

М. МЫТУС

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНЫХ ОТКЛОНЕНИЙ ОТ ЗАПЛАНИРОВАННОЙ НАГРУЗКИ ЭЛЕКТРОСТАНЦИИ

Для четкой работы системы топливоснабжения необходимы разработка единой модели добывающих и потребляющих топливо предприятий и удовлетворительная точность в прогнозе спроса на топливо в этой модели. Эта точность в свою очередь зависит от точности прогноза спроса на выпускаемую продукцию и от правильной оценки возможностей удовлетворения этого спроса. Периодом прогнозируемой функции спроса на выпускаемую продукцию целесообразно взять один год и потом постепенно на основе текущего планирования вносить коррекции.

В статье приводится методика оценки обоснованных пределов отклонений запланированных величин, требующихся при корригировании прогноза спроса [1], и проверка закона распределения вероятностей этих ошибок для модели топливоснабжения на примере суточных графиков нагрузки крупной конденсационной электростанции. При этом не исследуются причины, вызывающие эти отклонения, так как для определения спроса на топливо нас интересуют только пределы колебания прогнозов. Эти отклонения связаны не только с изменениями в потреблении электроэнергии, но и со структурными изменениями в энергосистеме в целом, межсистемными связями и неточной оценкой производственных возможностей электростанции. В нашем случае сильное влияние оказывал именно последний фактор.

Исходный материал по плановым и фактическим часовым нагрузкам на протяжении года ( $P_{kl}^{пл}$  и  $P_{kl}^{\phi}$ ) группируем по месяцам. Для каждого месяца ( $k$  — индекс дня в месяце,  $l$  — индекс часа в сутках) имеем матрицу

$$\begin{vmatrix} P_{kl}^{пл} \\ P_{kl}^{\phi} \end{vmatrix}, \quad \text{где } k = 1, \dots, m; \quad l = 1, \dots, 24. \quad (1)$$

Точность прогнозирования нагрузки на каждый час можно охарактеризовать следующим отклонением (в процентах):

$$\Delta P_{kl} = [(P_{kl}^{\phi} - P_{kl}^{пл}) / P_{kl}^{пл}] \cdot 100\%.$$

Отрицательные величины  $\Delta P_{kl}$  означают здесь завышенный прогноз.

Для каждого отдельного часа  $l$  процентные отклонения прогнозов  $\Delta P_{kl}$  за месяц сгруппируем по определенной длины интервалам. Возьмем величиной интервала 5% и рассмотрим число ( $n_i$ ) появлений  $\Delta P_{kl}$  в  $i$ -м интервале. Анализ показывает, что для шести ночных часов, начиная от часа ночи,  $n_i$  распределяется иначе, чем в остальные часы. Поэтому для общего анализа эти две части суток необходимо рассматривать отдельно. Распределение частот  $n_i$  в процентах при завышенных, точных и заниженных прогнозах приводится в таблице. В качестве ис-

ходных данных для системы (1) были использованы  $P_{hl}^{пл}$  и  $P_{hl}^{\Phi}$  одной конденсационной электростанции за 1967 год.

### Процентное распределение прогнозов

Месяцы	Прогноз на шесть ночных часов			Прогноз на остальные часы			Прогноз на сутки в целом		
	Завышенный	Точный	Заниженный	Завышенный	Точный	Заниженный	Завышенный	Точный	Заниженный
Январь	12,91	25,27	61,82	60,56	10,04	29,40	48,65	13,84	37,51
Февраль	20,24	32,14	47,62	63,05	12,70	19,25	56,10	17,56	26,35
Март	22,59	44,62	32,79	54,84	21,33	23,83	46,76	27,15	26,07
Апрель	16,68	54,44	23,88	37,57	33,52	23,91	32,37	42,50	25,14
Май	24,74	58,60	16,66	50,51	30,65	18,81	44,09	37,63	18,23
Июнь	16,67	55,12	28,31	42,95	37,25	19,80	36,49	41,64	21,96
Июль	21,50	61,29	17,21	46,22	34,59	19,19	40,05	41,26	18,69
Август	39,25	33,87	26,88	58,61	16,31	25,03	53,77	20,70	25,54
Сентябрь	48,33	31,67	20,00	64,44	14,44	21,12	60,42	18,75	20,81
Октябрь	18,83	39,25	41,92	59,50	17,92	22,58	49,34	23,25	27,41
Ноябрь	17,22	32,22	50,56	54,62	18,33	27,05	45,28	21,81	32,93
Декабрь	16,14	14,51	69,35	39,44	15,76	44,80	33,61	15,46	50,93

На основе расчетов можно прийти к следующим выводам:

1. Лучшее совпадение прогнозов с фактическими нагрузками наблюдается для ночного времени, причем наиболее точными являются прогнозы на апрель, май, июнь и июль месяцы.

