

<https://doi.org/10.3176/phys.math.1969.4.08>

Э. ВЕСМАН

## К ОБРАЗОВАНИЮ МОЛЕКУЛЫ МЕЗОДЕЙТЕРИЯ

Между экспериментальными значениями скорости образования мезомолекулярного иона\*  $(dd\mu)^+$   $w_e = (0,75 \pm 0,11) \cdot 10^6 \text{ сек}^{-1}$  [1] и теоретическими оценками  $w_t \lesssim 0,34 \cdot 10^5 \text{ сек}^{-1}$  [2] существовало большое разногласие, которого не было, например, между экспериментальной и теоретической величинами скорости образования прри:  $w_e = (2,55 \pm 0,18) \cdot 10^5 \text{ сек}^{-1}$  [3] и  $w_t = 2,5 \cdot 10^6 \text{ сек}^{-1}$ . К тому же результаты разных экспериментов по образованию  $dd\mu$  намного отличались: скорость его образования в жидком дейтерии [4, 5] была почти на один порядок меньше скорости образования в газе [1]. Этот факт наводил на мысль, что скорость образования молекулы  $dd\mu$  зависит от температуры среды его образования.

Обычно в качестве механизма образования мезомолекулярного иона рассматривается электрический дипольный (E1) переход из молекулярного состояния отталкивания  $\Sigma_u$  в состояние притяжения  $\Sigma_g$ . Для молекулы  $dd\mu$  такой механизм дает почти на два порядка меньшую скорость образования, чем для  $pp\mu$ , по следующим причинам: 1) вращательно-колебательный уровень  $K=1, v=0$  лежит в системе  $dd\mu$  примерно в два раза глубже, чем в  $pp\mu$  и 2) масса дейтрона вдвое больше массы протона. Это обуславливает для  $dd\mu$  более быстрое затухание волновых функций в подбарьерной области, а величина матричного элемента определяется перекрытием этих функций соответственно в состояниях  $\Sigma_g$  и  $\Sigma_u$ .

Электрический монополюсный переход (E0) мог бы дать значительную скорость образования, если бы в системе  $dd\mu$  был уровень  $K=0, v=1$  с малой энергией связи. Однако этот уровень довольно глубокий (см. таблицу), и вычисление E0-перехода дает величину скорости образования  $w = 3 \cdot 10^4 \text{ сек}^{-1}$  [6].

В работах [7, 8] предложен механизм образования  $dd\mu$ , объясняющий и большую скорость, а также температурную зависимость процесса. Этот механизм связан с предположением, что в системе  $dd\mu$  есть возбужденный вращательно-колебательный уровень  $K=1, v=1$  с энергией связи в несколько электрон-вольт, дающий резонансные эффекты.

### I. Уровни мезодейтерия

Уровни мезомолекул в адиабатическом приближении с учетом динамических поправок на движение ядер с точностью\*\*  $m_\mu/M_n$ , где  $m_\mu$  и  $M_n$  — массы  $\mu$ -мезона и ядра, получены несколькими авторами (см. об-

\* Будем этот ион называть просто мезомолекулой и обозначать  $dd\mu$ .

\*\* Будем обозначать это приближение УАП — улучшенное адиабатическое приближение.

зор [2]). Рядом авторов [9-11] уровни  $dd\mu$  вычислены вариационно. Количество вариационных параметров при этом достигало 92. Бросается в глаза, что значения энергий связи, полученные в УАП, подтверждались с очень хорошей точностью вариационными вычислениями (см. таблицу). (То же самое верно и для всех других мезомолекул.)

В УАП была получена энергия связи  $dd\mu$  в состоянии  $K=1, v=1, E_d = -7$  эв. (На самом деле при этом потенциал аппроксимировался функцией Морза, которая является хорошей аппроксимацией в окрестности

равновесного состояния ядер и не совсем хорошей при больших расстояниях; см. [2].) Хотя вариационные расчеты не подтвердили существование этого уровня как связанного, в работе [11] приводится второй корень секулярного уравнения  $E = 7,5$  эв, соответствующий указанному состоянию. Сравнение с глубиной ямы  $\sim 450$  эв показывает близость к нулю энергии этого состояния. Ясно, что энергия, полученная вариационно, должна уменьшиться при минимизации именно по состоянию  $v=1$  (этого в [11] не было сделано, а приведенный результат был получен более или менее автоматически как второй корень секулярного уравнения). Надо еще отметить, что аномально большое количество вариационных параметров (порядка ста), требующееся для получения удовлетворительного результата, указывает на плохое соответствие сравнительно простых пробных функций рассматриваемой задаче. Это значительно усложняет получение удовлетворительного результата для возбужденного вращательно-колебательного состояния.

