EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. 20. KÕIDE
FÜÜSIKA * MATEMAATIKA. 1971, NR. 4

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ 20
ФИЗИКА * МАТЕМАТИКА. 1971, № 4

https://doi.org/10.3176/phys.math.1971.4.06

УДК 530.12:531.51

Р. МАНКИН, И. ПИЙР

УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА В ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ ШВАРЦШИЛЬДА

Применяя координатную систему Бонди, исследуется распространение сферических электромагнитных волн произвольной структуры при заданной шварцшильдовской метрике пространства-времени. Применяется та же методика, что и при изучении скалярного излучения в работе [1]. Пользуясь спинорной формулировкой уравнений Максвелла, вычисляются поправки первого порядка, описывающие действие гравитационного поля на электромагнитное излучение. В частности показывается, что распространение расходящихся из центра волн сопровождается в гравитационном поле непрерывным отражением, при этом в первом приближении радиальные скалярные и электромагнитные волны отражаются одинаково.

§ 1. Основные уравнения

В данной работе обобщим основные результаты, полученные при изучении распространения радиального скалярного излучения в заданном шварцшильдовском поле [1] на случай электромагнитного излучения. Будем исходить из общековариантной спинорной формулировки уравнений Максвелла, развитой в работах Е. Т. Ньюмэна и др. [2,3]. Этот формализм применяется также в [4,5] при исследовании электромагнитного излучения в плоском пространстве-времени. Основными характеристиками электромагнитного поля в данном формализме являются тетрадные компоненты тензора $F_{\mu\nu}$:

$$\begin{aligned}\Phi_0 &= F_{\mu\nu} l^\mu m^\nu,\\ \Phi_1 &= \frac{1}{2} F_{\mu\nu}(l^\mu k^\nu + \overline{m}^\mu m^\nu),\\ \Phi_2 &= F_{\mu\nu}\overline{m}^\mu k^\nu.\end{aligned} \tag{1}$$

Если в пространстве-времени Шварцшильда ввести координатную систему Бонди [см., напр., (I 1)*] и подобрать векторы основной тетрады l_μ, k_μ, m_μ, $\overline{m}_\mu$ следующим образом**:

$$\begin{aligned}l_\mu &= (1,\ 0,\ 0,\ 0),\\ k_\mu &= \frac{1}{2}\left(1-\frac{\alpha}{r},\ 2,\ 0,\ 0\right),\end{aligned} \tag{2}$$

* Здесь и далее римская цифра I означает ссылку на соответствующую формулу работы [1].

** При $\alpha = 0$ получаются уравнения, приведенные в [3-5].

$$m_\mu = -\frac{r}{\sqrt{2}}(0,\ 0,\ 1,\ i\sin\vartheta),$$

$$\overline{m}_\mu = -\frac{r}{\sqrt{2}}(0,\ 0,\ 1,\ -i\sin\vartheta),$$

(α — гравитационный радиус создающего поле тела), то уравнения Максвелла принимают следующий вид:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial\Phi_1}{\partial r} &= \frac{1}{\sqrt{2}\,r}\,\eth_{-1}\Phi_0 - \frac{2}{r}\,\Phi_1,\\
\frac{\partial\Phi_2}{\partial r} &= \frac{1}{\sqrt{2}\,r}\,\eth_0\Phi_1 - \frac{1}{r}\,\Phi_2,\\
\frac{\partial\Phi_0}{\partial u} &= \frac{1}{2}\left(1-\frac{\alpha}{r}\right)\frac{\partial\Phi_0}{\partial r} + \frac{1}{2r}\,\Phi_0 + \frac{1}{\sqrt{2}\,r}\,\tilde{\eth}_0\Phi_1,\\
\frac{\partial\Phi_1}{\partial u} &= \frac{1}{2}\left(1-\frac{\alpha}{r}\right)\frac{\partial\Phi_1}{\partial r} + \frac{1}{r}\left(1-\frac{\alpha}{r}\right)\Phi_1 - \frac{1}{\sqrt{2}\,r}\,\tilde{\eth}_1\Phi_2.
\end{aligned}\tag{3}$$

