

LÜHIURIMUSI * КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

Л. МИХЕЕВА, Х. САЛУМ

ПОСТРОЕНИЕ СОКРАЩЕННЫХ ДИЗЬЮНКТИВНЫХ НОРМАЛЬНЫХ ФОРМ БУЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ МЕТОДОМ МАСОК

L. MIKHEYEVA, H. SALUM. BOOLE'1 FUNKTSIOONIDE MINIMISEERIMINE MASKIDE MEETODIL
L. MIKHEYEVA, H. SALUM. MINIMIZATION OF BOOLEAN FUNCTIONS USING THE MASKS

Рассмотрим булеву функцию $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, заданную в дизьюнктивной нормальной форме (д.н.ф.). Введем некоторые определения:

I. Дополненным кодом импликанты $\tilde{x}_{i_1}\tilde{x}_{i_2}\dots\tilde{x}_{i_k}$, где $k \leq n$; $i_1, i_2, \dots, i_k \in (1, n)$, назовем двоичное число $\delta_{i_1}\delta_{i_2}\dots\delta_{i_n}$, где

$$\delta_{i_p} = \begin{cases} 0 & \text{при отсутствии } x_{i_p} \\ 0 & \text{при } \tilde{x}_{i_p} \\ 1 & \text{при } x_{i_p}. \end{cases}$$

II. Общей маской импликант функции $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ назовем двоичное число $\underline{11\dots 1}$, составленное из n единиц.

III. Индивидуальной маской импликанты $\tilde{x}_{i_1}\tilde{x}_{i_2}\dots\tilde{x}_{i_k}$ назовем двоичное число $\lambda_{i_1}\lambda_{i_2}\dots\lambda_{i_n}$ ($\lambda_{i_p} = 0$ или 1), полученное из общей маски функции f путем замены единиц нулями в разрядах, соответствующих отсутствующим в импликанте (несущественным) переменным.

IV. Кодовой парой $\begin{cases} \delta_{i_1}\delta_{i_2}\dots\delta_{i_n} \\ \lambda_{i_1}\lambda_{i_2}\dots\lambda_{i_n} \end{cases}$ назовем пару двоичных чисел,

первое из которых является дополненным кодом импликанты, второе — ее индивидуальной маской. Индивидуальная маска показывает, в каких разрядах импликанты имеются существенные переменные.

V. Сравнимыми кодовыми парами назовем такие две кодовые пары, которые удовлетворяют следующим условиям:

- индивидуальные маски их являются совпадающими;
- дополненные коды отличаются между собой не более чем одним разрядом.

Если нарушается хотя бы одно из этих условий, то кодовые пары называются несравнимыми.

Опишем теперь алгоритм получения сокращенных д.н.ф.

1) Для всех импликант функции $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ вводим общую маску, состоящую из n единиц.

2) Для каждой импликанты, согласно определению IV, строим кодовую пару.

3) Производим замену каждой кодовой пары, индивидуальная маска которой содержит нуль в некотором i -м разряде ($1 \leq i \leq n$), на две кодовые пары, индивидуальные маски которых будут иметь на месте нуля в i -м разряде единички; дополненный код одной из масок остается неизменным, а в другой изменяет в i -м разряде нуль на единичку. Третий этап алгоритма повторяется до тех пор, пока маски всех кодовых пар не будут состоять из единичек во всех разрядах.

Получим некоторое множество M_1 кодовых пар. Назовем его множеством первого порядка.

4) Сравниваем каждую из кодовых пар множества M_1 со всеми остальными кодовыми парами из M_1 и для каждого двух сравнимых пар строим новую кодовую пару следующим образом:

а) из двух сравнимых дополненных кодов в новую кодовую пару берется наименьший;

б) в прежней индивидуальной маске единичка заменяется нулем в том разряде, на который отличались дополненные коды сравнимых кодовых пар.

Получим множество M_1' новых кодовых пар.

5) В множестве M_1 выбрасываем все кодовые пары, имеющие в своих масках максимальное число единичек, для которых хотя бы однажды выполнялись условия сравнимости Va и Vб.

6) Из оставшихся после выбрасывания кодовых пар множества M_1 и всех пар множества M_1' получим множество кодовых пар M_2 и назовем его множеством второго порядка.

З а м е ч а н и е. В случае, если образуются тождественно равные кодовые пары, то оставляем в каждом множестве только одну из них.