С одной стороны, можно надеяться, что результат в УАП улучшится, если воспользоваться точным потенциалом, а не аппроксимацией его аналитической функцией. Но с другой стороны, решение проблемы собственных значений при численно заданном потенциале — задача довольно сложная. Для оценки же энергии связи  $dd\mu$  в состоянии  $K=1, v=1$  с удовлетворяющей нас пока точностью не обязательно прибегать к сложным вычислениям, а можно ограничиться следующим простым приемом.

В атомных единицах ( $\hbar=1, e=1, m \equiv 2M_d m_\mu / (2M_d + m_\mu) = 1$ )

$$\left( -\frac{1}{2M} \Delta_{\mathbf{R}} + \frac{1}{R} - \frac{1}{2} \Delta_{\mathbf{r}} - \frac{1}{r_{1\mu}} - \frac{1}{r_{2\mu}} \right) \Psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = E_d \Psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}), \quad (1)$$

$$\Psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = \chi(\mathbf{R}) \Phi(R, \mathbf{r}), \quad (2)$$

$$\left( -\frac{1}{2} \Delta_{\mathbf{r}} - \frac{1}{r_{1\mu}} - \frac{1}{r_{2\mu}} \right) \Phi(R; \mathbf{r}) = E(R) \Phi(R, \mathbf{r}), \quad (3)$$

где  $M = \frac{1}{2} M_d$  ( $M_d$  — масса дейтрона);  $R$  — расстояние между ядрами;  $\mathbf{r}$  — расстояние от центра оси молекулы до  $\mu$ -мезона, а  $r_{1\mu}$  и  $r_{2\mu}$  — расстояния от ядер до  $\mu$ -мезона. После выделения зависимости от углов для функции  $g(R) = R\chi(R)$  получим следующее уравнение:

$$-\frac{1}{2M} \frac{d^2}{dR^2} g(R) + \left[ E(R) + \frac{1}{2M} K_{ii}(R) + \frac{1}{R} + \frac{1}{MR^2} \right] g(R) = E_d g(R), \quad (4)$$

где

$$K_{ii}(R) = \int d\mathbf{r} \Phi(R, \mathbf{r}) (-\Delta_{\mathbf{R}}) \Phi(R, \mathbf{r}). \quad (5)$$

Функцию  $E(R)$  в (4) определяем из (3). Алгоритм для решения этого уравнения и указания для вычисления (5) даны в работах [12, 13].

Зная функции  $E(R)$  и  $K_{ii}(R)$  в виде таблицы, задаем в (4) собственное значение  $\epsilon < 0$ . Теперь (4) можно интегрировать, задавая  $g(R)$  на каком-нибудь малом расстоянии, скажем  $R=0,001$ , в виде асимптотического ряда

$$g(R) \approx R^2 + C_1 R^3 + C_2 R^4, \quad (6)$$

где константы определяем с помощью (4), учитывая, что при  $R \rightarrow 0$

$$E(R) + \frac{1}{2M} K_{ii}(R) \rightarrow -|E_{\text{He}}|, \quad (7)$$

где  $E_{\text{He}} = -2$  — энергия гелия. Получим

$$C_1 = \frac{1}{2} M, \quad C_2 = 0,2M(C_1 - |E_{\text{He}}| - \epsilon).$$

По поведению функции  $g(R)$ , полученной при интегрировании (4), можно судить о существовании второго уровня с моментом  $K=1$ . Вообще возможно поведение тройного рода. Функция  $g(R)$  с ростом  $R$

1) совершает колебания, имея два узла, и потом экспоненциально растет, будучи положительной;

2) совершает колебания, имея один узел, и потом экспоненциально затухает;

3) после узла скоро выходит на растущую экспоненту, будучи отрицательной.