Определение операторов $\eth_s$ и $\tilde{\eth}_s$ дано в [5]. Решение уравнений (3) будем искать в виде

$$\Phi_B = \sum_{s=1}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\sum_{m=-l}^{l}\frac{A_{Bslm}(u)}{r^s}\,Y^l_{B-1,m}(\vartheta,\varphi),\qquad B=0,\ 1,\ 2. \tag{4}$$

Учитывая свойства обобщенных сферических функций (см. [5]), получим для коэффициентов следующую рекуррентную систему:

$$\begin{aligned}
(s-2)A_{1slm} &= \frac{i}{\sqrt{2}}\sqrt{l(l+1)}\,A_{0slm},\\
(s-1)A_{2slm} &= \frac{i}{\sqrt{2}}\sqrt{l(l+1)}\,A_{1slm},\\
\dot{A}_{0,s+1,lm} &= -\frac{1}{2}(s-1)A_{0slm} + \frac{\alpha}{2}(s-1)A_{0,s-1,lm} - \frac{i}{\sqrt{2}}\sqrt{l(l+1)}\,A_{1slm},\\
\dot{A}_{1,s+1,lm} &= -\frac{1}{2}(s-2)A_{1slm} + \frac{\alpha}{2}(s-3)A_{1,s-1,lm} - \frac{i}{\sqrt{2}}\sqrt{l(l+1)}\,A_{2slm}.
\end{aligned}\tag{5}$$

При $l\neq 0$ одно из уравнений (5) является следствием остальных, а последнее из уравнений (5) можно написать в виде

$$2s\dot{A}_{1,s+2,lm} = (l+s)(l+1-s)A_{1,s+1,lm} + \alpha s(s-2)A_{1slm}. \tag{6}$$

При $l=0$ Φ_0 и Φ_2, а следовательно, также все A_{0s00}, A_{2s00} тождественно равны нулю и система (5) имеет лишь статическое решение

$$\begin{aligned}
A_{1200} &= \text{const},\\
A_{1s00} &= 0,\qquad s\geqslant 3,
\end{aligned}\tag{7}$$

выражающее закон сохранения полного заряда в любой замкнутой системе.

Из уравнения (6) видно, что A_{12lm} — произвольная (если все $A_{1slm} = 0$ при $s\leqslant 1$), а величины A_{141m} ($m=\pm 1, 0$) сохраняются. Таким образом, в данном случае кроме заряда A_{1200} имеются еще три комплексные сохраняющиеся величины типа Ньюмэна—Пенроуза: $A_{141,-1}$, A_{1410}, A_{1411} [6].

Отметим, что решение системы (5) фактически сводится к решению рекуррентных уравнений (6). При $\alpha = 0$ система (6) совпадает с рекуррентной системой (I 7), полученной при решении скалярного волнового уравнения, надо только иметь в виду соответствие $A_{1,s+1,lm} \longleftrightarrow a_{slm}$. Разница при $\alpha \neq 0$ в последнем члене связана с тем, что в поле Шварцшильда функция

$$G(u, r, \vartheta, \varphi) = r\Phi_1 \tag{8}$$

удовлетворяет не скалярному волновому уравнению (I 3)

$$\underset{0}{\Box}\Phi + \frac{\alpha}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial \Phi}{\partial r}\right) = 0,$$

а следующему уравнению второго порядка:

$$\underset{0}{\Box} G + \frac{\alpha}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial G}{\partial r}\right) - \frac{\alpha}{r^3}G = 0. \tag{9}$$

Здесь $\underset{0}{\Box}$ — волновой оператор в плоском пространстве-времени

$$\underset{0}{\Box} = \frac{2}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial}{\partial u}\right) - \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right) - \\ - \frac{1}{r^2\sin\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}\left(\sin\vartheta\frac{\partial}{\partial\vartheta}\right) - \frac{1}{r^2\sin^2\vartheta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}.$$

