

В. ГЕНДРИКСОН

ПРОЦЕССЫ ПЕРЕМЕШИВАНИЯ В ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ СТРУЕ В ПОПЕРЕЧНОМ ПОТОКЕ

Проблеме развития турбулентной осесимметричной струи в поперечном потоке посвящен ряд исследований. В большинстве этих работ поставлена цель найти форму оси струи. Значительно меньше внимания уделялось вопросу турбулентного перемешивания струи, ее внутренней структуре. Этот вопрос, однако, представляет значительный теоретический и практический интерес. Уже первые работы, проведенные в этом направлении [1-5], показали сложность проблемы и ее значительное отличие от обычных струевых задач. Наличие переменного статического давления в струе, наложение сложных переменных циркуляционных движений затрудняют выявление характеристик струи как прямым, аналитическим путем, так и экспериментальным.

В данной работе сделана попытка расчета затухания струи. Для проверки некоторых допущений и получения значений констант, используемых в решении, проведено также экспериментальное изучение струи. Были получены подробные скоростные поля в различных сечениях. Измерения производились при трех соотношениях скоростей $V_2/V_1 = 6; 8; 10$. Описание техники эксперимента здесь опускается. Некоторые необходимые для расчета экспериментальные данные приводятся в ходе изложения.

Струю, развивающуюся в поперечном потоке, можно условно разбить на два основных участка: на активную часть струи со значительными градиентами скоростей и на удаленную часть струи с выровненным полем скоростей, в которой происходит рассеивание концентрации вещества (тепла) вследствие турбулентности потока и гравитационного движения, при наличии перегрева.

Основное затухание струи происходит на первом участке. Рассмотрением этой области и ограничивается наша задача.

При расчете затухания осевой скорости, температуры и концентрации свободной струи или же струи, развивающейся в спутном потоке, используются интегральные соотношения сохранения импульса, избыточного теплосодержания и концентрации в струе. В данном случае задача осложняется наличием переменного поля сил давления и криволинейностью течения. Рассмотрим баланс суммарного секундного количества движения в произвольном сечении струи (рис. 1а). Сечение берется перпендикулярно направлению оси в данной точке. Здесь I_0 — начальный импульс струи, P — дополнительный импульс, сообщаемый силами давления, I_s — эжектированное количество движения.

Рассматривая движение в направлении касательной, получаем суммарное количество движения в проекции на касательную:

$$I_L = I_{0L} + P_L + I_{sL}. \quad (1)$$

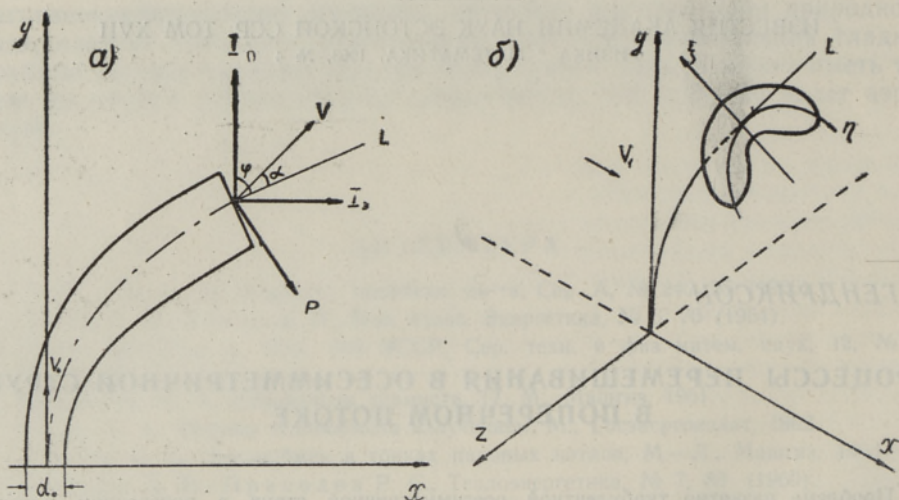


Рис. 1. а — схема течения; б — схема выбора координат η и ξ .