В первом случае мы задали  $\epsilon$  выше энергии связи  $E_d$  системы  $dd\mu$  в состоянии  $K=1, v=1$ , во втором попали на энергию связи, а в третьем задали  $\epsilon$  ниже ее.

Интегрирование уравнения (4) показало, что система  $dd\mu$  должна иметь связанное состояние с энергией связи  $|E_d| < 3 \text{ эв}$ .

## II. Механизм образования мезодейтерия

Наличие уровня  $K=1, v=1$  в системе  $dd\mu$  с энергией связи  $|E_d| < 3 \text{ эв}$  позволяет предполагать, что эта молекула образуется путем электрического дипольного перехода с отдачей энергии связи на возбуждение вращательно-колебательных уровней большой молекулы, состоящей из ядра  $d$ , иона  $(dd\mu)^+$  и электронов. Такой механизм по скоростям мезоатомов  $d\mu$  оказывается резонансным.

Пусть атом  $d\mu$  приближается к одной из молекул  $D_2$ . Пусть  $R_1, R_2$  и  $R_\mu$  — радиус-векторы двух ядер —  $d$ - и  $\mu$ -мезона соответственно и  $q_1$  — радиус-вектор третьего ядра  $d$ . Введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned} R &= R_1 - R_2, & r_1 &= R_\mu - R_1, \\ r_2 &= R_\mu - R_2, & q &= q_1 - R_2. \end{aligned}$$

Возмущением, вызывающим переход в связанное состояние  $dd\mu$ , является дипольное взаимодействие. Дипольный момент системы  $dd\mu$

$$D = e(r_1 + r_2)/2, \quad (8)$$

энергия взаимодействия его со вторым ядром молекулы  $D_2$

$$V = eDq/q^3 \quad (9)$$

(с точностью  $R/q$ ).

Вычисляя вероятность резонансного процесса, в результате которого возникают только связанные состояния, надо учитывать, что частицы в начальном состоянии имеют распределение по энергиям (см., например,

[14]). Пусть плотность распределения  $d\mu$ -атомов по энергиям равна  $\gamma(E)$ . Тогда  $\gamma(E)dE$  есть вероятность атому  $d\mu$  иметь энергию между  $E$  и  $E + dE$ .

Обозначая волновые функции мезомолекулы и большой молекулы в начальном состоянии через  $\Psi^i$  и  $\chi^i$ , а в конечном состоянии  $\Psi^f$  и  $\chi^f$  соответственно, получим дифференциальную скорость перехода

$$d\omega = \frac{2\pi}{\hbar} N \gamma(E) dE \delta(|E_d| + E - E_v) \times \\ \times \sum_{m, m'} \left| \int \Psi^{f*} \Psi^i V \chi^{f*} \chi^i d\mathbf{R} d\mathbf{Q} dr_1 dr_2 \right|^2, \quad (10)$$

где  $E_v$  — энергия, необходимая для возбуждения  $v$ -го колебательного уровня большой молекулы;  $N = 4 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$  — плотность ядер, а суммирование производится по всем конечным состояниям.

Выбираем волновые функции в следующем виде:

$$\Psi^i = \frac{f(R)}{R} \sum_u (R, r_1, r_2), \quad (11)$$

$$\Psi^f = \frac{g(R)}{R} Y_{1,m}(\Theta, \varphi) \sum_g (R, r_1, r_2), \quad (12)$$

$$\chi^i = \frac{1}{\gamma 4\pi} h_0^{(0)}(\varrho)/\varrho, \quad (13)$$

$$\chi^f = h_v^{(1)}(\varrho) Y_{1,m'}(\alpha, \xi)/\varrho, \quad (14)$$

а мезонную часть волновых функций в приближении ЛКАО:

$$\sum_{g,u} = [2\pi(1 \pm s)]^{-1/2} (e^{-r_1} \pm e^{-r_2}), \quad (15)$$

где

$$s = \frac{1}{\pi} \int e^{-r_1 - r_2} dr = \left(1 + R + \frac{1}{3}R^2\right) e^{-R}.$$