2. Сравнение отклонений  $\Delta P_{hl}$  показывает, что для части суток от 7 до 24 часов имеет место сильно завышенный прогноз, а для ночных часов, наоборот, — заниженный.

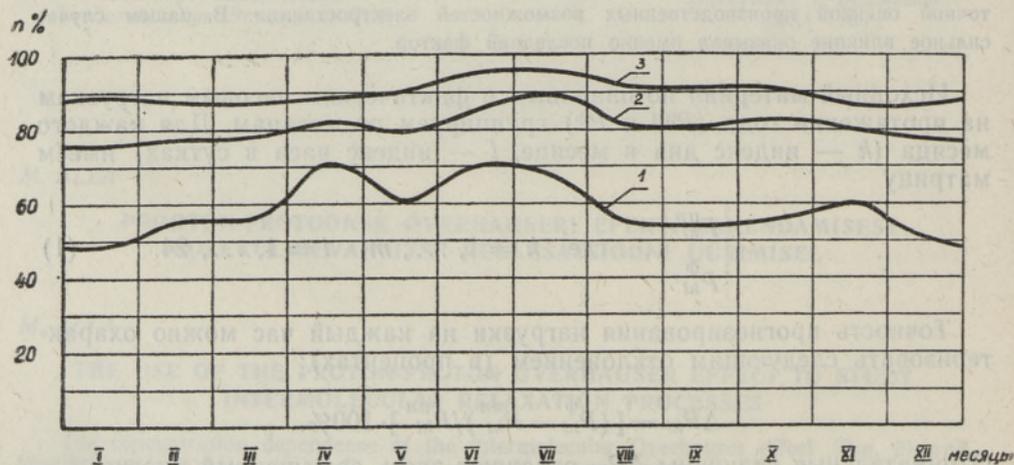


Рис. 1.

3. Рассматривая в процентном выражении количество ошибок прогнозирования, попадающих в интервалы процентного отклонения  $\Delta P_{hl} = \pm 5, \pm 10, \pm 15\%$  (соответствующие кривые приведены на рис. 1), видим, что  $n_i$  для летнего времени плотнее сосредоточены вокруг соответствующих прогнозов.

Для построения модели топливоснабжения [1] нас интересует закон распределения ошибок прогнозирования суточных графиков нагрузки. Ошибки определенного часа на протяжении длительного времени можно рассматривать как случайные величины, так как среди множества факторов, вызывающих эти ошибки, невозможно выделить преобладающие. В статистике известно, что в таких случаях величина  $x$  подчиняется нормальному закону распределения, который характеризуется средним квадратическим отклонением  $\sigma$  и математическим ожиданием  $a$ . В практике иногда встречаются случаи, когда показатели асимметрии  $Sk$  и эксцесса  $E$  невелики и поэтому распределения, близкие к нормальному, могут быть выравнены при помощи распределения Шарлье.

Предполагаем, что ошибки прогнозирования  $\Delta P_{kl}$  подчиняются нормальному закону распределения. Плотность нормального распределения

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}},$$

где

$$x = \Delta P_{kl} = P_{kl}^{\Phi} - P_{kl}^{пл}. \tag{2}$$

Рассматриваемое  $n$ -е количество величин  $x$  распределяем по  $q$  интервалам  $\left(\sum_{i=1}^q n_i = n\right)$ . Если в интервал  $i$  величина  $x$  попадает  $n_i$  раз, то для доказательства сделанного предположения необходимо, чтобы вероятность  $p_i$  попадания в каждый интервал была достаточно близкой к отношению  $n_i/n$   $\left(\sum_{i=1}^q p_i = 1\right)$ , что, в свою очередь, проверяется при помощи  $\chi^2$ -распределения

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^q [(n_i - np_i)^2 / np_i].$$

Вычисляя оценки математического ожидания  $\bar{x}$  и квадратического отклонения  $s = \sqrt{\mu'_2}$ , где

$$\mu'_2 = \left[ \sum_{i=1}^q (x_i - \bar{x})^2 \cdot n_i \right] / n,$$

после соответствующих расчетов получим уровень значимости  $p$  для  $\chi^2$  (т. е. вероятность напрасно отвергнуть выдвинутое предположение). Например, для отдельных ночных часов в октябре  $p < 0,001$ , но для части суток от 7 до 24 часов  $p = 0,1 \div 0,2$ . Ошибки прогнозирования, особенно в ночной части графика нагрузки, плохо подчиняются нормальному закону распределения. Для иллюстрации сказанного на рис. 2 приведены кривая нормального распределения и распределение ошибок прогнозирования.