Исходя из требований совершения минимума работы силами давления, принимаем

$$P_L = \bar{\rho} \bar{V}_0 \vartheta_x F_0 \sin \varphi,$$

где ϑ_x — характерная для каждого сечения скорость, пропорциональная проекции текущей средней по сечению скорости на ось X . ϑ_x возрастает при течении струи от 0 до V_1 :

$$I_{0L} = I_0 \cos \varphi,$$

$$I_{\vartheta L} = \left(\int_F \rho V_n V_1 dF - \bar{\rho}_0 \bar{V}_0 V_1 F_0 \right) \sin \varphi,$$

где V_n — нормальная к сечению составляющая скорости $\bar{V}_n = V \cdot \cos \varphi$ (V — вектор скорости в сечении); V_1 — скорость потока; $\bar{\rho}_0 \bar{V}_0$ — средняя скорость и плотность на выходе сопла; F_0 — площадь сечения сопла; φ — угол между направлением вертикали и касательной в данной точке траектории (рис. 1а). Тогда

$$I_L = I_0 \cos \varphi + \bar{\rho}_0 \bar{V}_0 \vartheta_x F_0 \sin \varphi + \left(\int_F \rho V_n V_1 dF - \bar{\rho}_0 \bar{V}_0 V_1 F_0 \right) \sin \varphi.$$

Избыточное количество движения в направлении L

$$I_{\text{изб}L} = I_0 \cos \varphi + \bar{\rho}_0 \bar{V}_0 \vartheta_x F_0 \sin \varphi + \left(\int_F \rho V_n V_1 dF - \bar{\rho}_0 \bar{V}_0 V_1 F_0 \right) \sin \varphi - \int_F \rho V_n V_1 dF \sin \varphi$$

или

$$I_{\text{изб}L} = I_0 \cos \varphi + \bar{\rho}_0 \bar{V}_0 (\vartheta_x - V_1) \sin \varphi.$$

Вторым членом выражения можно пренебречь, поскольку при движении, близком к вертикальному, $\sin \varphi \approx 0$, а на удалении $(\vartheta_x - V_1) \approx 0$.

Окончательно получим

$$I_{избL} = I_0 \cos \varphi.$$

Выражаем избыточный импульс через текущие значения скоростей:

$$\int_F \rho V_n (V_n - V_1 \sin \varphi) dF = I_0 \cos \varphi.$$

Обозначая избыточную скорость $(V_n - V_1 \sin \varphi)$ через V^* , перепишем это выражение:

$$\int_F V^* (V^* + V_1 \sin \varphi) dF = I_0 \cos \varphi. \quad (2)$$

Поскольку в данной работе не ставится целью нахождение формы оси струи (ее можно рассчитать на основе существующих схем решения), то угол φ считается заданным.

Определение V^* из (2) значительно упрощается, если принять допущение о подобии полей избыточной скорости. По мнению некоторых исследователей, на затухание струи оказывает существенное влияние парный вихрь, образующийся вследствие обтекания струи потоком. Наличие такого вихря обуславливает непрерывно изменяющийся характер движения. Такой характер течения препятствует установлению автомодельного режима.

Исследования, однако, показали, что преобладающее влияние вихря на развитие струи начинает сказываться на значительном удалении от устья, при приближении ко второму участку. С другой стороны, отмечалось, что на активном участке струя сохраняет подобие геометрической формы своего сечения. Это позволяет предположить наличие на первом участке приближенного подобия и осредненных значений скоростей.

Для проверки этой гипотезы необходимо убедиться, что скорость в произвольной точке сечения, перпендикулярного оси струи, может быть выражена как функция только масштаба длины и скорости, характерных для данного сечения. В работе [3] была показана частичная возможность такого представления для $\Delta V = V - V_1$.

Будем рассматривать каждое сечение, перпендикулярное оси струи, в криволинейной системе координат, связанной с формой сечения (рис. 1б). Координата η определяется как геометрическое место точек с максимальной скоростью вдоль линий постоянного y . Координата ξ перпендикулярна η .

На рис. 2а, б приведены профили скоростных полей в виде зависимостей

$$V_{\eta}^*/V_m^* = f(\eta/\eta_{0,5}),$$

$$V^*/V_{\eta}^* = \varphi(\xi/\xi_{0,5}),$$

где V_m^* — максимальное значение скорости в сечении; V_{η}^* — значение скорости в произвольной точке на оси η , в том же сечении; V^* — значение скорости в произвольной точке сечения; $\eta_{0,5}$ и $\xi_{0,5}$ — координаты точек, где соответственно $V_{\eta} = 0,5V_m^*$ и $V^* = 0,5V_{\eta}^*$.