Учитывая, что

$$\int \sum_g (R, r_1, r_2) \mathbf{D} \sum_u (R, r_1, r_2) dr_1 dr_2 = -(1 - s^2)^{-1/2} \mathbf{R}/2 \approx -\mathbf{R}/2, \quad (16)$$

и статистический вес состояния  $\sum_u$ , равный  $1/3$ , получим после интегрирования по угловым переменным и суммирования по проекциям момента

$$\omega = \frac{2\pi^2}{9} N a_e^3 (a_\mu/a_e)^5 \frac{e^4}{a_e^2 \hbar} \gamma(E) |I_1|^2 |I_2(\nu)|^2 \text{ сек}^{-1}, \quad (17)$$

где  $a_e$  и  $a_\mu$  — боровские радиусы электрона и  $\mu$ -мезона и введены обозначения

$$I_1 = \int f(R) g(R) R dR, \quad (18)$$

$$I_2(\nu) = \int h_0^{(0)}(\varrho) h_v^{(1)}(\varrho) d\varrho/\varrho^2. \quad (19)$$

Интегралы  $I_1$  и  $I_2$  выражены соответственно в мезоатомных ( $\hbar = m_\mu = e = 1$ ) и атомных ( $\hbar = m_e = e = 1$ ) единицах.

а) Для вычисления интеграла  $I_1$  надо было бы взять мезомолекулярные волновые функции, полученные, например, в приближении потенциала Морза, и вычислить интеграл с помощью этих функций. Однако ввиду малой энергии связи волновую функцию связанного состояния можно взять, аналогично элементарной теории дейтрона, в виде

$$g(R) \approx \sqrt{2} a^{1/2} \exp(-R\sqrt{a}), \quad (20)$$

где  $a = M_d |E_d|$ . Волновая функция свободного движения при малых энергиях относительного движения атома  $d\mu$  и ядра  $d$  может быть заменена функцией

$$f(R) \approx R - a_u, \quad (21)$$

где  $a_u = 5,73$  — длина рассеяния. Получим

$$I_1 \approx 2(2a^{-5})^{1/2} = 3,8 \cdot 10^3 |E_d|^{-5/4}. \quad (22)$$

(Здесь  $E_d$  измеряется в электрон-вольтах).

б) Для вычисления интеграла  $I_2(v)$  принимаем, что потенциальная яма вблизи равновесного расстояния в большой молекуле в конечном состоянии ( $K=1$ , молекула  $D(dd\mu)^+$ ) мало изменяется по сравнению с ямой в начальном состоянии ( $K=0$ , молекула  $D_2$ ). Введем новую переменную — отклонение  $x$  от положения равновесия  $q_0$  и разложим  $1/q^2$  по степеням  $x$ :

$$\frac{1}{q^2} = \frac{1}{q_0^2} - \frac{2x}{q_0^3} + \dots (-1)^m \frac{(m+1)x^m}{q_0^{m+2}} + \dots \quad (23)$$

При вычислении интеграла  $I_2(v)$  удобно рассмотреть отдельно два крайних случая:

1) При приближении атома  $d\mu$  к одному из ядер молекулы  $D_2$  переход в связанное состояние мезомолекулы  $dd\mu$  происходит быстро по сравнению с периодом колебаний ядер в большой молекуле и колебания за это время не успевают перестроиться (т. е. процесс неадиабатичен).

2) Колебания большой молекулы адиабатически перестраиваются. По-видимому, образованию молекулы  $dd\mu$  надо присвоить характеристики, лежащие между этими крайними случаями.

Волновые функции выбираем осцилляторные:

$$h_0^{(0)} = (M_1\omega_1/\pi)^{1/4} \exp(-M_1\omega_1 x^2/2), \quad (24)$$

$$h_v^{(1)} = (M_2\omega_2/\pi)^{1/4} (2^v v!)^{-1/2} \cdot H_v(x\sqrt{M_2\omega_2}) \exp(-M_2\omega_2 x^2/2). \quad (25)$$

Здесь  $M_1 \approx M_d/2$  и  $M_2 \approx 2M_d/3$  — приведенные массы ядер, а

$$\omega_i = \left[ \frac{1}{M_i} \left( \frac{d^2 U(q)}{dq^2} \right)_{q=q_0} \right]^{1/2}, \quad i = 1; 2. \quad (26)$$

$\omega_1 = 0,388$  эв,  $\omega_2 = 0,336$  эв [15].

