EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. 23. KÖIDE
FÜÜSIKA * MATEMAATIKA. 1974, NR. 4

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ 23
ФИЗИКА * МАТЕМАТИКА. 1974, № 4

https://doi.org/10.3176/phys.math.1974.4.14

УДК 519.95

В. АЛАДЬЕВ, О. ОСИПОВ

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ В ОДНОРОДНЫХ СТРУКТУРАХ

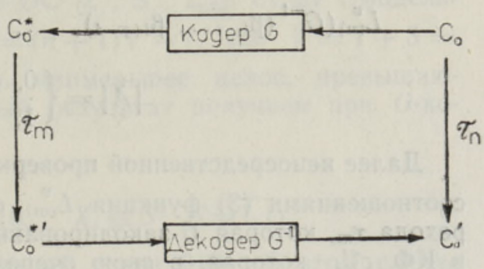
V. ALADJEV, O. OSSIPOV. ÜHEST MODELLEERIMISE MEETODIST HOMOGEENSETES STRUKTUURIDES

V. ALADYEV, O. OSIPOV. ABOUT A METHOD OF MODELLING IN HOMOGENEOUS STRUCTURES

Моделирование однородных структур (ОС) структурами с меньшим числом внутренних состояний единичного автомата представляет интерес как с точки зрения теории (см. библ. в [1]), так и практики. Поскольку мощные операционные системы (OS IBM/360, OS VS1 и OS VS2 IBM/370) много времени затрачивают на собственную работу (до 60% для ряда классов задач), возникает необходимость исследования принципов построения OS, ибо до сих пор большая часть идеологии последних исходила, вообще говоря, из нужд пользователя. В настоящее время ведутся работы по передаче части функций OS аппаратуре (как, например, это сделано в случае 0-уровневого обработчика прерываний в OS IBM и ЕС ЭВМ). При этом особенно интересна проблема моделирования OS на многомерных ОС, хорошо отвечающих таким принципам OS, как модульности и т. д. Цель такого моделирования заключается как в исследовании общего подхода к построению операционных систем (например, параллельных OS), так и в решении вопросов аппаратной реализации OS. В свете сказанного особый интерес представляют моделирование ОС структурами с меньшим числом внутренних состояний единичного автомата и примыкающая сюда проблема оценки сложности параллельных алгоритмов, определяемых однородными структурами [2, 3]. В настоящей работе приводится простой метод кодирования состояний единичного автомата в ОС, позволяющий моделировать ОС, единичный автомат которой имеет p состояний, структурой, единичный автомат которой имеет только два внутренних состояния, при довольно умеренном увеличении размера шаблона соседства моделирующей ОС. Все используемые ниже обозначения, понятия и определения соответствуют работе [2].

Будем говорить, что ОС $\langle Z^d, S^2, L^v_{(m)}\rangle$ 1-моделирует ОС $\langle Z^d, S^p, L^v_{(n)}\rangle$, если имеет место следующая схема поведения конфигураций (КФ) в моделируемой и моделирующей структурах под действием глобальных функций перехода τ_m и τ_n (рисунок).

В дальнейшем на методы кодирования и декодирования никаких ограничений накладывать не будем. Более того, шаблоны соседства в ОС, не нарушая общности, будем полагать связными, а элементы из



Любая КФ c_0 в алфавите S^p под действием глобальной функции перехода τ_n, определяемой локальной функцией $\overset{v}{L}_{(n)}$, переходит в КФ c'_0. При некотором G-кодировании КФ c_0 переходит в КФ c_0^* в алфавите S^2. КФ же c_0^* под действием глобальной функции перехода τ_m, определяемой локальной функцией $\overset{v}{L}_{(m)}$, переходит в 1-моделирующей ОС в КФ $c_0^{*\prime}$. При этом G^{-1}-декодирование КФ $c_0^{*\prime}$ дает точно КФ c'_0.

алфавита S^p односимвольными. Для большей наглядности рассуждений ограничимся одномерным случаем.

Пусть имеется ОС $\langle Z^1,\ S^p,\ \overset{v}{L}_{(n)}\rangle$. Под $G(\alpha)$ будем понимать некоторый метод кодирования символов $\alpha \in S^p$, а под $G^{-1}(\beta)$ — декодирование набора символов из S^2 длиной p. При сделанных обозначениях наш метод кодирования принимает вид

$$G(k) = 1^k 0^{p-k}$$

$$G^{-1}(\beta) = \begin{cases} k, \text{ если } \beta = 1^k 0^{p-k}; \\ \wedge \text{ в противном случае, } k \in S^p, \end{cases}$$