Из рис. 2а, б видно, что, несмотря на разброс точек, функции распределения могут быть приближенно описаны едиными зависимостями

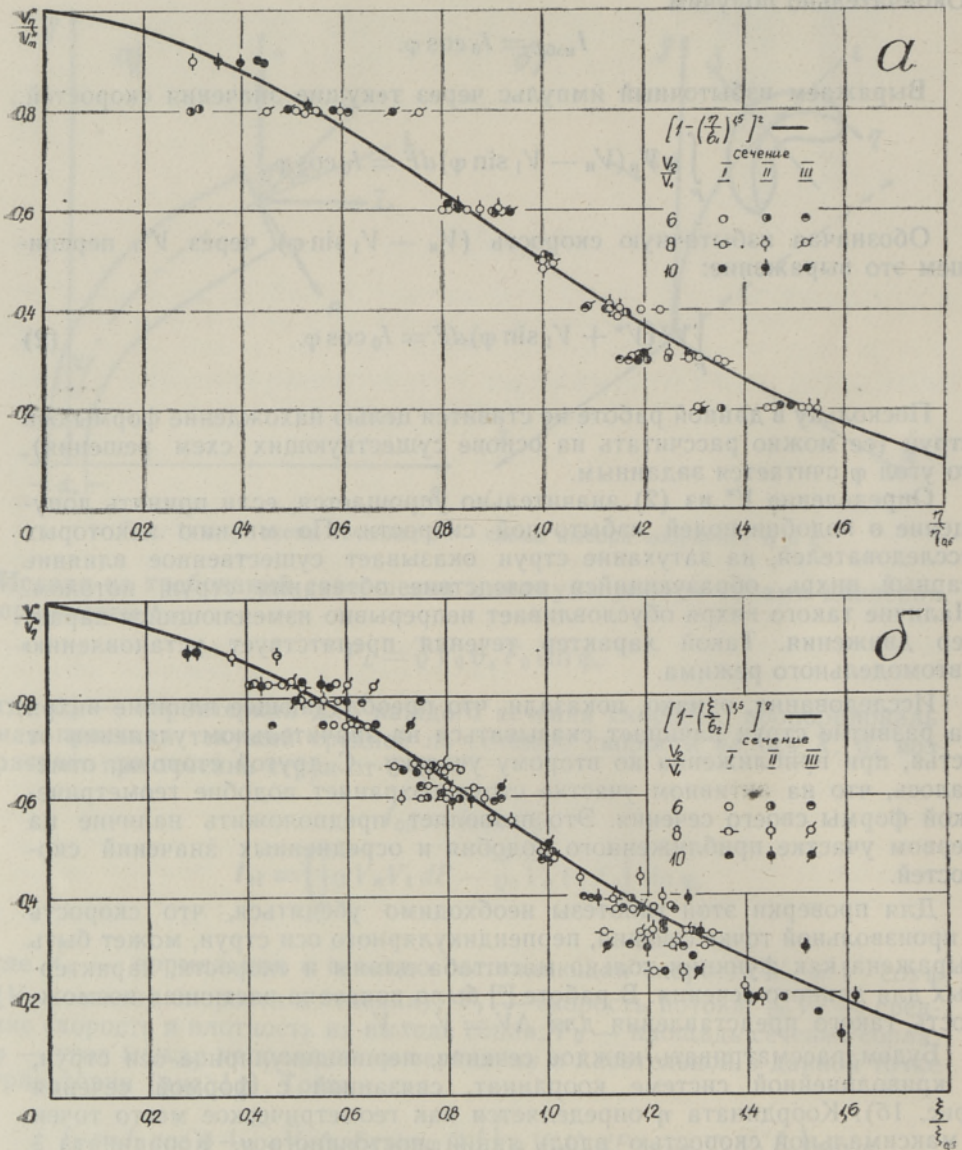


Рис. 2. а — профиль скоростей вдоль координаты η ; б — профиль скоростей вдоль координаты ξ .

$$\bar{v}(\eta/\eta_{0,5}) = [1 - (\eta/b_1)^{1,5}]^2 \quad (3)$$

$$\varphi(\xi/\xi_{0,5}) = [1 - (\xi/b_2)^{1,5}]^2, \quad (4)$$

где b_1 и b_2 — полутолщины струи в направлении η и ξ соответственно.

При этом

$$\eta_{0,5} = 0,44b_1,$$

$$\xi_{0,5} = 0,44b_2.$$

Тогда скорость в произвольной точке сечения может быть определена как

$$V^*/V_m^* = f(\eta/\eta_{0.5})\varphi(\xi/\xi_{0.5}) = [1 - (\eta/b_1)^{1.5}]^2 [1 - (\xi/b_2)^{1.5}]^2. \quad (5)$$

Сравнение величин b_1 и b_2 в сечениях показало, что их отношение сохраняется приближенно постоянным:

$$b_1/b_2 \simeq 4,5.$$

Получено выражение скорости в произвольной точке сечения через максимальную скорость в данном сечении и характерный линейный размер (b_1 и b_2).