Введем обозначение

$$y = [2M_2\omega_2 / (M_1\omega_1 + M_2\omega_2)]^{1/2}. \quad (27)$$

Тогда неадиабатическому образованию  $dd\mu$  соответствует  $y = 1,035$ , а адиабатическому —  $y = 1$ .

Вычисление интеграла  $I_2$  дает

$$I_2(v) \approx \left( \frac{M_1\omega_1}{M_2\omega_2} \right)^{1/4} \frac{(v+1)\sqrt{v}}{q_0^{v+2} \sqrt{2^v}} (M_2\omega_2)^{-\frac{v}{2}} R(v), \quad (28)$$

где с точностью до членов первого порядка по  $1/M_2\omega_2 = 3,3 \cdot 10^{-2}$

$$R(2n) = (-1)^n \frac{1}{n\sqrt{\pi}} \sum_{m=0}^n \Gamma\left(m + \frac{1}{2}\right) \times \\ \times y^{2m+1} (M_2\omega_2)^{n-m} F\left(-n, m + \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, y^2\right), \quad (29)$$

$$R(2n+1) = (-1)^{n+1} \frac{2}{n! \sqrt{\pi}} \sum_{m=0}^n \Gamma\left(m + \frac{3}{2}\right) \times \\ \times y^{2m+3} (M_2 \omega_2)^{n-m} F\left(-n, m + \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, y^2\right). \quad (30)$$

Здесь гипергеометрические функции сводятся к полиномам, которые разлагаются по степеням  $(1-y^2)$ .

В условиях низкой концентрации дейтерия, когда практически весь дейтерий находится в молекулах  $\text{HD}^*$ , при рассмотрении неадиабатического образования  $dd\mu$  надо взять  $y = 1,08$ .

### III. Зависимость скорости образования мезодейтерия от условий опыта

Как видно из (17), рассматриваемый механизм дает скорость образования молекулы  $dd\mu$  в зависимости от плотности распределения  $d\mu$ -атомов по энергиям.

Будем предполагать, что  $d\mu$ -атомы — тепловые и при температуре  $T$  их энергии распределены по Максвеллу:

$$\gamma(E) \equiv \gamma(E, \bar{E}) = 3(3E/2\pi\bar{E}^3)^{1/2} \exp(-3E/2\bar{E}). \quad (31)$$

Максимум этой функции находится в точке  $\bar{E} = E$ . Максимум скорости образования  $dd\mu$  можно установить по экспериментальным данным.

Проведенный методом наименьших квадратов анализ экспериментальных данных, взятых из [1], дает при  $\chi^2_{\min} = 5,2$   $\bar{E} = 0,0159 \pm 0,0004$  эв и максимальную скорость образования  $w_{\max} = (1,19 \pm 0,18) \cdot 10^6$  сек<sup>-1</sup>. (При анализе были отброшены точки, соответствующие опытам при низкой концентрации D. Подробнее см. раздел б) ниже.)

Учитывая значения всех констант в (17) и результат вычисления интеграла  $I_1$  (22), получим максимальную скорость образования \*\*  $dd\mu$

$$w_{\max} \approx 1,5 \cdot 10^{13} |E_d|^{-5/2} |I_2(v)|^2 \text{ сек}^{-1}. \quad (32)$$

Сравнивая с результатом, ожидаемым на базе экспериментальных данных, видим, что переход в большой молекуле должен идти на колебательный уровень  $v = 5-6$  и уровень мезомолекулы  $dd\mu$   $K = 1$ ,  $v = 1$  соответственно должен иметь энергию связи  $|E_d| \approx (1,5-2)$  эв.

На рисунке приведены значения скорости образования  $dd\mu$  в зависимости от средней кинетической энергии относительного движения частиц наряду с зависимостью по данной работе. Подчеркиваем, что опыты [1] проведены с помощью диффузионной камеры, т. е. образование молекулы  $dd\mu$  происходило в этих опытах в газе с температурой  $T \approx 240^\circ \text{K}$ . Опыты [6, 7, 16] проводились с пузырьковой камерой, т. е. образование  $dd\mu$  происходило в жидкости с температурой  $T \approx 20^\circ \text{K}$ .

