EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. 21. KÖIDE
FÜÜSIKA * MATEMAATIKA. 1972, NR. 4

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ 21
ФИЗИКА * МАТЕМАТИКА. 1972, № 4

https://doi.org/10.3176/phys.math.1972.4.05

УДК 512.25/.26 + 519.3 : 330.115

Р. ЛЕПП, Э. РАЙК

РАНДОМИЗИРОВАННЫЕ РЕШЕНИЯ В ЗАДАЧАХ СТОХАСТИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Пусть дана задача нелинейного стохастического программирования: найти случайный s-мерный вектор η, реализующий

$$\min_{\eta} Ef(\eta, \xi) \tag{1}$$

при условиях

$$Eg_i(\eta, \xi) \leqslant \gamma_i, \quad i=1, \ldots, j; \tag{2}$$

$$P[g_i(\eta, \xi) \leqslant \gamma_i] \geqslant \alpha_i, \quad i=j+1, \ldots, k; \tag{3}$$

$$P[g_i(\eta) \leqslant \gamma_i] = 1, \quad i=k+1, \ldots, l. \tag{4}$$

Здесь ξ — r-мерный случайный вектор с известной мерой ν на пространстве $Y(\nu(A) = P\{\omega : \xi(\omega) \in A\})$; η — s-мерный искомый случайный вектор; $f(.,.)$, $g_i(.,.)$, $g_i(.)$ — заданные действительные функции; γ_i, α_i — заданные действительные числа; E, P — соответственно символы математического ожидания и вероятности.

Под рандомизированным решением в данной работе будем понимать некоторую меру μ на s-мерном пространстве X.

Выясним, при каких условиях задача (1)—(4) имеет решение в пространстве мер. Рандомизированное решение можно искать независимым или зависимым от случайного вектора ξ. Это определяется в первую очередь тем, известны ли нам значения случайного вектора ξ до принятия решения или нет.

Предположим сначала, что рандомизированное решение (мера) не зависит от случайного вектора ξ. Тогда задача (1)—(4) преобразуется в следующую з а д а ч у I:
найти

$$\min_{\mu} \int_X \int_Y f(x, y)\, d\nu(y)\, d\mu(x) \tag{5}$$

при условиях

$$\int_X \int_Y g_i(x, y)\, d\nu(y)\, d\mu(x) \leqslant \gamma_i, \quad i=1, \ldots, j; \tag{6}$$

$$\iint\limits_{g_i(x,y)\leqslant\gamma_i} d\nu(y)\, d\mu(x) \geqslant \alpha_i, \quad i=j+1, \ldots, k; \tag{7}$$

$$\int_Q d\mu(x) = 1, \quad Q = \{x : g_i(x) \leqslant \gamma_i, \quad i=k+1, \ldots, l\}; \tag{8}$$

$$\int_X d\mu(x) = 1. \tag{9}$$

Ограничение (9) выделяет все вероятностные меры.

Поиск рандомизированного решения, зависящего от случайного вектора ξ с мерой $\nu(y)$, эквивалентен поиску на произведении пространств $X \times Y$ меры $m(x, y)$, удовлетворяющей для любого множества $A \in \Sigma_Y$ (Σ_Y — борелевская σ-алгебра на Y) условию

$$\nu(A) = \int\limits_{X \times A} dm(x, y). \tag{10}$$

Тогда вместо задачи I получаем следующую задачу II: найти

$$\min_{m(x,y)} \int\limits_{X \times Y} f(x, y)\, dm(x, y) \tag{11}$$

при условиях

$$\int\limits_{X \times Y} g_i(x, y)\, dm(x, y) \leqslant \gamma_i, \quad i = 1, \ldots, j; \tag{12}$$

$$\int\limits_{g_i(x,y) \leqslant \gamma_i} dm(x, y) \geqslant \alpha_i, \quad i = j+1, \ldots, k; \tag{13}$$

$$\int\limits_{Q \times Y} dm(x, y) = 1, \quad Q = \{x : g_i(x) \leqslant \gamma_i, \quad i = k+1, \ldots, l\}; \tag{14}$$

$$\int\limits_{X \times Y} dm(x, y) = 1; \tag{15}$$

$$\nu(A) = \int\limits_{X \times A} dm(x, y) \quad \text{для любого } A \in \Sigma_Y. \tag{16}$$