где $\wedge$ — пустое слово и $\wedge^u = \overbrace{\wedge \ldots \wedge}^{u}$. Локальная функция перехода в ОС $\langle Z^1,\ S^p,\ \overset{v}{L}_{(n)}\rangle$ определяется соотношениями

$$\begin{aligned} &\overset{v}{L}_{(n)}(\alpha_1,\ \alpha_2,\ \ldots,\ \alpha_n) = k \in S^p, \\ &\overset{v}{L}_{(n)}(0,\ 0,\ \ldots,\ 0) = 0. \end{aligned} \tag{1}$$

При данном методе кодирования любая КФ $\overline{0}X_1X_2\ldots X_q\overline{0}$ $(X_i \in S^p;$ $i = \overline{1,\ q})$ переходит в КФ $G(\overline{0})\,G(X_1)\,G(X_2)\,\ldots\,G(X_q)\,G(\overline{0})$, для которой имеет место $G(\overrightarrow{0})$, $G(X_i) \in S^2$ $(i = \overline{1,\ q})$. В частности, при G-кодировании соотношения (1) должны переходить в соотношения

$$\begin{gathered} \langle G(\alpha_1),\ G(\alpha_2),\ \ldots,\ G(\alpha_n)\rangle \to 1^k 0^{p-k}, \\ \alpha_i, k \in S^p \quad (i = \overline{1, n}). \end{gathered} \tag{2}$$

Определим теперь ОС $\langle Z^1,\ S^2,\ \overset{v}{L}_{(m)}\rangle$ с шаблоном соседства размером $m = (n+1)p - 1$. Для этого необходимо задать только локальную функцию перехода $\overset{v}{L}_{(m)}$. Пронумеруем автоматы шаблона соседства моделирующей ОС от 1 до $m = (n+1)p - 1$. Пусть КФ шаблона соседства $y_1y_2y_3 \ldots y_{(n+1)p-1}$ $(y_i \in S^2;\ i = \overline{1,\ (n+1)p-1})$ такова, что автоматом с минимальным номером, начиная с которого КФ шаблона соседства содержит в качестве подконфигурации левую часть соотношения (2), будет автомат с номером $1 \leqslant l \leqslant p$. Тогда соотношения для функции $\overset{v}{L}_{(m)}$ определятся таким образом:

$$\begin{gathered} \overset{v}{L}_{(m)}(\beta_1,\ \beta_2,\ \ldots,\ \underbrace{\beta_{pn+p-1}) = \left| \frac{l-1}{p-k} \right|}, \\ \beta_i \in S^2 \quad (i = \overline{1,\ pn+p-1}), \end{gathered} \tag{3}$$

при условии выполнения следующих соотношений:

$$L^{v}_{(n)}(G^{-1}(\beta_l, \ldots, \beta_{l+p-1}), \ldots, G^{-1}(\beta_{l+(n-1)p}, \ldots, \beta_{l+np-1})) = k,$$
$$k \in S^p, \ 1 \leqslant l \leqslant p.$$

$$|A| = \begin{cases} 0, & \text{если } A < 1; \\ 1, & \text{если } A \geqslant 1. \end{cases}$$

Далее непосредственной проверкой нетрудно убедиться, что заданная соотношениями (3) функция $L^{v}_{(m)}$ определяет глобальную функцию перехода τ_m, которая G-закодированную КФ c_0 в алфавите S^p переводит в КФ $c^{*\prime}_0$, которая, в свою очередь, при G^{-1}-декодировании дает КФ c'_0 такую, что $c_0\,\tau_n = c'_0$. Следует отметить, что при указанном подходе не каждый метод G-кодирования дает результаты. Метод кодирования можно использовать лишь тогда, когда он для любой КФ

$$\underbrace{X^1_1 \ldots X^1_p}\ \underbrace{X^2_1 \ldots X^2_p}\ \underbrace{X^3_1 \ldots X^3_p} \ldots\ldots \underbrace{X^{n+2}_1 \ \ldots\ X^{n+2}_{p-1} X^{n+2}_p} \qquad (4)$$
$$np+p-1$$

$(\forall i)\,(\forall k)\,(X^i_k \in S^2)$, $\quad (\forall i)\,(G^{-1}(X^i_1 \ldots X^i_p) \in S^p) \quad (k = \overline{1, p};\ i = \overline{1, n+2})$
не допускает существования КФ $G(\alpha_1)\,G(\alpha_2)\ \ldots\ G(\alpha_n)$ из (2) в качестве подконфигурации КФ (4)

$$\underbrace{X^1_l \ldots . X^1_p}\ \underbrace{X^2_1 \ldots . X^2_p} \ldots . \underbrace{X^{n+1}_1 \ \ldots . X^{n+1}_p}\ \ \underbrace{X^{n+2}_1 \ \ldots . X^{n+2}_{l-2}} \quad (1 < l \leqslant p),$$