С точки зрения рассматриваемого механизма следует еще обратить внимание и на концентрацию дейтерия в условиях опыта.

а) Если  $C_D \gg C_H$ , то энергия  $d\mu$ -атома является приближенно тепловой энергией при температурах соответственно  $240$  и  $20^\circ \text{K}$ . Это свя-

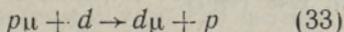
\* Это наблюдается только в диффузионной камере. В пузырьковой камере при низкой концентрации дейтерия количество молекул  $\text{HD}$  лишь немного превышает количество  $\text{D}_2$ .

\*\* В диффузионной камере молекулы  $\text{D}_2$  могут находиться в возбужденном вращательном состоянии до  $K = 3$ . Тогда возможны переходы между состояниями  $K \rightarrow K \pm 1$ . Вычисление показало, что учет этого приводит к умножению (32) на  $c_K$ , ( $1 > c_K \geq 0,74$ ).

зано с тем, что если  $d\mu$ -атом образуется с начальной энергией большей, чем тепловая, и равной  $\sim 1$  эв [17], то ввиду большого сечения упругого рассеяния  $d\mu$ -атома на дейтронах [18] он быстро замедляется до тепловой энергии.

При большой концентрации дейтерия количество молекул  $D_2$  в смеси изотопов  $D_2$  и  $H_2$  всегда намного больше количества молекул  $HD$  и, следовательно, неадиабатическое образование молекулы  $dd\mu$  идет из состояния  $D_2$ . Кривая на рисунке относится именно к опыту такого типа.

б) Если  $C_D \ll C_H$ , то  $d\mu$ -атомы в основном образуются в результате процесса.



с начальной энергией 45 эв. Расчеты по методу Монте-Карло с известными значениями сечений упругого рассеяния [18] дают для этих опытов значения средней энергии  $d\mu$ -атома, значительно превышающие тепловые. Следовательно, при низкой концентрации дейтерия распределение атомов  $d\mu$  не максвелловское.

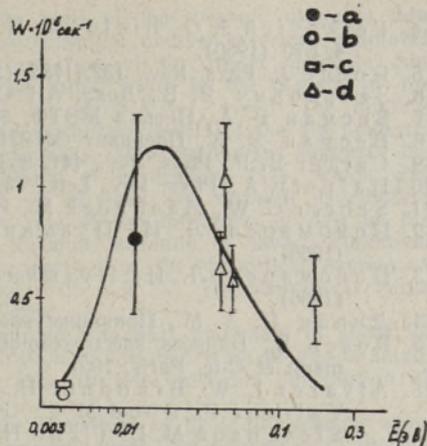
Образование молекулы  $dd\mu$  путем подхода  $d\mu$  к молекуле  $HD$  отличается от образования путем подхода к  $D_2$  в свете рассматриваемого механизма. Отличие заключается в том, что

1) средние энергии  $d\mu$ , при которых скорости образования  $dd\mu$  максимальны, различны (по-видимому, при подходе  $d\mu$  к  $HD$  максимум в районе  $E \sim 0,25$  эв);

2) Матричный элемент при подходе  $d\mu$  к  $HD$  увеличивается в  $4 \div 6$  раз, т. е. образование  $dd\mu$  происходит в  $16 \div 36$  раз быстрее.

Отметим еще, что скорость образования  $dd\mu$  как функция от средней кинетической энергии атомов  $d\mu$  должна иметь несколько максимумов. На самом деле, первый максимум скорости образования должен находиться при такой средней энергии  $\bar{E}$  атомов  $d\mu$ , чтобы сумма освобождающейся при образовании  $dd\mu$  энергии и кинетической энергии атома  $d\mu$  дала в точности энергию возбуждения  $n$ -го колебательного уровня большой молекулы. Следующий максимум должен появиться при такой средней энергии  $\bar{E}_1 > \bar{E}$ , чтобы ее хватило для возбуждения колебательного уровня  $n+1$ . Правда, ввиду уменьшения интеграла  $I_2$  с увеличением номера колебательного уровня, скорость образования в следующем максимуме примерно на один порядок меньше предыдущего.