Приведем условия существования решения задачи I в полном сепарабельном метрическом пространстве $D(X)$ неотрицательных счетно-аддитивных мер, определенных на евклидовом пространстве X, с метрикой [1]

$$\varrho(\mu_1, \mu_2) = \max(\varepsilon_{12}, \varepsilon_{21}). \tag{17}$$

Здесь

$$\varepsilon_{12} = \inf \varepsilon, \quad \mu_2(F) < \mu_1(F^\varepsilon) + \varepsilon,$$
$$\varepsilon_{21} = \inf \varepsilon, \quad \mu_1(F) < \mu_2(F^\varepsilon) + \varepsilon,$$

где F — замкнутое множество, F^ε — открытое множество $S(F, \varepsilon)$.

Приведем сперва несколько вспомогательных лемм.

Лемма 1 [1]. *Для сходимости последовательности мер μ_n к мере μ по метрике* (17) *необходимо и достаточно, чтобы для любой непрерывной и ограниченной функции $f(x)$*

$$\lim_{n\to\infty} \int\limits_X f(x)\, d\mu_n(x) = \int\limits_X f(x)\, d\mu(x),$$

или для любого замкнутого множества $F \subset X$

$$\overline{\lim_{n\to\infty}}\, \mu_n(F) \leqslant \mu(F), \quad \lim_{n\to\infty} \mu_n(X) = \mu(X),$$

или для любого открытого множества

$$\underline{\lim_{n\to\infty}}\, \mu_n(G) \geqslant \mu(G), \quad \lim_{n\to\infty} \mu_n(X) = \mu(X).$$

Лемма 2. *Функционал $\varphi(\mu) = \int\limits_X h(x)\, d\mu(x)$ полунепрерывен снизу тогда и только тогда, когда функция $h(x)$ полунепрерывна снизу и ограничена снизу ($h(x) \geqslant c$).*

Доказательство. Достаточность. Пусть функция $h(x)$ интегрируема по μ. Тогда для любого $\varepsilon > 0$ существует $M > |c|$ такое, что

$$\int\limits_{h(x)\geqslant M} h(x)\,d\mu(x) \leqslant \varepsilon. \tag{18}$$

Представим функцию $h(x)$ в виде $h(x) = f(x) + g(x)$, где $f(x) = \max\{0, h(x) - M\}$, $g(x) = \min\{h(x), M\}$. Теперь $\int h(x)\,d\mu(x) = \int f(x)\,d\mu(x) + \int g(x)\,d\mu(x)$. Используя неравенство (18), получим

$$\int f(x)\,d\mu(x) \leqslant \int\limits_{h(x)\geqslant M} h(x)\,d\mu(x) \leqslant \varepsilon,$$

и поскольку $\int f(x)\,d\lambda(x) \geqslant 0$ для любой меры $\lambda(x) \in D(X)$, то достаточно показать, что функционал $\int g(x)\,d\mu(x)$ полунепрерывен снизу, где функция $g(x)$ полунепрерывна снизу и ограничена, $|g(x)| \leqslant M$. Зафиксируем некоторое k и определим открытые множества

$$G_i = \left\{x : g(x) > i\frac{2M}{k} - M\right\}.$$

Тогда для интегральных сумм имеем

$$\sum_{i=1}^{k}\left[\frac{i-1}{k}2M - M\right]\mu\left\{x : \frac{i-1}{k}2M - M < g(x) \leqslant \frac{i}{k}2M - M\right\} <$$

$$< \int g(x)\,d\mu(x) \leqslant \sum_{i=1}^{k}\left[\frac{i}{k}2M - M\right]\mu\left\{x : \frac{i-1}{k}2M - M < g(x) \leqslant\right.$$

$$\left.\leqslant \frac{i}{k}2M - M\right\},$$

или

$$\sum_{i=1}^{k}\left[\frac{i-1}{k}2M - M\right][\mu(G_{i-1}) - \mu(G_i)] < \int g(x)\,d\mu(x) \leqslant$$

$$\leqslant \sum_{i=1}^{k}\left[\frac{i}{k}2M - M\right][\mu(G_{i-1}) - \mu(G_i)].$$

Преобразуем эти неравенства к виду

$$\frac{2M}{k}\sum_{i=1}^{k}\mu(G_i) - M\mu(X) < \int g(x)\,d\mu(x) \leqslant \frac{2M}{k}\sum_{i=0}^{k-1}\mu(G_i) - M\mu(X).$$

