#### EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. 21. KÕIDE FÜÜSIKA \* MATEMAATIKA. 1972, NR. 4

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ 21 ФИЗИКА \* МАТЕМАТИКА. 1972. № 4

https://doi.org/10.3176/phys.math.1972.4.07

УДК 621.314.263.001 1

## B. CAPB

# АНАЛИЗ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЭНЕРГИИ В КЛЮЧЕВЫХ ЭЛЕМЕНТАХ МАГНИТНЫХ УМНОЖИТЕЛЕЙ ЧАСТОТЫ

В настоящее время теория магнитных умножителей частоты (МУЧ) менее развита, чем теория родственных трансформаторов и магнитных усилителей (МУ). Объясняется это во многом большей сложностью преобразовательных процессов в МУЧ. Такое положение замедляет техническое развитие МУЧ, и применяемые МУЧ часто не реализуют потенциальных возможностей, присущих умножителям частоты на магнитных элементах [<sup>1, 2</sup>]. Возможные резервы, определяющие направления дальнейшего усовершенствования МУЧ, целесообразно искать на пути уточнения энергетических закономерностей умножения частоты в нелинейных индуктивных цепях. Учитывая развитую теорию и технику МУ и большую аналогию процессов в МУ и в управляемых МУЧ, полезно исходить из общей модели управляемого магнитного преобразователя, частными случаями которого являются как классические МУ, так и конкретные симметричные поляризованные МУЧ. При этом МУ можно рассматривать как однократный умножитель частоты.

В данной работе мы ограничимся рассмотрением зависимости эффективности преобразования энергии от кратности умножения частоты в случае прямоугольной формы напряжения питания, поскольку тогда процессы в МУЧ более просты и действие МУЧ одновременно более эффективно, чем в случае синусоидального напряжения питания. Рассмотрим только поляризованные МУЧ.

### Схемы замещения

Согласно [<sup>3-5</sup>] основным преобразовательным элементом в развернутых схемах замещения МУЧ является идеальная нелинейная индуктивность с прямоугольной вебер-амперной характеристикой, которую мы в дальнейшем будем называть магнитным ключом. Характер ее работы в составе МУЧ можно истолковать как потребление энергии на частотах питания и генерирование энергии на выходных частотах. В симметричных МУЧ магнитные ключи с учетом сдвига по времени работают одинаково, поэтому достаточно проанализировать процесс в одном ключе.

В результате сказанного наиболее общей моделью симметричной нелинейной индуктивной цепи для умножения частоты является схема рис. 1 с одним магнитным ключом K. Здесь  $I_0$  — независимый или зависимый (в случае МУЧ с обратной связью) источник постоянного тока;  $e_1, e_2, \ldots, e_n, \ldots$  — синусоидальные э.д. с. с кратной частотой;  $F_1, F_2, \ldots, F_n, \ldots$  — идеальные полосовые фильтры, пропускающие соответ-

ственно 1-, 2-, ..., *п*-ю и т. д. гармонику тока;  $Z_1, Z_2, \ldots, \tilde{Z}_n, \ldots$  эквивалентные сопротивления в контурах замыкания соответствующих гармоник (к ним можно также отнести линейные индуктивности в эквивалентной схеме исходной индуктивности [<sup>4</sup>]);  $u_1, u_2, \ldots$  и  $i_1, i_2, \ldots$  падения напряжений и токи соответствующих гармоник;  $u_K$  и  $\iota_K$  — напряжение и ток ключа K.



#### Рис. 1.

В общей схеме рис. 1 э. д. с.  $e_1$  непременно является составляющей э. д. с. питания. Э. д. с. в других ветвях позволяют учитывать несинусойдальность э. д. с. источника питания, а также наличие в исходной схеме других, имеющих кратную частоту э. д. с. Нагрузка входит в состав тех эквивалентных сопротивлений, порядковые номера которых совпадают с выходными частотами. По существу схема рис. 1 является суммой схем замещения для отдельных гармоник и поэтому может быть составлена для любого симметричного МУЧ.