Считаю своим приятным долгом выразить благодарность С. Герштейну за проявленный интерес к работе и обсуждения.



Зависимость скорости образования  $dd\mu$  от средней кинетической энергии  $d\mu$ -атома.

$a$  — Альварец и др. [18];  $b$  — Феткович и др. [4];  $c$  — Доуд [2];  $d$  — Желепов и др. [1]. Кривая — зависимость по данной работе.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Желепов В. П., Ермолов П. Ф., Москалев В. И., Фильченков В. В., ЖЭТФ, 50, 1235 (1966).
2. Зельдович Я. Б., Герштейн С. С., УФН, 71, 581 (1960).
3. Conforto G., Rubbia C., Zavattini E., Focardi S., Nuovo Cimento, 33, 1001 (1964).

4. Fetkovich J. G., Fields T. H., Yodth G. B., Derrik M., Phys. Rev. Lett., 4, 570 (1960).
5. Doede J., Phys. Rev., 132, 1782 (1963).
6. Зельдович Я. Б., Докл. АН СССР, 95, 493 (1954).
7. Весман Э. А., Письма ЖЭТФ, 5, 113 (1967).
8. Весман Э. А., Препринт ОИЯИ Р4-3256, Дубна (1967).
9. Carter V. P., Phys. Rev., 141, 863 (1966).
10. Halpern A., Phys. Rev. Lett., 13, 660 (1964).
11. Scherr C. W., Machasek M., Phys. Rev., 138, A 371 (1965).
12. Пономарев Л. И., Пузынина Т. П., Препринт ОИЯИ Р2-3009, Дубна (1966).
13. Пономарев Л. И., Пузынина Т. П., Препринт ОИЯИ Р2-3012, Дубна (1966).
14. Дирак П. А. М., Принципы квантовой механики, М., 1960.
15. Rosen B., Données spectroscopiques concernant les molécules diatomiques, Hermann et Cie, Paris, 1951.
16. Alvarez L. W., Brandner H., Crawford F. S., Crawford J. A., Falk-Vairant P., Good M. L., Grow J. D., Rosenfeld A. H., Solmitz F., Stevenson M. L., Ticho H. K., Tripp R. T., Phys. Rev., 105, 1127 (1957).
17. Дзелепов В. П., Ермолов П. Ф., Фильченков В. В., ЖЭТФ, 49, 393 (1965).
18. Дзелепов В. П., Ермолов П. Ф., Москалев В. И., Фильченков В. В., Фримл М., ЖЭТФ, 47, 1243 (1967).

Институт физики и астрономии  
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию  
4/XII 1968

E. VESMAN

### MESODEUTEERIUMI MOLEKULI TEKKEST

Variatsioonarvutus kuni 100-parametriselise lainefunktsiooniga [9-11] ei anna mesomolekulide energianivoode jaoks paremaid tulemusi, kui on saadud arvutustega parandatud adiabaatilises lähenduses (parandused arvestavad tuumade liikumist täpsusega  $m\mu/M_n$ ) [2]. Parandatud adiabaatilist lähendit kasutades hinnati ligikaudse meetodi abil pöördimpulsiga  $K=1$  ja vibratsioonkvantarvuga  $\nu=1$  mesomolekuli  $d\mu$  seisundi seoseenergiat ja leiti, et selle nivoo energia  $|E_d| < 3eV$ . Edasi vaadeldi  $d\mu$  tekkimist elektrilise diipolümehhanismi teel sellele nivoole koos vabaneva seoseenergia üleandmisega ioonist ( $dd\mu$ ), tuumast  $d$  ja elektronidest koosneva molekulaarse süsteemi võnkumiste ergastamiseks. Vaadeldav mehhanism annab  $dd\mu$  tekkekiiruse sõltuvalt katsetingimustest (17). Selline sõltuvus on varem eksperimentaalselt avastatud [1]. Eeldades, et  $d\mu$ -aatomite tihedus energiate järgi allub Maxwelli jaotusele (31), analüüsiti olemasolevat eksperimentaalset materjali vähimruutude meetodil. Leiti, et  $dd\mu$  tekke kiirus funktsioonina  $d\mu$ -aatomite keskmisest energiast omab maksimumi  $\omega_{max} = 1,2 \cdot 10^6 \text{ sek}^{-1}$   $d\mu$ -aatomite keskmise energia  $E \approx 0,016 \text{ eV}$  juures. Teoreetilise avaldise (32) võrdlemine eksperimentaalsete andmetega annab  $dd\mu$  seoseenergiaks seisundis  $K=1$ ,  $\nu=1$   $|E_d| \approx (1,5 \dots 2) \text{ eV}$ . Teoreetiline kõver ja eksperimentaalsed punktid on esitatud joonisel.