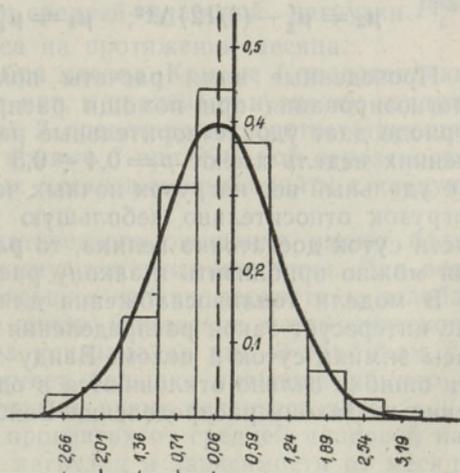


Рис. 2.

Если уменьшить рассматриваемый промежуток времени до недели и выбрать статистический материал определенной недели за несколько лет, то окажется возможным выравнить ошибки прогнозирования при помощи распределения Шарлье. Функция плотности распределения Шарлье выражается при помощи плотности нормального распределения и его производных третьего, четвертого и шестого порядков [2, 3]. Число появлений случайной величины  $x$  в заданном интервале  $\Delta x$  в этом случае вычисляется по формуле

$$np_i^{\sim} = (n\Delta x/\sigma) \cdot p(z) \cdot [1 + (Sk/6) \cdot (t_i^3 - 3t_i) + (E/24) \cdot (t_i^4 - 6t_i^2 + 3)],$$

где  $p(z)$  — плотность вероятности нормального распределения, т. е.

$$p(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{t^2}{2}};$$

$t_i$  — нормированная середина интервалов, т. е. координаты середин интервалов в долях  $\sigma$  относительно  $\bar{x}$ ,

$$t_i = (x_i - \bar{x})/\sigma.$$

Коэффициент эксцесса  $E = (\mu_4/\mu_2^2) - 3$ , а коэффициент асимметрии  $Sk = \mu_3/\sigma^3$ . Здесь

$$\mu_3 = \left[ \sum_{i=1}^q (x_i - \bar{x})^3 \cdot n_i \right] / n,$$

а  $\mu_2$  и  $\mu_4$  учитывают ошибки, возникающие в связи с группированием величин  $x$ , т. е. для  $\mu_2'$  и для

$$\mu_4' = \left[ \sum_{i=1}^q (x_i - \bar{x})^4 \cdot n_i \right] / n$$

внесены поправки Шеппарда:

$$\mu_2 = \mu_2' - (1/12)\Delta x^2; \quad \mu_4 = \mu_4' - (1/2)\mu_2'\Delta x^2 + (7/240) \cdot \Delta x^4.$$

Проведенные нами расчеты показали, что выравнивание ошибок прогнозирования при помощи распределения Шарлье при выбранном периоде дает удовлетворительные результаты. Например, дневные часы осенних недель имеют  $p = 0,4 \div 0,5$  и ночные  $p = 0,02 \div 0,2$ . Учитывая, что удельный вес нагрузок ночных часов составляет в балансе суточных нагрузок относительно небольшую часть и величина  $p$  для основной части суток достаточно велика, то распределение ошибок прогнозирования можно приблизить к закону распределения Шарлье.

В модели топливоснабжения для регулирования резервного запаса нас интересует закон распределения ошибок прогнозирования в ночные часы земных суток в целом. Ввиду того, что в рассматриваемое время эти ошибки сильно отклоняются в одну сторону, можно ожидать подчинения их закону распределения Вейбулла

$$f(x) = 1 - e^{-\frac{(x-\gamma)^\beta}{\alpha}},$$

где  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  — параметры масштаба, формы и места соответственно. В литературе имеются данные о методах их оценки [4-7]. На двойном

логарифмическом графике Вейбулла закон распределения может быть представлен в виде прямой линии

$$\ln \ln [1/(1 - f(x))] = -\ln \alpha + \beta \ln(x - \gamma).$$

Используя соответствующую методику оценки параметров, построим на двойном логарифмическом графике закон распределения. Если наши данные подчиняются закону Вейбулла, то полученные точки должны совпасть с прямой линией. Расчет дает небольшой разброс точек вокруг прямой. Тем самым можно считать, что для зимних ночных часов в целом ошибки прогнозирования подчиняются закону распределения Вейбулла.