§ 2. Решение уравнений Максвелла для плоского пространства-времени

Как уже отмечено, при $\alpha = 0$ переход от скалярного уравнения к уравнениям Максвелла тривиален, если ограничиваться лишь расходящимися из центра $r = 0$ или прямыми волнами, а также если рассматривать в случае сходящихся к центру (обратных) волн только компоненту Φ_1. Решения, соответствующие фиксированным значениям l и m ($l \neq 0$), можно легко написать на основе формул (I $A2$), (I $A11$) и (5)

$$(\Phi_1)_{lm} = Y^l_{0m}\sum_{k=0}^{l}\frac{2^k l!\,(2l-k)!}{(2l)!\,(l-k)!\,k!\,r^{l+2-k}}\left[\frac{d^k}{du^k}A_{1,l+2,lm}(u) + \right. \\ \left. + (-1)^k\frac{d^k}{dv^{*k}}B_{1,l+2,lm}(u)\right],$$

$$(\Phi_0)^{(\text{п})}_{lm} = -Y_{-1m}\frac{i\sqrt{2}}{\sqrt{l(l+1)}}\sum^{l-1}\frac{2^k l!\,(2l-k)!}{(2l)!\,(l-1-k)!\,k!\,r^{l+2-k}}\frac{d^k}{du^k}A_{1,l+2,lm}(u),$$

$$(\Phi_2)^{(\text{п})}_{lm} = Y_{1m}\,i\sqrt{2l(l+1)}\sum_{k=0}^{l+1}\frac{2^k l!\,(2l-k)!}{(2l)!\,(l+1-k)!\,k!\,r^{l+2-k}}\frac{d^k}{du^k}A_{1,l+2,lm}(u). \tag{10}$$

Здесь v^* — волновой аргумент обратной волны

$$v^* = u + 2r, \tag{11}$$

а $A_{1,l+2,lm}$ и $B_{1,l+2,lm}$ — мультипольные моменты поля, связанные соответственно с прямыми и обратными волнами.*** В [5] выяснена связь величин $A_{1,l+2,lm}(u)$ с мультипольной структурой источников. Эти результаты легко переносятся и на величины $B_{1,l+2,lm}(v^*)$.

В случае обратных волн для тетрадных компонент Φ_0 и Φ_2 сразу можно выписать лишь соответствующие коэффициенты A_{Bslm} ($B=0,2$; $s \geqslant l+3$) разложения (4). Так как методика суммирования аналогичных рядов подробно описана в предыдущей работе [1], а некоторые дополнения рассматриваются в следующем параграфе, то приведем здесь лишь окончательный результат

$$(\Phi_0)^{(\text{o})}_{lm} = -Y_{-1m}^{\ l}\, i\sqrt{2l(l+1)} \sum_{k=0}^{l+1} \frac{(-2)^k l!\,(2l-k)!}{(2l)!\,(l+1-k)!\,k!\,r^{l+2-k}} \frac{d^k}{dv^{*k}} B_{1,l+2,lm}(v^*),$$

$$2(\Phi_2)^{(\text{o})}_{lm} = Y_{1m}^{l} \frac{i\sqrt{2}}{\sqrt{l(l+1)}} \sum_{k=0}^{l-1} \frac{(-2)^k l!\,(2l-k)!}{(2l)!\,(l-1-k)!\,k!\,r^{l+2-k}} \frac{d^k}{dv^{*k}} B_{1,l+2,lm}(v^*). \tag{12}$$

Таким образом, в полную теорию, охватывающую расходящиеся и сходящиеся решения, тетрадные компоненты Φ_0 и $2\Phi_2$ входят симметрично.

§ 3. Поправки первого порядка в поле Шварцшильда

Хотя основная система рекуррентных уравнений (6) при $\alpha \neq 0$ не совпадает точно с аналогичной системой (I 9), общая структура этих систем одинакова. Поэтому основные выводы работы [1] остаются в силе и в случае электромагнитного излучения.