Tekkekiiruse maksimume on rohkem kui üks — iga järgmine eelmisest umbes suurusjärgu võrra väiksem.

Deuteeriumi väikese kontsentratsiooni korral on kogu deuteerium gaasilises keskkonnas praktiliselt HD molekulides. Sellisel juhul ei jõua  $d\mu$ -aatomid tekkinud protsessis (33) küllalt kiiresti aeglustuda ja ilmselt ei allu nende energiad Maxwelli jaotusele.  $dd\mu$ -molekuli tekkimine  $d\mu$ -aatomil lähenedes molekulile HD erineb vaadeldava mehhanismi valgusel  $dd\mu$  tekkest  $d\mu$  lähenedes  $D_2$ -molekulile: 1) maksimum asub esimesel juhul  $E \approx 0,25 \text{ eV}$  piirkonnas (mitte punktis  $E = 0,016 \text{ eV}$ ); 2) maksimaalne tekkekiirus suureneb integraali  $I_2(\nu)$  (28) suurenemise arvel teise juhuga võrreldes 16...32-kordselt.

E. VESMAN

### ON THE FORMATION OF MESIC DEUTERIUM MOLECULE

The variational calculation with the wave function up to 100 parameters [9-11] does not give better results for the energetic levels of the mesic molecules than those calculated in the corrected adiabatic approximation (including corrections  $m\mu/M_n$ ) [2].

Using the corrected adiabatic approximation, the level of the mesonic molecule  $dd\mu$  in the rotational state  $K=1$  with the vibrational quantum number  $\nu=1$  is estimated to have the binding energy  $|E_d| < 3$  eV. The formation of the mesic molecule  $dd\mu$  at an electric dipole transition is discussed. The initial state is the S-state of the continuous spectrum. The final state is  $dd\mu$  at the level  $K=1, \nu=1$ . The binding energy  $E_d$  of this level is considered to excite the vibrational levels of the big molecule consisting of an ion  $(dd\mu)^+$ , a nucleus  $d$  and electrons. This mechanism suggests the dependence of the formation rate on the conditions of experiment (17), which was detected earlier [1]. Assuming the initial atoms  $d\mu$  to have the Maxwell distribution (31), the experimental material is analysed. The rate of the formation of  $dd\mu$  as the function of the average kinetic energy  $\bar{E}$  of the  $d\mu$ -atom is found to have a maximum  $\omega_{\max} = 1.2 \cdot 10^6 \text{ sec}^{-1}$  when  $\bar{E} \approx 0.016$  eV. A comparison of the theoretical expression (32) with the experimental results suggests  $|E_d| \approx 1.5 \dots 2$  eV. The theoretical curve and the experimental points are shown in the Figure.

There is more than one formation rate maximum; the next maximum is about 10 times lower than the previous one. If the concentration of the deuterium in gas is small, the whole deuterium is practically in HD molecules. In this case, the distribution of  $d\mu$ -atoms is not given by (31).

This mechanism suggests the difference in the formation of the  $dd\mu$ -molecule when the  $d\mu$ -atom approaches the HD molecule as compared with the formation if the  $d\mu$  atom approaches the  $D_2$  molecule. Namely: (1) in the first case, the maximum lies rather in the region of the point  $\bar{E} \approx 0.25$  eV than at  $\bar{E} \approx 0.016$  eV; (2) the maximum rate of the formation of  $dd\mu$  increases 16...32 times as compared with the second case, since the integral  $I_2(\nu)$  (28) increases.

The points at  $\bar{E} = 0.17$  eV and at  $\bar{E} = 0.012$  eV (Figure) are those of experiments made at a small concentration of deuterium.