Используя полученные неравенства и лемму 1, имеем

$$\varliminf_{n\to\infty}\varphi(\mu_n) = \varliminf_{n\to\infty}\int g(x)\,d\mu_n(x) \geqslant \varliminf_{n\to\infty}\left[\frac{2M}{k}\sum_{i=1}^{k}\mu_n(G_i) - M\mu_n(X)\right] \geqslant$$

$$\geqslant \frac{2M}{k}\sum_{i=1}^{k}\mu(G_i) - M\mu(X) \geqslant -\frac{2M}{k}\mu(G_0) + \frac{2M}{k}\mu(G_k) + \int g(x)\,d\mu(x).$$

Устремив $k \to \infty$, получим желаемое неравенство.

Необходимость. Пусть последовательность x_n сходится к $\bar{x}$. Определим сосредоточенные в точках x_n меры $\mu_n(x)$ формулами $\mu_n(x_n) = 1$, а меру $\bar{\mu}(x)$ — формулой $\bar{\mu}(\bar{x}) = 1$. Тогда

$$\varphi(\mu_n) = \int h(x)\,d\mu_n(x) = h(x_n) \quad \text{и} \quad \varphi(\bar{\mu}) = \int h(x)\,d\bar{\mu}(x) = h(\bar{x}).$$

Поскольку для любой непрерывной ограниченной функции $f(x)$ $\lim\limits_{n\to\infty}\int f(x)\,d\mu_n(x)=\int f(x)\,d\bar{\mu}(x)$, то последовательность мер $\mu_n(x)$ сходится к $\bar{\mu}(x)$ по метрике Прохорова. Из полунепрерывности снизу функционала $\varphi(\mu)$ получим полунепрерывность снизу функции $h(x)$

$$\varliminf_{n\to\infty} h(x_n)=\varliminf_{n\to\infty}\varphi(\mu_n)\geqslant\varphi(\bar{\mu})=h(\bar{x}).$$

Ограниченность снизу функции $h(x)$ докажем от противного. Пусть для последовательности x_n $\lim\limits_{n\to\infty}h(x_n)=-\infty$. Не ограничивая общности, предположим, что для всех n $h(x_n)\leqslant -1$. Определим меру $\bar{\mu}(x)$ формулой $\bar{\mu}(\bar{x})=1$, а последовательность мер $\mu_n(x)$ формулами $\mu_n(\bar{x})=1+\dfrac{1}{h(x_n)}$ и $\mu_n(x_n)=-\dfrac{1}{h(x_n)}$. Последовательность мер $\mu_n(x)$ сходится к мере $\bar{\mu}(x)$, поскольку для любой непрерывной ограниченной функции $f(x)$

$$\lim_{n\to\infty}\int f(x)\,d\mu_n(x)=\int f(x)\,d\bar{\mu}(x).$$

Но для данной функции $h(x)$ имеем

$$\lim_{n\to\infty}\varphi(\mu_n)=\lim_{n\to\infty}\int h(x)\,d\mu_n(x)=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{h(x_n)}\right)h(\bar{x})-1=$$

$$=h(\bar{x})-1=\varphi(\bar{\mu})-1<\varphi(\bar{\mu}).$$

Полученное неравенство противоречит полунепрерывности функционала $\varphi(\mu)$. Значит, функция $h(x)$ ограничена снизу. Лемма полностью доказана.

Лемма 3. *Пусть функция $g(x,y)$ полунепрерывна снизу по x для почти всех y и измерима по y для всех x, кроме того ограничена снизу для почти всех x, т. е. $g(x,y)\geqslant g_1(y)$, $g_1(y)\in L_1(Y,\Sigma_Y,\nu)$. Тогда функционал*

$$\varphi(\mu)=\int_X\int_Y g(x,y)\,d\nu(y)\,d\mu(x)$$

полунепрерывен снизу.

Доказательство. Покажем, что функция $h(x)=\int\limits_Y g(x,y)\,d\nu(y)$ удовлетворяет всем условиям леммы 2. Функция $h(x)$ ограничена снизу

$$h(x)=\int_Y g(x,y)\,d\nu(y)\geqslant\int_Y g_1(y)\,d\nu(y)=c.$$

Применяя теорему Фату (см. [2], с. 170, теорему 19) для функции $g(x,y)-g_1(y)$, получим, что $h(x)$ полунепрерывна снизу

$$\varliminf_{n\to\infty}h(x_n)-c=\varliminf_{n\to\infty}\int_Y[g(x_n,y)-g_1(y)]\,d\nu(y)\geqslant$$

$$\geqslant\int_Y\varliminf_{n\to\infty}[g(x_n,y)-g_1(y)]\,d\nu(y)\geqslant\int_Y[g(x,y)-g_1(y)]\,d\nu(y)=h(x)-c.$$

Отсюда согласно лемме 2 следует полунепрерывность функционала $\varphi(\mu)$. Лемма доказана.

