*$ ,  $\psi^*$  — переменные координаты в дифференциальном процессе около рабочей точки  $q_k$ ,  $\psi_k$ .

Если же источником питания служит генератор напряжения, для мемристора получим

$$\begin{aligned}q^* &= \frac{\psi^*}{m}, \quad \frac{dq}{dt} = \frac{d(q^* + q_k)}{dt} = \frac{dq^*}{dt} = \frac{1}{m} \frac{d(\psi^* + \psi_k)}{dt} = \frac{1}{m} \frac{d\psi}{dt}, \\ d\omega_M &= \int_0^t i u dt = \int_0^t \frac{dq}{dt} u dt = \frac{1}{m} \int_0^t u^2 dt\end{aligned}\quad (7)$$

и для омического сопротивления

$$d\omega_R = \int_0^t i u dt = \frac{1}{r} \int_0^t u^2(t) dt. \quad (8)$$

Следовательно, мемристор и омическое сопротивление с точки зрения размерности и дифференциальных энергетических процессов эквивалентны.

Дифференциальные энергетические процессы в гипотетическом элементе  $N$  (см. таблицу) в случае питания его от генератора тока определяются выражениями

$$\psi^* = n \frac{di^*}{dt}, \quad \frac{d\psi}{dt} = \frac{d(\psi^* + \psi_k)}{dt} = n \frac{d^2i^*}{dt^2} = n \frac{d^2(i^* + i_k)}{dt^2} = n \frac{d^2i}{dt^2}, \quad (9)$$

$$d\omega_N = \int_0^t i u dt = n \int_0^t i \frac{d^2i}{dt^2} dt$$

и в гипотетическом элементе  $A$  в случае питания его от генератора напряжения — выражениями

$$q^* = \frac{1}{a} \frac{du^*}{dt},$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{d(q^* + q_k)}{dt} = \frac{1}{a} \frac{d^2u^*}{dt^2} = \frac{1}{a} \frac{d^2(u^* + u_k)}{dt^2} = \frac{1}{a} \frac{d^2u}{dt^2}, \quad (10)$$

$$d\omega_A = \int_0^t i u dt = \int_0^t \frac{dq}{dt} u dt = \frac{1}{a} \int_0^t u \frac{d^2u}{dt^2} dt,$$

где  $n, a$  — дифференциальные коэффициенты элементов  $N$  и  $A$ ;  $i_k, \psi_k, u_k, q_k$  — координаты рабочих точек дифференциальных процессов;  $d\omega_N, d\omega_A$  — дифференциальная энергия элементов  $N$  и  $A$ .

Учитывая, что  $i(0) = 0$  и  $u(0) = 0$ , для дифференциальных процессов в  $N$  и  $A$  элементах в случае питания их от генератора напряжения и генератора тока получим соответственно

$$i = i^* + i_k = \frac{1}{n} \int_0^t \psi^* dt + i_k = \frac{1}{n} \int_0^t (\psi^* + \psi_k) dt + i_k - \frac{1}{n} \int_0^t \psi_k dt,$$

$$i = \frac{1}{n} \int_0^t \int_0^t u dt dt + i_k - \frac{1}{n} \psi_k t, \quad (11)$$

$$u = u^* + u_k = a \int_0^t (q^* + q_k) dt + u_k - a \int_0^t q_k dt,$$

$$u = a \int_0^t \int_0^t i dt dt + u_k - a q_k t,$$

а для дифференциалов энергии этих элементов —

$$d\omega_N = \frac{1}{n} \int_0^t u \int_0^t \int_0^t u dt dt \cdot dt + i_k \int_0^t u dt - \frac{1}{n} \psi_k \int_0^t u t dt,$$

$$d\omega_A = a \int_0^t i \int_0^t \int_0^t i dt dt \cdot dt + u_k \int_0^t i dt - a q_k \int_0^t i t dt. \quad (12)$$