Перепишем выражение (2), используя (5):

$$4 \int_0^{b_1} \int_0^{b_2} \rho V_m^{*2} [1 - (\eta/b_1)^{1.5}]^4 [1 - (\xi/b_2)^{1.5}]^4 d\eta d\xi + 4V_1 \sin \varphi \int_0^b \int_0^b \rho V_m^* [1 - (\eta/b_1)^{1.5}]^2 [1 - (\xi/b_2)^{1.5}]^2 d\eta d\xi = \cos \varphi \int_0^{F_0} \rho_0 V_0^2 dF_0.$$

Перепишем уравнение в относительных величинах:

$$4b_1 b_2 (V_m^*/V_2)^2 \int_0^1 \int_0^1 \rho/\rho_2 [1 - (\eta/b_1)^{1.5}]^4 [1 - (\xi/b_2)^{1.5}]^4 d\eta/b_1 d\xi/b_2 + 4b_1 \cdot b_2 V_m^*/V_2 \cdot V_1/V_2 \cdot \sin \varphi \int_0^1 \int_0^1 \rho/\rho_2 [1 - (\eta/b_1)^{1.5}]^2 [1 - (\xi/b_2)^{1.5}]^2 d\eta/b_1 \cdot d\xi/b_2 = \frac{\pi d^2}{4} \cdot \cos \varphi \int_0^1 \rho_0 V_0^2 / \rho_2 V_2 \cdot dF_0/F_0.$$

Здесь ρ_2, V_2 — максимальные значения плотности и скорости в устье, d — диаметр сопла. Полагаем, что в текущем сечении плотность $\rho \approx \rho_1$, где ρ_1 — плотность потока, и обозначим

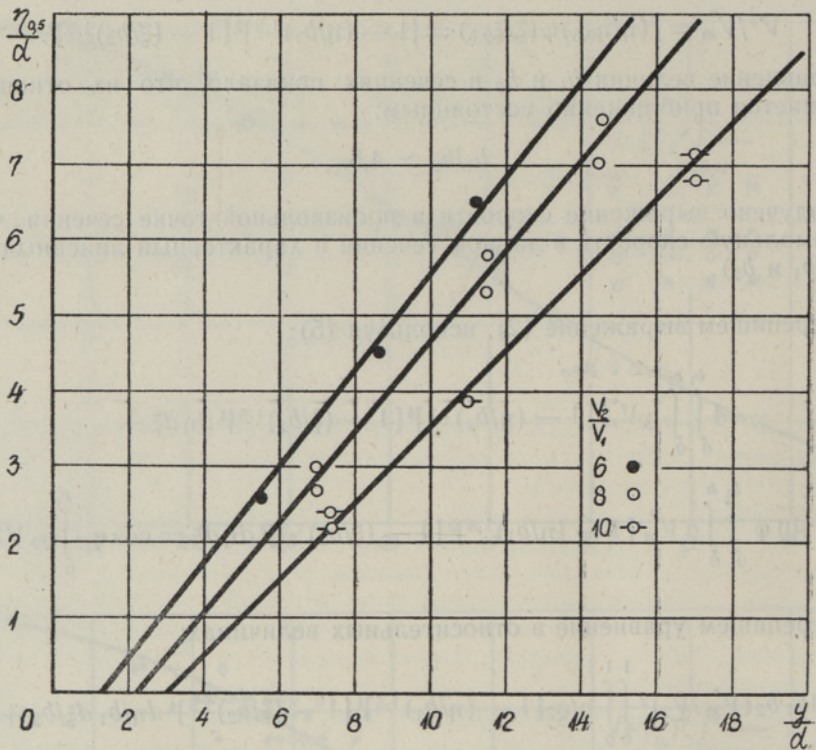
$$n_{2V} = \int_0^1 \rho_0 V_0^2 / \rho_2 V_2 \cdot dF_0/F_0, \quad \bar{V}_m^* = V_m^*/V_2, \quad m = V_2/V_1.$$

Тогда, подставляя значения интегралов и используя принятые обозначения, получаем уравнение

$$\bar{V}_m^{*2} + 2 \sin \varphi \bar{V}_m^*/m - \frac{1,96 n_{2V} d^2 \cdot \cos \varphi}{b_1 \cdot b_2 \rho_1 / \rho_2} = 0. \quad (6)$$

Для решения уравнения (6) необходимо знать закон изменения $b_1 \cdot b_2$. На рис. 3 показано изменение $\eta_{0.5}/d$ в зависимости от y/d для трех отношений скоростей. Из графика видно, что изменение $\eta_{0.5}/d$ может быть представлено в виде $\eta_{0.5}/d = B \cdot \tilde{y}/d$, где $\tilde{y} = (y - y_0)$; y_0 — координата полюса; B — константа.