Так как работа магнитного ключа в исходной симметричной схеме МУЧ и в приведенной схеме рис. 1 одинакова, то такое приведение позюляет прежде всего оценить степень эквивалентности преобразовательных процессов в сравниваемых исходных нелинейных цепях. Процессы в исходных цепях идентичны, если относительные параметры соответствующих приведенных схем рис. 1 являются одинаковыми. Но отсюда непосредственно вытекает, что эффективность преобразования напряжения, тока и энергии в симметричных МУЧ может зависеть только от формы напряжения питания, от относительной подавленности и сдвига фазы отдельных гармоник, а также от того, что является полезным продуктом преобразования — какая-то определенная гармоника или заданная совокупность гармоник.

Рассмотрим эффективность преобразования энергии для типичных схем МУЧ. Известно, что разновидности схем как МУЧ [<sup>1, 2</sup>], так и классических МУ сводятся к параллельному, последовательному или более сложному соединению некоторых одинаковых элементарных звеньев. Преобразование энергии в магнитном ключе элементарного звена МУЧ и в составной схеме различается лишь настолько, насколько совмещение работы нескольких элементарных звеньев вызывает изменение подавленности отдельных гармоник в приведенной одноключевой схеме рис. 1. Поэтому изменение режима работы ключа в результате совмещения работы нескольких звеньев можно моделировать включением дополнительных фильтров в схему одиночного звена. Это позволяет ограничиться исследованием процессов в элементарном звене. Учитывая нашу цель — определение предельных показателей преобразовательного процесса, — оправдано и целесообразно пренебрежение всеми балластными активными и индуктивными сопротивлениями. Как показано в [<sup>5</sup>], основные энергетические процессы в трансформаторных и дроссельных МУЧ одинаковы, что позволяет ограничиваться анализом более простых бестрансформаторных схем. Такая схема замещения для идеализированного элементарного звена МУЧ изображена на рис. 2. Здесь  $e_{11}, e_{12}, \ldots, e_{1n}$  — симметричная *n*-фазная система э. д. с., которые в частном случае могут быть синусоидальными. Для избежания замыкания (насыщения) магнитных ключей K1, K2, ..., Kn при отсутствии подмагничивания среднее значение э. д. с. питания  $E_{1cp}$  должно быть выбрано из условия

$$E_{icp} \leqslant 4f_i \Psi_s, \tag{1}$$

где  $\Psi_s$  — потокосцепление насыщения магнитных ключей,  $f_1$  — частота питания. Источники постоянного тока одинаковы, т. е.  $I_{01} = I_{02} =$  $= \ldots = I_{0n} = I_0$ . Прерывистой линией изображен вентиль *B*, применяемый в схемах с внутренней обратной связью (в. о. с.). Если при наличии в. о. с. исследуются процессы управления, то в схеме замещения рис. 2 параллельно магнитным ключам должны быть включены еще линейные индуктивности для учета наклона вебер-амперной характеристики или сопротивления при моделировании конечных потерь в сердечниках МУЧ. Без таких угочнений схема рис. 2 не отражает способности исходного МУЧ управлять выходным напряжением. В данном случае нас, однако, интересует обмен энергией при номинальном выходе, и поэтому указанные уточнения схемы замещения нецелесообразны.

Как показано в [<sup>5</sup>], активный нелинейный двухполюсник, окруженный на рис. 2 прерывистой линией, можно заменить еще более простой однофазной эквивалентной схемой.

## Преобразование энергии в магнитном ключе

Для анализа процессов в ключе предположим, что в схеме рис. 2 вентиль B, осуществляющий в. о. с., отсутствует. Схемы МУЧ с в. о. с. являются весьма перспективными вследствие значительного увеличения динамического коэффициента усиления и жесткости внешней характеристики [<sup>6, 7</sup>]. Но с точки зрения установившихся процессов в самом магнитном ключе в. о. с. является только способом его поляризации. Поэтому эти процессы не изменяются, когда требуемая постоянная составляющая тока ключа обеспечивается не в. о. с., а соответствующим увеличением тока  $I_0$  от самостоятельного источника питания.

Режим работы ключа в схеме рис. 2 определяется следующими обстоятельствами: 1) так как генерирование новых гармоник происходит в магнитном ключе, то ток и напряжение ключа содержат все имеющиеся в схеме гармоники; 2) при *n*-кратном умножении частоты гармоники, кратные *n*, т. е. гармоники с порядковыми номерами *mn*, образуют симметричную систему нулевой последовательности и поэтому могут замыкаться только через нагрузку; 3) при  $R_{\rm H} \neq 0$  постоянная составляющая тока ключа  $i_{K,0} = I_0$ ; 4) все остальные гармоники образуют симметричные системы ненулевых последовательностей, и они отсутствуют в напряжении  $u_{\rm N0} = u_{\rm H}$ .