В случае линейных  $N$ - и  $A$ -элементов имеем

$$\psi = N \frac{di}{dt}, \quad q = \frac{1}{A} \frac{du}{dt}. \quad (13)$$

Рассмотрим энергетические процессы в хвижэрд хэдл я элнэмэге- $N$  генератора тока:

$$\begin{aligned} 1) \quad i &= It, & 2) \quad i &= I e^{at}, & 3) \quad i &= I \sin \omega t, \\ i'' &= 0, & i'' &= I a^2 e^{at}, & i'' &= -I \omega^2 \sin \omega t. \end{aligned} \quad (14)$$

По формуле (9) находим, что

$$1) \quad \omega_N = 0,$$

$$2) \quad \omega_N = N \int_0^t I e^{at} I a^2 e^{at} dt = \frac{1}{2} N I^2 a e^{2at}, \quad (15)$$

$$3) \quad \omega_N = -N I^2 \omega^2 \int_0^T \sin^2 \omega t dt = -\frac{1}{2} N I^2 \omega^2 T = -2\pi^2 N I^2 f,$$

где  $T, f$  — период и частота синусоидального тока соответственно.

Таким образом, при линейном изменении тока (первый случай (14))  $N$ -элемент не принимает участия в энергетических процессах. При экспоненциальном возрастании тока ( $a > 0$ ) он работает в режиме потребителя энергии, а при экспоненциальном убывании ( $a < 0$ ) — в режиме генератора (второй случай (14)). При синусоидальном токе  $N$ -элемент работает в режиме генератора (третий случай (14)). Количество энергии, выделяемой генератором в течение периода, пропорционально частоте и квадрату амплитуды тока. Энергетические свойства  $N$ -элемента напоминают свойства генератора, работающего в режиме обратной связи, обеспечивающем требуемые энергетические режимы. Физические процессы, соответствующие процессам  $N$ -элемента, не известны.

Энергетические процессы в  $A$ -элементе в случае питания его напряжениями, форма которых сходна с формой тока (14), аналогичны процессам в  $N$ -элементе.

Энергетические процессы  $N$ - и  $A$ -элементов, определяемые формулами (12) и (13), более сложны. Здесь они не рассматриваются.

Несмотря на то что предложенные новые гипотетические элементы электрической цепи отличаются от уже известных элементов размерностью и характером энергетических процессов, они логически их дополняют в случае упорядочения по показателям степени времени в выражениях размерности (3):  $N, L, 1/C, R, A$ . Различие в размерности элементов указывает на различие в сущности физических процессов, определяющих их характеристики. Возможно и дальнейшее расширение приведенного выше ряда элементов (путем изменения размерности по времени), но вновь полученные будут более «удалены» от существующих  $L, 1/C, R$ , чем гипотетические  $N$  и  $A$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Chua L. O., IEEE Trans. on Circuit Theory, CT-18, No. 5, 507 (1971).
2. Chua L. O., Kang S. M., Proc. of the IEEE, 64, No. 2, 209 (1976).

R. ALLIKAS

ENERGEETILISED PROTSESSID KAHES UUES ELEKTRIAHELAL ELEMENDIS

Tuakse üheksa võimalikku koordinaatide tasandit, mis on saadud pinge ja voolu ning nende diferentsiaalide ja integraalide kui koordinaatide kombinatsioonidest. Koordinaadisüsteemidest nähtub, et on võimalikud kaks uut tüüpi elektriahela elementi. Nende hüpoteetiliste elementide dimensioon erineb senituntuist ja nad võivad töötada loitepinge või voolu kujust sõltuvalt kas elektrienergia tarbijatena või generaatoritena.

R. ALLIKAS

ENERGETIC PROCESSES IN TWO NEW CIRCUIT ELEMENTS

Nine possible coordinate systems obtained from combination of coordinates of voltage and current and their differentials and integrals, have been presented. On the basis of the coordinate systems, the probable existence of two new elements of electrical circuit has been stated. These hypothetic elements differ only by units from those traditionally used. Depending on the wave form of supply voltage or current, the elements can operate as a power consumer or generator.