Установим доверительные интервалы для оценок математического ожидания  $\bar{x}$  и квадратического отклонения  $s$ . На основе [8] используем доверительные интервалы нормального распределения.

Для месяца, состоящего из  $m$  суток, на основе (2) и (1) для каждого часа  $l$  рассчитаем оценку

$$\bar{x} = \sum_{k=1}^m x/m$$

и оценку

$$s = \sqrt{\sum_{k=1}^m (x - \bar{x})^2 / (m - 1)}.$$

Задаваясь конкретной вероятностью (95 или 99%), рассчитаем при помощи распределения Стьюдента доверительные интервалы для  $\bar{x}$ :

$$\bar{x} - t \cdot s / \sqrt{m - 1}; \quad \bar{x} + t \cdot s / \sqrt{m - 1}$$

(здесь  $t$  — критерий распределения Стьюдента) и при помощи  $\chi_1^2$  и  $\chi_2^2$  величин  $\chi^2$ -распределения доверительные интервалы для  $s$ :

$$n \cdot s^2 / \chi_2^2, \quad n \cdot s^2 / \chi_1^2.$$

Для более удобного использования доверительные интервалы целесообразно выразить в процентах от средней плановой нагрузки  $\bar{P}_{l,пл}$ , рассчитанной для определенного часа на протяжении месяца.

На рис. 3 приведены кривые октября месяца. Кривые 1 представляют оценку математического ожидания в мвт, в процентах и оценку квадратического отклонения в мвт. Кривые 2 представляют соответствующие доверительные интервалы при 95 и кривые 3 при 99%-ной вероятности.

На основе расчетов для отдельных месяцев можно прийти к следующим выводам:

1. Абсолютные величины математического ожидания имеют большие значения во время ночного минимума и вечернего пика. Для всех месяцев они имеют сравнительно большие неравномерности и колебания во время утреннего и вечернего пиков. Изменение математического ожидания на протяжении всего года показано на рис. 3 графиком  $\bar{x}_0$ .

2. Квадратическое отклонение имеет большие значения обычно в зимние месяцы и на протяжении суток во время вечернего пика.

3. Математическое ожидание, в процентах от средней плановой нагрузки, для дневной части графика нагрузки в зависимости от месяца достигает  $-5\%$ , а для ночной части  $+6\%$ . Квадратическое отклонение, в процентах от средней плановой нагрузки, для весенних и летних месяцев достигает  $6\%$ , а для остальных  $8\%$ . Сравнение отдельных меся-