На рис. 3, а изображена соответствующая однофазная схема замещения элементарного звена, где  $F'_{mn}$  — многорезонансный полоснозаграждающий фильтр для гармоник с порядковыми номерами *mn*. Так как одна фаза генерирует 1/n-ю часть общей выходной мощности  $P_{\rm II}$ , то для сохранения неизменного режима работы ключа в схеме



замещения рис. 3, а приведенное на одну фазу сопротивление нагрузки  $R'_{\rm H} = nR_{\rm H}$ . Соответственно приведенный ток нагрузки  $i'_{\rm H} = i_{\rm H}/n$ , приведенная входная мощность  $P'_1 = P_1/n$  и приведенная выходная мощность  $P'_{\rm H} = P_{\rm H}/n$ . Здесь  $P_1$  и  $P_{\rm H}$  — активные мощности источника питания и нагрузки в схеме рис. 2.

Однофазная схема замещения рис. 3, *а* справедлива при любой форме э. д. с. питания  $e_{11}$ . Учитывая, что напряжение ключа  $u_{\rm K} = e_{11} - u_{\rm H}$ , мгновенная мощность ключа

$$p_{K} = u_{K} i_{K} = e_{11} i_{K} - u_{H} i_{K} = 0 \tag{2}$$

образуется из двух составляющих, отражающих потребление энергии на частотах питания и ее генерирование на выходных частотах. Поэтому две составляющие имеются и в активной мощности ключа

$$P_{\rm K} = \frac{1}{T_1} \int_{0}^{T_1} p_{\rm K} dt = \frac{1}{T_1} \int_{0}^{T_1} e_{\rm H} i_{\rm K} dt - \frac{1}{T_1} \int_{0}^{T_1} u_{\rm H} i_{\rm K} dt = P'_1 - P'_{\rm H} = 0.$$
(3)

Полезным продуктом в работе ключа является мощность  $P'_{\rm H} = U_{\rm H} I'_{\rm H} = P'_{\rm 1}$  или какая-то ее доля. При заданном ключе максимальное значение мощности  $P'_{\rm H}$  ограничено допустимым действующим значением напряжения питания

$$U_{\mathfrak{q}} = 4k_{\Phi}f_{1}\Psi_{s}, \tag{4}$$

тде  $k_{\Phi}$  — коэффициент формы, и допустимым действующим значением тока ключа  $I_{\mu}$ .

Предполагая, что МУЧ не перегружен, относительная выходная мощность ключа В. Сарв

$$P_{\rm H^*} = \frac{U_{\rm H} I_{\rm H}}{n U_{\rm I} I_{\rm I}} = \frac{P_{\rm H}}{n P_{\rm I}} = \frac{P'_{\rm H}}{P_{\rm I}} \le 1,$$
 (5)

где Рл -- расчетная (допустимая) мощность ключа.



Теоретическое предельное значение относительной мощности, равное единице, достигается при n = 1,  $I_0 = 0$ ,  $E_{11} = U_{\pi}$  и  $I_K = I_{\pi}$ , если замыкание ключей осуществляется механическим удалением сердечника; причем через последовательно соединенные ключ, источник питания и нагрузку протекает тогда идентичный ток. Замыкание (насыщение) ключа путем его подмагничивания постоянным током, а также умножение частоты неизбежно ведут к. появлению в токе ключа невыходных составляющих и в результате этого к уменьшению относительной выходной мощности Р<sub>н\*</sub>. Уменьшение Р<sub>н\*</sub> и связанное с ним уменьшение коэффициента использования активных материалов магнитного ключа является неизбежной ценой за бесконтактное управление и умножение частоты.

Для получения конкретной зависимости P<sub>н\*</sub> от кратности умноже-ния необходимо знание формы э. д. с. питания. Пусть она будет прямсугольной с амплитудой Е. В этом случае э.д. с. питания е11 содержит все нечетные гармоники и питающая составляющая тока ключа

$$i_1 = \sum_{m=0}^{\infty} i_{2m+1}.$$
 (6)

Нагрузсчная составляющая тока ключа

$$i'_{\rm H} = \sum_{m=1}^{\infty} i_{mn},\tag{7}$$

а все остальные гармоники закорочены и создают закороченную состабляющую i<sub>II</sub>.