Аналогично работе [1] будем решать уравнения Максвелла при фиксированных l и m приближенно, рассматривая α как малый параметр и ограничиваясь лишь поправками первого порядка относительно α. Предположим, что до момента u_0 электромагнитное поле является статическим и определяется некоторым постоянным значением коэффициента $A_{1,l+2,lm}$. В интервале (u_0, u_1) этот коэффициент меняется по заданному закону, после чего он снова принимает постоянное значение

$$A_{1,l+2,lm} = \begin{cases} A_{lm} = \text{const}, & u \leqslant u_0, \\ f(u) = A_{lm} + \Delta A_{1,l+2,lm}(u), & u_0 \leqslant u \leqslant u_1, \\ A^*_{lm} = \text{const}, & u_1 \leqslant u. \end{cases} \tag{13}$$

В нулевом приближении такой режим возбуждает только прямую волну, т. е. все $\underset{0}{A}_{Bslm}$ $(s \leqslant l+2)$ можно выразить через $\underset{0}{A}_{1,l+2,lm}$ (см. (10)), а все $\underset{0}{A}_{Bslm}$ при $s \geqslant l+3$ равны нулю. Из общего статического решения системы (6)

$$\begin{aligned} &\overset{(\text{o})}{A}_{1slm} = 0, \quad s \leqslant l+1, \\ &\overset{(\text{o})}{A}_{1,l+2,lm} = A_{lm} \neq 0, \\ &\overset{(\text{o})}{A}_{1,l+2+k,lm} = \frac{(2l+1)!\,(l+k+1)!\,(l+k-1)!}{(2l+k+1)!\,k!\,(l+1)!\,(l-1)!} \alpha^k A_{lm}, \\ &\qquad\qquad k = 1, 2, \ldots, \end{aligned} \tag{14}$$

*** Верхний индекс п или о у компонент поля указывает соответственно на прямую или обратную волну.

видно, что в первом приближении от нуля отличается только начальное значение

$$\underset{1}{A}_{1,l+3,lm}(u_0) = A_{1,l+3,lm}(u_0) = \alpha \frac{l(l+2)}{2(l+1)} A_{lm}. \tag{15}$$

Кроме того, поправку к заданной функции $A_{1,l+2,lm}$ будем считать равной нулю

$$\underset{1}{A}_{1,l+2,lm} = 0. \tag{15'}$$

Аналогично формуле (I 14) находим теперь

$$\underset{1}{A}_{1,s+1,lm} = -\alpha \frac{2^{l+2-s} l!(l+s-1)!}{(2l)!(l-s+1)!(s-1)!} \frac{d^{l+2-s}}{du^{l+2-s}} A_{1,l+2,lm} \times$$
$$\times \sum_{k=0}^{l-s} \frac{(l+s+k-2)!(l-s-k)!(s+k)!}{(l+s+k)!(l-s-k+2)!(s+k-3)!}, \quad s \leqslant l. \tag{16}$$

Уравнения (6) при $s = l+2$, $l+3$ с учетом условий (15) и (15′) дают

$$\underset{1}{A}_{1,l+3,lm} = \alpha \frac{l(l+2)}{2(l+1)} A_l + \alpha \frac{l-1}{2} \Delta A_{1,l+2,lm}(u),$$
$$\underset{1}{A}_{1,l+4,lm} = \alpha \frac{2l+1}{2(l+2)} \int_{u_0}^{u} \Delta A_{1,l+2,lm}(\tau)\, d\tau. \tag{17}$$

Так как выражение для $\underset{1}{A}_{1,l+4,lm}$ совпадает с выражением (I 16) для $\underset{1}{a}_{l+3,l}$, то, опираясь на (I 21), можем сразу написать

$$\underset{1}{(\Phi_1)}{}^{(0)}_{lm} = Y^l_{0m} \sum_{s=0}^{\infty} \frac{\underset{1}{A}_{1,l+4+s,lm}}{r^{l+4+s}} =$$
$$= \alpha Y^l_{0m} \frac{l!}{(2l)!} \sum_{k=0}^{l} \frac{(-2)^k (2l-k)!}{(l-k)!\,k!\,r^{l+2-k}} \frac{d^k}{dv^{*k}} \int_{u_0}^{u} \frac{\Delta A_{1,l+2,lm}(\tau)\, d\tau}{(v^*-\tau)^2}. \tag{18}$$