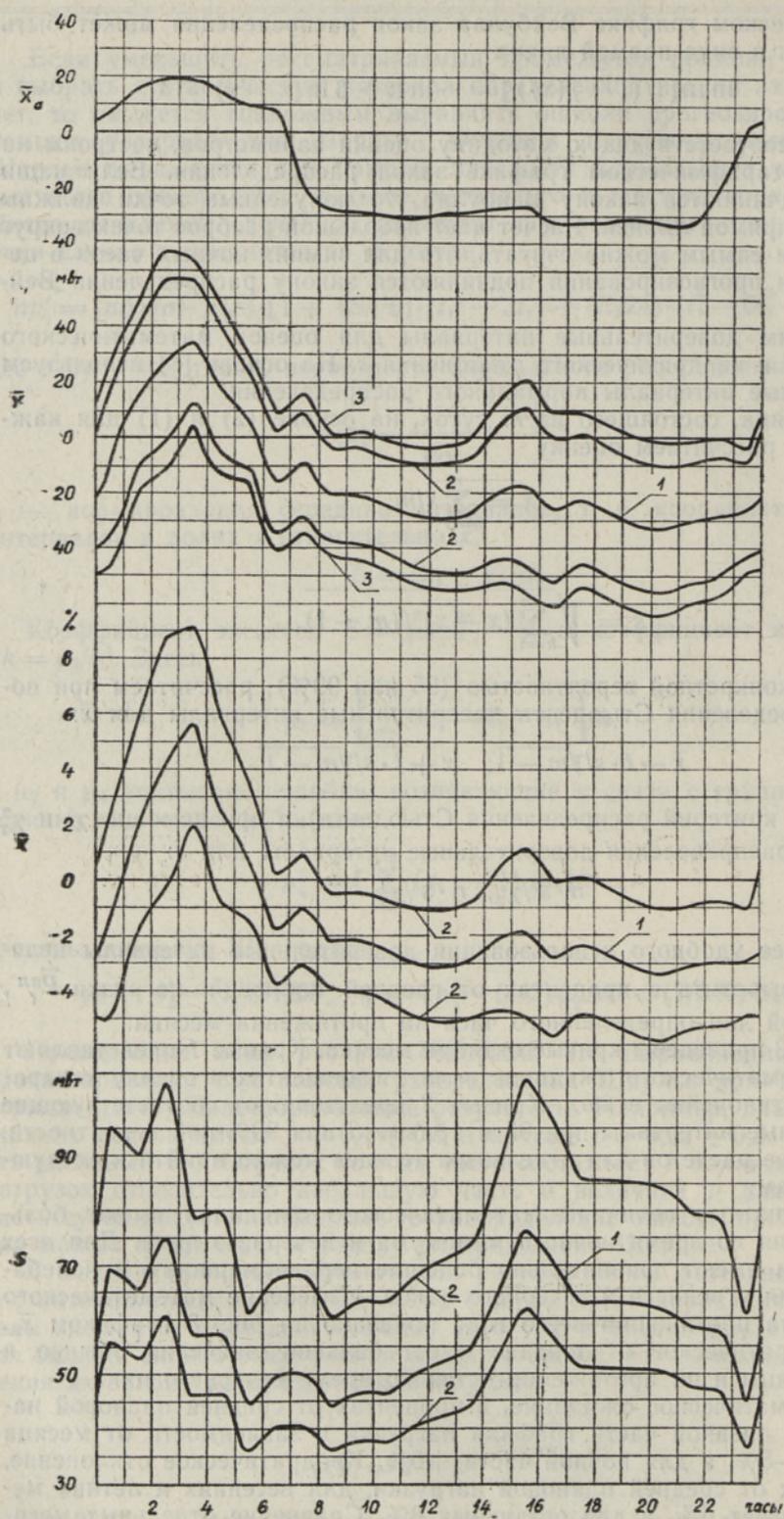


Рис. 3.

цев показывает наличие систематического отклонения в дневной и ночной частях графика нагрузки.

В итоге приведенных расчетов можно сделать вывод, что ошибки прогнозирования графиков нагрузки лучше всего приблизить к закону распределения Шарлье. В этом случае возможно использовать методику доверительных интервалов, которая позволяет оценить прогнозы спроса на топливо. Это может содействовать улучшению работы системы топливоснабжения в целом.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Мытус М., Изв. АН ЭстССР, Обществ. науки, **19**, 336 (1970).
2. Большаков В. Д., Теория ошибок наблюдений с основами теории вероятности, М., 1965, с. 58.
3. Крамер Т., Математические методы статистики, М., 1948, с. 253.
4. Berrettoni J. N., In: 16th Annual Convention Transactions, Am. Soc. Quality Control, May 23—25, 1962, p. 207.
5. Dubey S. D., Technometrics, No. 1, 119 (1967).
6. Dubey S. D., Technometrics, No. 2, 293 (1967).
7. Bain L. J., Anile C. E., Technometrics, No. 4, 621 (1967).
8. Романовский В. И., Применения математической статистики в опытном деле. М., 1947, с. 62.

*Институт термофизики и электрофизики  
Академии наук Эстонской ССР*

Поступила в редакцию  
19/V 1969

*M. MOTUS*

#### ELEKTRIAAMA PLANEERITUD KOORMUSEST TÖENAOLISTE KÕRVALEKALLETE MÄÄRAMINE

Artiklis vaadeldakse usaldusvahemike määramist elektriijaama planeeritud koormusest kõrvalekalletele, lähtudes etteantud tõenäosusest. Usaldusvahemikud antakse iga tunni kohta teatud kindlat perioodi iseloomustava fiktiivse ööpäeva piirides. Vaadeldakse ka prognoosimisvigade alluvust Gaussi, Charlet' ja Weibulli jaotusseadusele.

*M. MOTUS*

#### DETERMINING RANDOM ERRORS OF FORECAST POWER STATION LOAD

This paper describes the use of statistical methods for estimating the confidence intervals of forecast power station load with given probability. The confidence intervals are given per hour for a typical day of taken period. The Normal or Gaussian, Charlet and Weibull density distributions were used to analyse the random errors of forecast load.