7) Применяя к множеству M_2 пункты 4—6 описываемого алгоритма, получим множество M_3 кодовых пар третьего порядка и т. д. до тех пор, пока на некотором q -м повторении не получим множество M_q несравнимых кодовых пар.

8) Из последнего множества M_q составляется сокращенная дизъюнктивная нормальная форма функции f следующим образом:

а) в единичных разрядах дополненных кодов записываются переменные в соответствующем порядке, а в нулевых разрядах — переменные с отрицанием;

б) в полученной импликанте вычеркиваем переменные, стоящие в разрядах, соответствующих нулевым разрядам индивидуальной маски.

Работу алгоритма удобнее всего проследить на примере.

Рассмотрим функцию:

$$f = x_1 x_2 x_3 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_3.$$

1) Общая маска будет равна 111.

2) Построим множество M_1 кодовых пар:

$$1. \begin{cases} 111 \\ 111 \end{cases} \quad 2. \begin{cases} 010 \\ 111 \end{cases} \quad 3. \begin{cases} 001 \\ 101 \end{cases}$$

3) Применяем 3-й этап алгоритма:

$$1. \begin{cases} 111 \\ 111 \end{cases} \quad 2. \begin{cases} 010 \\ 111 \end{cases} \quad 3. \begin{cases} 001 \\ 111 \end{cases} \quad 4. \begin{cases} 011 \\ 111 \end{cases}$$

4) Построим множество M_1' новых кодовых пар. Сравнимыми будут следующие кодовые пары: (1 и 4), (2 и 4), (3 и 4). Из этих сравнимых кодовых пар получим новые кодовые пары:

$$1. \begin{cases} 011 \\ 011 \end{cases} \quad 2. \begin{cases} 010 \\ 110 \end{cases} \quad 3. \begin{cases} 001 \\ 101 \end{cases}$$

5) Из множества M_1 выбрасываем кодовые пары, участвовавшие в сравнении. (В нашем примере все кодовые пары множества M_1 были по крайней мере однажды сравнимыми.)

6) Оставшиеся кодовые пары множества M_1 и кодовые пары множества M_1' составят множество M_2 второго порядка (в данном случае совпадающее с M_1').

7) Кодовые пары множества M_2 будут попарно несравнимыми и повторное применение п. 4—6 невозможно. Построим сокращенную д. н. ф.:

$$f = x_2 x_3 \vee \bar{x}_1 x_2 \vee \bar{x}_1 x_3.$$

Алгоритм запрограммирован на языке МАЛГОЛ для ЭЦВМ «Минск-22». Транслированная программа занимает 796 ячеек памяти.

ЛИТЕРАТУРА

1. Глушков В. М., Синтез цифровых автоматов, М., 1963.
2. Салум Х., Изв. АН ЭССР, Сер. физ.-матем. и техн. наук, 14, 464 (1965).

Таллинский политехнический институт

Институт кибернетики
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию
28/II 1969

EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. XVIII KÕIDE
FÜSIKA * MATEMAATIKA. 1969. Nr. 4

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ XVIII
ФИЗИКА * МАТЕМАТИКА. 1969, № 4

М. ЛЕВИН, Э. ШАЦ

ОБ ОДНОМ ОБОБЩЕНИИ ФОРМУЛЫ ИНТЕГРИРОВАНИЯ ПО ЧАСТЯМ НА СЛУЧАЙ ДВОЙНЫХ ИНТЕГРАЛОВ

M. LEVIN, E. SCHATZ. ÜHEST OSITI INTEGRERIMISE VALEMI ÜLDISTUSEST
KANEKORDSE INTEGRAALI PUHUL

M. LEWIN, E. SCHATZ. ÜBER EINE VERALLGEMEINERUNG
DER PARTIELLEN INTEGRATIONSFORMEL IM FALLE EINES ZWEIDIMENSIONALEN INTEGRALS

В работах [1-3] рассматривается формула

$$\begin{aligned} & \iint_D F(x, y) dx dy = \\ & = \sum_{k=0}^{m-1} \frac{(-1)^k}{m!} \int_C \frac{\partial^{m-k-1}}{\partial x^{m-k-1}} P(x, y) \frac{\partial^k}{\partial x^k} F(x, y) + R_m(f), \end{aligned} \quad (1)$$