На основании формул (5), (16), (17) мы можем легко найти и поправки к тетрадным компонентам Φ_0, Φ_2, описывающим прямое излучение ($s \leqslant l+3$). Поправки, описывающие обратные волны, требуют специального рассмотрения. Исходя из формул (5), (I 17), (I 18) и (I 19), находим

$$\underset{1}{(\Phi_0)}{}^{(0)}_{lm} = Y^{\,l}_{-1m} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\underset{1}{A}_{0,l+4+k,lm}}{r^{l+4+k}} =$$
$$= -\alpha \frac{i\sqrt{2}}{\sqrt{l(l+1)}} Y^{\,l}_{-1m} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (2l+k+2)!\,l!}{4(l+k+1)!\,(2l)!\,r^{l+4}} \int_{u_0}^{u} \Delta A_{1,l+2,lm}(\tau) \left(\frac{u-\tau}{2r}\right)^k d\tau,$$
$$2\underset{1}{(\Phi_2)}{}^{(0)}_{lm} = \tag{19}$$
$$= \alpha i \sqrt{2l(l+1)}\, Y^l_{1m} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (2l+k+2)!\,l!}{(l+k+3)!\,(2l)!\,r^{l+4}} \int_{u_0}^{u} \Delta A_{1,l+2,lm}(\tau) \left(\frac{u-\tau}{2r}\right)^k d\tau.$$

Для приведения этих сумм к стандартным воспользуемся вспомогательным соотношением

$$\frac{(n+m+k-1)!}{(n+k-1)!}=\sum_{s=0}^{m}\frac{(n+m-p-s-1)!\,m!\,(k+p+s-1)!}{(n-p-1)!\,s!\,(m-s)!\,(k+p+1)!}, \tag{20}$$

обобщающим соотношение (IA6). Если в формуле (20) положим $p=2$, $n=l+2$, $m=l+1$, то первая сумма (19) дает

$$\underset{1}{(\Phi_0)}{}^{(0)}_{lm}=-\alpha i\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{l(l+1)}}\,{}_{-1}Y^{l}_{m}\sum_{s=0}^{l+1}\frac{l!\,(2l-s)!\,(l+1)!}{4(2l)!\,(l-1)!\,(l+1-s)!\,r^{l+4}}\times$$

$$\times\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k\frac{(k+s+1)!}{k!}\int_{u_0}^{u}\Delta A_{1,l+2,lm}(\tau)\left(\frac{u-\tau}{2r}\right)^k d\tau=$$

$$=-\alpha i\sqrt{2l(l+1)}\,{}_{-1}Y^{l}_{m}\sum_{s=0}^{l}\frac{(-2)^s l!\,(2l-s)!}{(2l)!\,(l-s+1)!\,s!\,r^{l+2-s}}\times$$

$$\times\frac{d^s}{dv^{*s}}\int_{u_0}^{u}\frac{\Delta A_{1,l+2,lm}(\tau)\,d\tau}{(v^*-\tau)^2}. \tag{21}$$

Аналогично, положив в формуле (20) $p=2$, $n=l+2$, $m=l+1$, находим

$$2\underset{1}{(\Phi_2)}{}^{(0)}_{lm}=\alpha i\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{l(l+1)}}\,{}_{1}Y^{l}_{m}\sum_{s=0}^{l-1}\frac{(-2)^s l!\,(2l-s)!}{(2l)!\,(l-1-s)!\,s!\,r^{l+2-s}}\times$$

$$\times\frac{d^s}{dv^{*s}}\int_{u_0}^{u}\frac{\Delta A_{1,l+2,lm}(\tau)\,d\tau}{(v^*-\tau)^2}. \tag{22}$$

Из формул (18), (21) и (22) видно, что отраженное электромагнитное излучение полностью определяется «мультипольным моментом обратной волны»

$$\underset{1}{B}_{1,l+2,lm}(v^*;u)=\alpha\int_{u_0}^{u}\frac{\Delta A_{1,l+2,lm}(\tau)\,d\tau}{(v^*-\tau)^2}. \tag{23}$$

Так как это выражение точно совпадает с соответствующим выражением для скалярного излучения (I 23), то можно утверждать, что в поле Шварцшильда радиальные волны скалярного и электромагнитного излучения в первом приближении отражаются одинаково.