В работе [1] приведен критерий компактности множества мер. Множество $R\subset D(X)$ является компактным, если 1) значения $\mu(X)$, $\mu\in R$

ограничены в совокупности и 2) для любого $\varepsilon > 0$ существует компакт K_ε такой, что при всех $\mu \in R$

$$\mu(X \setminus K_\varepsilon) < \varepsilon.$$

Воспользуемся этим критерием для вывода условий компактности множества мер, заданного интегральным функционалом.

Лемма 4. *Пусть функция $h(x)$ полунепрерывна снизу и ограничена снизу, $h(x) > c$ и $\underline{\lim}\, h(x) = +\infty$ при $\|x\| \to \infty$. Тогда множество*

$$M = \{\mu : \int_X h(x)\, d\mu(x) \leqslant \gamma, \ \int_X d\mu(x) = 1\}$$

— компакт в пространстве мер $D(X)$.

Доказательство. Докажем компактность множества M. Равностепенная ограниченность множества M задается условием $\int_X d\mu(x) = 1$. Зафиксируем $\varepsilon > 0$ и выберем $\gamma(\varepsilon)$ такое, что

$$\varepsilon \geqslant \frac{\gamma - \min(0, c)}{\gamma(\varepsilon)}.$$

Тогда

$$\gamma \geqslant \int_X h(x)\, d\mu(x) = \int_{h(x) > \gamma(\varepsilon)} h(x)\, d\mu(x) +$$

$$+ \int_{h(x) \leqslant \gamma(\varepsilon)} h(x)\, d\mu(x) > \gamma(\varepsilon)\, \mu\{x : h(x) > \gamma(\varepsilon)\} + \min(0, c).$$

Отсюда

$$\varepsilon \geqslant \frac{\gamma - \min(0, c)}{\gamma(\varepsilon)} > \mu\,\{x : h(x) > \gamma(\varepsilon)\}.$$

Другими словами, множество K_ε выглядит так:

$$K_\varepsilon = \{x : h(x) \leqslant \gamma(\varepsilon)\}.$$

Множество K_ε замкнуто вследствие полунепрерывности снизу функции $h(x)$ и ограничено, так как $\underline{\lim}\, h(x) = +\infty$ при $\|x\| \to \infty$. Следовательно, множество K_ε — компакт в пространстве X.

Множество M в пространстве $D(X)$ является компактным и по лемме 2 задается полунепрерывным снизу функционалом. Значит, множество M — компакт. Лемма доказана.

Лемма 5. *Пусть* 1) *функция $g(x, y)$ ограничена снизу для почти всех x, $g(x, y) \geqslant g_1(y)$, $g_1(y) \in L_1(Y, \Sigma_Y, \nu)$;* 2) *$g(x, y)$ полунепрерывна снизу по x для почти всех y и измерима по y для всех x;* 3) *для почти всех y $\underline{\lim}\, g(x, y) = +\infty$ при $\|x\| \to \infty$. Тогда множество*

$$M = \{\mu : \int_X \int_Y g(x, y)\, d\nu(y)\, d\mu(x) \leqslant \gamma, \ \int_X d\mu(x) = 1\}$$

— компакт в пространстве мер $D(X)$.

Доказательство. Заметим, что функция $h(x) = \int_Y g(x, y)\, d\nu(y)$ удовлетворяет всем условиям леммы 4. Функция $h(x)$ ограничена

$$h(x) = \int_Y g(x, y)\, d\nu(y) \geqslant \int_Y g_1(y)\, d\nu(y) = c.$$

Применяя теорему Фату [2] для функции $g(x, y) - g_1(y)$, получим, что $h(x)$ полунепрерывна снизу

$$\underline{\lim}_{n \to \infty} h(x_n) - c = \underline{\lim}_{n \to \infty} \int_Y [g(x_n, y) - g_1(y)]\, d\nu(y) \geqslant$$

$$\geqslant \int\limits_Y \varliminf_{n\to\infty} [g(x_n, y) - g_1(y)]d\nu(y) \geqslant \int\limits_Y [g(x, y) - g_1(y)]d\nu(y) = h(x) - c.$$

Для функции $h(x)$ также $\varliminf h(x) = +\infty$ при $\|x\| \to \infty$. Значит, по лемме 4 множество M — компакт. Лемма доказана.