Соответствующая развернутая однофазная схема замещения изображена на рис. 3, б, где F<sub>2m+1</sub> и F<sub>mn</sub> являются многорезонансными полесовыми, а F'2m+1 и F'mn — полосно-заграждающими фильтрами.

Режим работы ключа К в схеме рис. 2 изображен на рис. 4. Для конкретности выбрано n = 4, но в основном характер работы ключа сохраняется и при других кратностях умножения частоты. На рис. 4 предположено, что сопротивление нагрузки является критическим

$$R_{\rm H} = R_{\rm Kp} = \frac{E}{nI_0}, \qquad (8)$$

так как при прямоугольном напряжении питания этот режим соответствует максимальному  $P_{\rm H*}$  для заданной кратности умножения. Объясняется это тем, что тогда для каждого момента времени в формуле (2) составляющая мощности  $e_{11}i_K > 0$  и одновременно ключи замкнуты в течение максимально возможного времени — в течение  $T_1/2n = T_n/2$ в конце положительного и начале отрицательного полупериода э. д. с. питания [<sup>5</sup>].

В каждый момент времени в закрытом состоянии может быть только один ключ, именно ключ, находящийся в той фазе *h*, где интеграл э. д. с. питания

$$\int e_{1h} dt = \psi_{1h} \tag{9}$$

максимален. Это видно также на рис. 4, где в промежутке

$$\frac{T_{1}}{2} - \frac{T_{n}}{2} \leqslant t \leqslant \frac{T_{1}}{2} + \frac{T_{n}}{2}$$

$$\max\{\psi_{11}, \dots, \psi_{1n}, \dots, \psi_{1n}\} = \psi_{11}$$
(10)

и соответственно ключ K1 замкнут, а его потокосцепление  $\psi_{K1} = \Psi_s$ . Как было отмечено, постоянная составляющая тока ключа

$$i_{K,0} = \frac{1}{T_1} \int_{0}^{T_1} i_K dt = I_0 \tag{11}$$

независимо от значения нагрузочного сопротивления  $R_{\rm H} > 0$ . Изменение нагрузочного сопротивления сопровождается изменением формы кривой  $i_{\rm K}$ . На рис. 4 для иллюстрации прерывистой линией изображен ток  $i_{\rm K}$  при холостом ходе. Как видно, в последнем случае действительно

$$\frac{1}{T_1} \int_{0}^{T_1} e_{11} i_K dt = P'_1 = P'_{\rm H} = 0.$$
 (12)

При холостом ходе в токе ключа имеются только постоянная, питающая и закороченная составляющие

$$i_{\rm K} = I_0 + i_{\rm I} + i_{\rm II}.$$
 (13)

При нагрузке добавляется еще нагрузочная составляющая. Все эти составляющие тока изображены на рис. 4.

Предполагая, что ключ работает на предельно допустимых значениях тока и напряжения, на основе (5) и с учетом формы кривой  $i_{K}$ максимальное значение относительной выходной мощности

$$P_{\mathrm{H}^{*},\,\mathrm{max}} = \left(\frac{I_{\mathrm{H}}}{nI_{K}}\right)_{\mathrm{Kp}} = \frac{1}{\sqrt{2n}}.$$
(14)

Так, при n = 1; 2; 3; 4 ... P<sub>н\*,max</sub> = 0,707; 0,500; 0,408; 0,353 ...

Применение трансформаторных схем МУЧ, естественно, уменьшает относительную выходную мощность. Для трансформаторной схемы с общей обмоткой для выходного и подмагничивающего токов (этот случай охватывает и схемы с в. о. с.)

$$P_{\mathrm{H}^*, \max} = \frac{1}{\sqrt{2} (1 + \sqrt{n-1})}, \quad n \ge 2,$$
 (15)

что дает для n = 2; 3; 4 значения P<sub>н\*,max</sub> = 0,354; 0,293; 0,259.



Напомним, что в данном случае за единицу принята расчетная мощность магнитного ключа. Когда же в качестве единицы принята расчетная мощность двухобмоточного трансформатора, тогда относительные выходные мощности увеличиваются в 2 раза и равняются предельным коэффициентам использования соответствующих МУЧ.