Рассмотрим коротко и частный случай $l=1$. На основе формул (10), (13)—(18) и (23) находим с точностью до членов первого порядка

$$(\Phi_1)_{1m}=\begin{cases} {}_{0}Y^{1}_{m}\left(\dfrac{A_{1m}}{r^3}+\alpha\dfrac{3A_{1m}}{4r^4}\right), & u\leqslant u_0,\\[2ex] {}_{0}Y^{1}_{m}\Bigg[\dfrac{\dot{A}_{131m}(u)}{r^2}+\dfrac{A_{131m}(u)}{r^3}+\alpha\dfrac{3A_{1m}}{4r^4}+ & \\[2ex] +\alpha\dfrac{B_{131m}(v^*;u)}{r^3}-\dfrac{\alpha}{r^2}\dfrac{\partial}{\partial v^*}B_{131m}(v^*;u)\Bigg], & u>u_0.\end{cases} \tag{24}$$

При $u > u_1$ последняя из формул (24) с учетом соотношения (11) дает

$$(\Phi_1)_{lm} = Y^1_{0m}\left\{\frac{A^*_{1m}}{r^3} + \alpha\frac{3A^*_{1m}}{4r^4} + \frac{\alpha}{r^3}\left[\int\limits_{u_0}^{u_1}\frac{\Delta A_{131m}(\tau)\,d\tau}{(v^*-\tau)^2} - \frac{\Delta A_{1m}}{(v^*-u_1)^2}\right] + \right.$$

$$\left. + \frac{\alpha}{r^2}\left[2\int\limits_{u_0}^{u}\frac{\Delta A_{131m}(\tau)\,d\tau}{(v^*-\tau)^3} - \frac{\Delta A_{1m}}{(v^*-\tau)^2}\right]\right\}, \qquad (24')$$

где $\Delta A_{1m} = A^*_{1m} - A_{1m}$.

Таким образом, после прохождения первоначальной прямой волны последействие, возникшее в результате непрерывного отражения, с ростом волнового аргумента v^* (или времени) уменьшается и электромагнитное поле асимптотически переходит в статическое конечное состояние. Этот результат является общим, т. е. имеет место при любом l. Однако случай $l = 1$ представляет дополнительный интерес в связи с сохраняющимися величинами типа Ньюмэна—Пенроуза A_{141m} ($m = \pm 1,0$). В полном согласии с выводами работы [1] здесь на основе формулы (24′) также можно утверждать, что эти законы сохранения являются иллюзорными, так как они не налагают никакого ограничения на конечное асимптотически статическое состояние.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пийр И., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 20, 253 (1971).
2. Newman E. T., Penrose R., J. Math. Phys., 3, 566 (1962).
3. Janis A. I., Newman E. T., J. Math. Phys., 6, 902 (1965).
4. Unt V., Preprint FAI-1, 1969.
5. Керес П., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 20, 264 (1971).
6. Newman E. T., Penrose R., Phys. Rev. Lett., 15, 231 (1965).

Тартуский государственный университет

Институт физики и астрономии Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию
24/XII 1970

R. MANKIN, I. PIIR

MAXWELLI VÕRRANDID SCHWARZSCHILDI GRAVITATSIOONIVÄLJAS

Uuritakse meelevaldse multipoolstruktuuriga elektromagnetilise kiirguse levimist Schwarzschildi meetrikaga aegruumis. Lähtutakse Maxwelli võrrandite üldkovariantsest spiinoresitusest [2–5] ning kasutatakse väljavõrrandite lahendamisel artiklis [1] arendatud metoodikat. Näidatakse, et iga radiaalselt väljuv elektromagnetiline laine indutseerib osalise tagasipeegeldumise tulemusena Schwarzschildi väljas nõrga siseneva kiirguse, kusjuures esimeses lähenduses peegelduvad nii skalaarne kui ka elektromagnetiline kiirgus ühesuguselt.

R. MANKIN, I. PIIR

MAXWELL EQUATIONS IN SCHWARZSCHILD'S GRAVITATIONAL FIELD

The methods and results of the preceding paper [1] are generalized to the case of electromagnetic radiation. It is shown that because of partial reflection any outcoming electromagnetic wave of arbitrary multipole structure induces a weak incoming radiation in Schwarzschild's spacetime. The laws of reflection for scalar and electromagnetic radiation are identical in the first approximation.