Теорема 1. *Пусть* 1) *функции* $f(x, y)$, $g_i(x, y)$, $i = 1, \ldots, j$, *полунепрерывны снизу по x для почти всех y и измеримы по y для всех x;* 2) *функции* $g_i(x, y)$, $g_i(x)$ *полунепрерывны снизу по совокупности переменных,* $i = j+1, \ldots, l$; 3) *функции* $f(x, y)$, $g_i(x, y)$, $i = 1, \ldots, j$, *ограничены, соответственно* $f(x, y) \geqslant f(y)$, $g_i(x, y) \geqslant g_i(y)$, $i = 1, \ldots, j$, *для почти всех x, где* $f(y)$, $g_i(y) \in L_1(Y, \Sigma_Y, \nu)$; 4) *для одной из функций* $f(x, y)$, $g_i(x, y)$, $i = 1, \ldots, j$, *предел* $\varliminf_{\|x\|\to\infty} g(x, y) = +\infty$ *при почти всех y или множество* $Q = \{x : g_i(x) \leqslant \gamma_i,\ i = k+1, \ldots, l\}$ *ограничено. Тогда решение задачи I существует в пространстве $D(X)$.*

Доказательство. Условия 1 и 3 теоремы обеспечивают по лемме 3 полунепрерывность снизу функционалов (5) и (6) задачи I. Условие 2 теоремы вместе с леммой 1 обеспечивает замкнутость множеств мер (7) и (8). По лемме 1 множество мер (9) также замкнуто. Условия леммы 4 гарантируют по лемме 5 компактность множества, на котором следует искать минимум. Пересечение компактного замкнутого множества замкнутыми множествами — компакт, и минимум полунепрерывного снизу функционала на компакте существует. Теорема доказана.

Переходим к исследованию задачи II.

Теорема 2. *Пусть* 1) *функции* $f(x, y)$, $g_i(x, y)$, $i = 1, \ldots, k$, $g_i(x)$, $i = k+1, \ldots, l$, *полунепрерывны снизу по совокупности аргументов;* 2) *функции* $f(x, y)$, $g_i(x, y)$, $i = 1, \ldots, j$, *ограничены снизу*; 3) *для одной из функций* $f(x, y)$, $g_i(x, y)$, $i = 1, \ldots, j$, *предел* $\varliminf g(x, y) = +\infty$ *при* $\|x\| + \|y\| \to \infty$ *или множество* $Q = \{x : g_i(x) \leqslant \gamma_i,\ i = k+1, \ldots, l\}$ *ограничено*; 4) *мера* $\nu(y)$ *абсолютно непрерывна относительно меры Лебега пространства Y. Тогда решение задачи II существует в пространстве* $D(X \times Y)$.

Доказательство. Докажем, что ограничения (16) задают замкнутое множество. В силу условия 4 теоремы для любого открытого множества G $\nu(G) = \nu(\overline{G})$, где $\overline{G}$ — замыкание множества G. Поэтому достаточно показать, что для открытых множеств G

$$\lim_{n\to\infty} \int\limits_{X\times G} dm_n(x, y) = \int\limits_{X\times G} dm(x, y).$$

По лемме 1

$$\int\limits_{X\times G} dm(x, y) = \nu(\overline{G}) \geqslant \varlimsup_{n\to\infty} \nu_n(\overline{G}) \geqslant \lim_{n\to\infty} \int\limits_{X\times G} dm_n(x, y) \geqslant$$

$$\geqslant \varliminf_{n\to\infty} \nu_n(G) \geqslant \nu(G) = \int\limits_{X\times G} dm(x, y).$$

Следовательно, множество замкнуто. Остальная часть доказательства принципиально не отличается от доказательства теоремы 1. Теорема доказана.