кроме случая $(\forall i)\,(\forall k)\,(X^i_k = 0)$ $(i = \overline{2, n+1};\ k = \overline{1, p})$. Наш метод кодирования удовлетворяет данному требованию. Однако использовать при таком подходе в качестве кодирования двоичные представления элементов из S^p не удается, так как указанное выше требование в общем случае не выполняется. Однако такой метод G-кодирования может быть полезен при 1-моделировании ОС $\langle Z^1, S^p, L^v_{(n)}\rangle$ структурой $\langle Z^1, S^3, L^v_{(m)}\rangle$ при $m = (n+1) \times ([\log_2 p] + 1) - 1$, если использовать кодирование $G(k) = K_{(2)} 2^{\left]\log_2 \frac{2p}{k}\right[}$, где $K_{(2)}$ — двоичное представление символа $k \in S^p$ и

$$\left]\log_2 \frac{2p}{k}\right[= \begin{cases} \left[\log_2 \dfrac{2p}{k}\right], & \text{если } k \text{ есть степень 2;} \\ \left[\log_2 \dfrac{2p}{k}\right] + 1 & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Аналогичный подход имеет место и в случае d-мерных ОС, причем оценки для размеров ребер шаблонов соседства остаются прежними. Если же не ограничиваться только классом конечных КФ, то при кодировании $G(k) = K_{(2)} 01^{[\log_2 p]+2}$ $(k \in S^p)$ аналогичный подход приводит к возможности 1-моделирования ОС $\langle Z^1, S^p, L^v_{(n)}\rangle$ структурой $\langle Z^1, S^2, L^v_{(m)}\rangle$ при $m = (2n+1)[\log_2 p] + 4n + 1$. В случае усложнения способа G-кодирования полученный результат может быть улучшен. Так, при кодировании

$$\begin{cases} G(0) = 0^V & \alpha, \gamma \geqslant 1 \quad \alpha + \beta + \gamma = l, \\ G(k \neq 0) = 10^{\alpha} 1^{\beta} 0^{\gamma} 10 & (\beta = 0) \vee (\beta \geqslant 2) \quad V = l + 3 \end{cases}$$

функцию $L^v_{(m)}$ можно задать так, что ОС $\langle Z^1, S^p, L^v_{(n)}\rangle$ будет 1-моделироваться ОС $\langle Z^1, S^2, L^v_{(m)}\rangle$ при $m=(n+1)V-1$, где $V=l+3=\langle 2{,}5+\sqrt{2p-3{,}75}\rangle+3$ и $\langle a\rangle$ есть наименьшее целое, превышающее a. Наконец, наиболее интересный результат получаем при G-кодировании

$$\begin{cases} G(0)=0^{l+5} \\ G(k\neq 0)=10X_1X_2\ldots X_l010, \quad X_i\in S^2 \ \ (i=\overline{1,l}), \end{cases}$$

где $0X_1X_2\ldots X_l0$ не содержит вхождений слова 010. В этом случае можно показать, что ОС $\langle Z^1, S^p, L^v_{(n)}\rangle$ 1-моделируется ОС $\langle Z^1, S^2, L^v_{(m)}\rangle$ при $m=(n+1)(l+5)-1$, где $l=[(\log_2 p-1)/(\log_2 7-1)]+2$. Улучшение результата можно получить точной оценкой числа упомянутых выше бинарных наборов. Полученный результат является наилучшим среди известных авторам.

Как уже упоминалось, проблема моделирования OS на ОС предполагает также исследование возможностей передачи части функций OS аппаратуре. Пришло время определить, какие из программных функций OS можно передать аппаратуре. После моделирования OS на многомерных ОС естественным образом возникает проблема аппаратной реализации полученной модели. Однако здесь возникают уже чисто технические трудности, и одна из основных — оценка сложности ОС, моделирующей OS. Принято оценивать сложность ОС величиной ГСВ $=p\cdot T$ (p — T ОС), где p — число состояний единичного автомата ОС и T — число автоматов в шаблоне соседства. Величина ГСВ отражает в значительной мере и сложность реализации таких ОС. Причем, для технических реализаций величина p представляет, пожалуй, даже больший интерес, чем T. В настоящей работе предложен метод кодирования состояний автомата ОС, который дает возможность оценить сложность реализации той или иной OS аппаратными средствами.

В заключение считаем приятным долгом поблагодарить всех участников семинара по операционным системам ЕС ЭВМ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Aladyev V., Survey of Research in the Theory of Homogeneous Structures and Their Applications, Mathematical Biosciences (1974).
2. Аладьев В., К теории однородных структур, Таллин, 1972.
3. Аладьев В., Осипов О., О сложности параллельных алгоритмов, определяемых однородными структурами, Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., (в печати).

Эстонский филиал
ВГПТИ ЦСУ СССР

Поступила в редакцию
8/II 1974