Неизбежное уменьшение относительной выходной мощности с ростом *n* на рис. 5 наглядно иллюстрируется соответствующими энергетическими циклами [<sup>8, 9</sup>]

$$S_n = \oint i_K \, d\psi_{11},\tag{16}$$

площади которых пропорциональны преобразованной в ключе в течение периода питания энергии. Действительно, согласно (3)

$$P'_{1}T_{1} = \int_{0}^{T_{1}} i_{K}e_{11} dt = \int_{0}^{T_{1}} i_{K} \frac{d\psi_{11}}{dt} dt = \oint i_{K} d\psi_{11}.$$
(17)

Изображенные основные энергетические циклы магнитного ключа соответствуют критическому режиму работы. Цикл с прерывистой линией соответствует упомянутой выше работе ключа, замкнутого путем удаления сердечника при n = 1. Площадь этого цикла  $S_{\pi} = P_{\pi}T_1$ . Таким образом получим для относительной выходной мощности

$$P_{\mathrm{H}^*} = \frac{S_n}{S_{\mathrm{H}}} \,. \tag{18}$$

На основе последней зависимости легко проверить, что в случае прямоугольного напряжения питания в критическом режиме работы  $P_{\mathrm{H}^*} = P_{\mathrm{H}^*,\mathrm{max}}$ .

Сравнение полученных предельных значений относительных выходных мощностей с коэффициентами использования современных реальных МУЧ показывает, что, по-видимому, отсутствуют существенные резервы для дальнейшего повышения эффективности умножения частоты в номинальном режиме МУЧ, когда нагрузка является критической или близкой к ней. Но в схемах МУЧ с независимым подмагничиванием критический режим реализуется только при одном значении сопротивления нагрузки. Поэтому в случае переменной нагрузки и в управляемых МУЧ весьма целесообразно введение в. о. с. [<sup>1, 2, 6, 7</sup>], обеспечивающей автоматическое сохранение выгодного режима преобразования энергии.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Сарв В., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 19, 94 (1970). 2. Сарв В., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 20, 182 (1971). 3. Сарв В., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 16, 357 (1967).

- Котова Л. Ф., Электричество, № 4, 88 (1967).
   Сарв В. В., В сб.: Устройства преобразовательной техники, Вып. 3, Киев, 1969, 5. c. 133.
- 6. Сарв В. В., В сб.: Проблемы технической электродинамики, Вып. 19, Киев. 1969,
- c. 24. Сарв В. В., В сб.: Проблемы технической электродинамики, Вып. 24, Киев, 1970, 7.
- c. 131. 8. Маевский О. А., Гончаров Ю. П., Электричество, № 3, 22 (1967). 9. Алликас Р., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 17, 419 (1968).

Институт термофизики и электрофизики Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию 24/XII 1971

#### V. SARV

### MAGNETSAGEDUSKORDISTITE LÜLITUSELEMENTIDES TOIMUVA **ENERGIATEISENDUMISE ANALUUS**

Sümmeetriliste magnetsageduskordistite ühelülitilise üldise aseskeemi alusel näida-takse, et elektrienergia sageduse muundamine toimub sageduskordisti staatilistes lülituselementides, kusjuures antud kordistusteguri puhul sõltub muundamise elektiivsus ainult toitepinge kujust, üksikute harmooniliste tõkestatuse määrast ning kasuliku väljundi määrangust. Artiklis leitakse magnetlüliti ning sümmeetrilise sageduskordisti suhtelise väljundvõimsuse teoreetiline piir sõltuvalt kordistustegurist täisnurkse toite- ja väljundpinge korral.

#### V. SARV

### ANALYSIS OF ENERGY CONVERSION IN SWITCHING ELEMENTS **OF MAGNETIC FREQUENCY MULTIPLIERS**

Analysis of energy conversion in static magnetic switches as the principal conversion elements of magnetic frequency multipliers is presented. On the basis of a general single-switch equivalent circuit it is concluded that the effectiveness of conversion depends on the shape of the supply voltage, the harmonic content of switch current and the definition of the useful output. It is established that, in case of rectangular supply and output voltages, the theoretical limit of the relative output power is equal to  $1/\sqrt{2n}$ , n being the multiplying factor. Energy conversion cycles for n = 1 - 4 are presented.