Условия решения задач I, II можно существенно ослабить, если отказаться от требования счетной аддитивности мер и рассматривать задачу I [задачу II] в банаховом пространстве ограниченных аддитивных мер $ba(X, \Sigma_X)$ $[ba(X\times Y, \Sigma_{X\times Y})]$, где норма $\|\mu\|$ $[\|m\|]$ есть полная вариация на пространстве $X[X \times Y]$. Поскольку в пространство

$ba(X, \Sigma_X)$ $[ba(X\times Y, \Sigma_{X\times Y})]$ входят и отрицательные меры, то добавим ограничение

$$\mu(A)\geqslant 0, \quad A\in\Sigma_X \quad [m(A)\geqslant 0, \quad A\in\Sigma_{X\times Y}]. \tag{19}$$

Теорема 3. *Пусть функции* $f(x, y)$, $g_i(x, y)$, $i = 1, \ldots, k$, $g_i(x)$, $i = k+1, \ldots, l$, *измеримы и функции* $f(x, y)$, $g_i(x, y)$, $i = 1, \ldots, j$, *ограничены. Тогда решение задачи I [задачи II] существует в пространстве* $ba(X, \Sigma_X)$ $[ba(X\times Y, \Sigma_{X\times Y})]$.

Доказательство. Ограничимся доказательством для случая задачи II. Условия (15) и (19) выделяют подмножество единичной сферы пространства $ba(X\times Y, \Sigma_{X\times Y})$. По теореме Алаоглу (см. [2], с. 459, теорему 2) единичная сфера слабо * компактна.

Сопряженное пространству $B(X\times Y, \Sigma_{X\times Y})$ пространство изометрически изоморфно банаховому пространству $ba(X\times Y, \Sigma_{X\times Y})$ ([2], с. 280, теорема 1). Пространство $B(X\times Y, \Sigma_{X\times Y})$ содержит все ограниченные $\Sigma_{X\times Y}$-измеримые функции над $X\times Y$. Отсюда следует, что функционал (11) слабо * непрерывный и поскольку характеристические функции множеств из $\Sigma_{X\times Y}$ входят в $B(X\times Y, \Sigma_{X\times Y})$, то все ограничения (12)—(16), (19) задают слабо * замкнутые множества. Слабо * непрерывный функционал на слабом * компакте достигает своего минимума. Теорема доказана.

Решение задачи I [задачи II] можно упростить, если искать решения среди класса мер абсолютно непрерывных относительно некоторой счетно-аддитивной неотрицательной фиксированной меры $\lambda(x)$. Этот класс ме́р по теореме Радона—Никодима представи́м в виде

$$\mu(B) = \int_B \varphi(x)\,d\lambda(x), \quad \text{где} \quad \varphi(x)\in L_1(X, \Sigma, \lambda).$$

Теперь неизвестной становится уже не мера, а функция $\varphi(x)$. Найти оптимальную функцию проще, чем оптимальную меру. Трудность состоит теперь в выборе меры $\lambda(x)$, особенно ее дискретной и сингулярной составляющих.

Авторы выражают благодарность Т. Тобиасу за обсуждение результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Прохоров Ю. В., Сходимость случайных процессов и предельные теоремы теории вероятностей. Теория вероятн. и ее прим., 1, № 2, 177 (1956).
2. Данфорд Н., Шварц Дж., Линейные операторы, I, М., 1962.

Институт кибернетики
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию
29/III 1972

R. LEPP, E. RAIK

STOHHASTILISTE PROGRAMMEERIMISÜLESANNETE RANDOMISEERITUD LAHENDID

Vaadeldakse ülesannet, kus kahest juhuslikust vektorist sõltuva funktsiooni keskväärtust minimiseeritakse ühe juhusliku vektori järgi kitsendustel, mis sisaldavad keskväärtusi ja tõenäosusi. Randomiseeritud lahendi all mõistetakse tõenäosusmõõtu ja ülesanne taandatakse programmeerimisülesandeks mõõtude ruumis. Esitatakse lahendi olemasolu tingimused 1) mittenegatiivsete loenduvaditiivsete, nn. Prohhorovi meetrikaga mõõtude meetrilises ruumis, ja 2) lõplikaditiivsete mõõtude Banachi ruumis.

R. LEPP, E. RAIK

RANDOM SOLUTIONS IN STOCHASTIC PROGRAMMING PROBLEMS

The stochastic programming problem is reduced to the optimization problem in spaces of measures. By random solutions a probability measure is meant. The conditions of the existence of solution of the optimization problem are given 1) in metrical space of non-negative countably additive measures with Prokhorov's metric and 2) in Banach space of bounded additive measures.