Поскольку $b_2 \sim b_1 \sim \eta_{0.5}$, общий вид зависимости для $b_1 \cdot b_2$ может быть записан в виде

Рис. 3. Зависимость полуширины струи по η от координаты y .

$$b_1 \cdot b_2/d^2 = (\bar{c}y/d)^2. \quad (7a)$$

Обозначив далее

$$\bar{d} = d\sqrt{Q_2/Q_1} \quad (7b)$$

и решая уравнение (6), получим

$$\bar{V}_m^* = -\sin \varphi/m + \sqrt{\sin^2 \varphi/m + \frac{1,96n_2v \cos \varphi}{(cy/\bar{d})^2}}. \quad (8)$$

Если воспользоваться полученным в работе [6] уравнением траектории

$$\bar{y} = K\sqrt[3]{q_{21} \bar{x}},$$

то можно показать, что $\sin \varphi$ и $\cos \varphi$ могут быть выражены как функции параметров m и $\sqrt{Q_2/Q_1}$.

Тогда из зависимости (8) следует, что перемешивание струи определяют два параметра: m и $\sqrt{Q_2/Q_1}$.

Для расчета затухания температуры струи воспользуемся уравнением сохранения избыточного теплосодержания

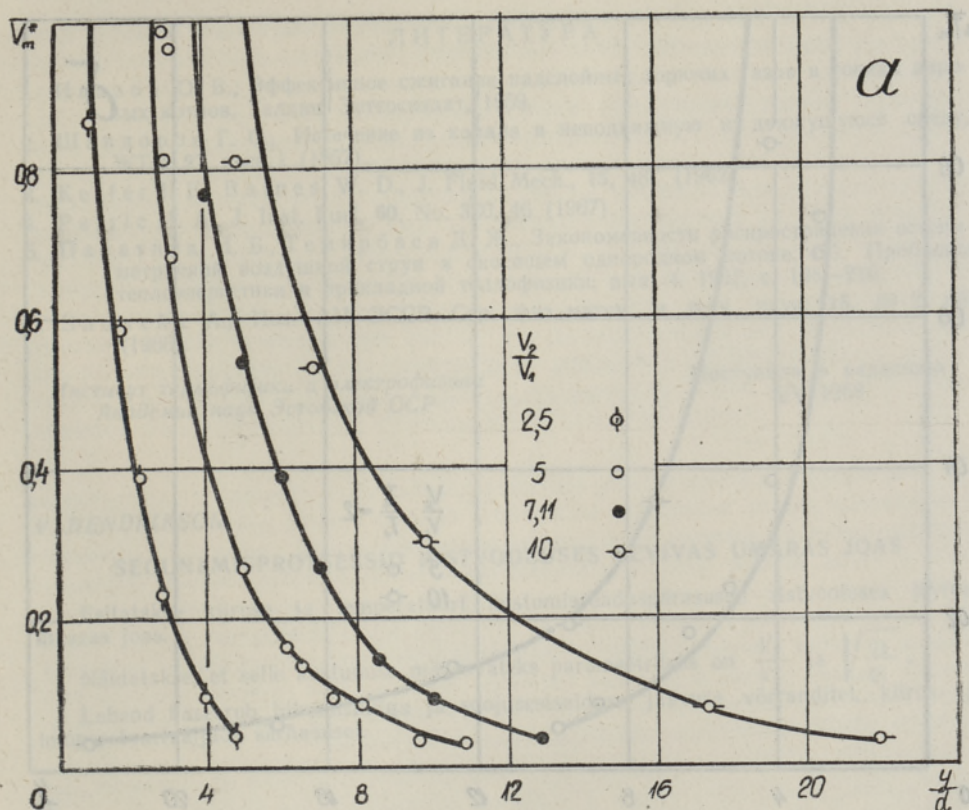


Рис. 4а. Сравнение расчета затухания избыточной осевой скорости с экспериментом.

$$\int_F \rho(T - T_{V_1}) V_n c_p dF = \int_{F_0} \rho_0(T_0 - T_{V_1}) V_0 c_{p_0} dF_0, \quad (9)$$

где T_0 , T_{V_1} , и T — соответственно абсолютные значения температуры в устье, потоке и текущем сечении; c_p и c_{p_0} — теплоемкости в текущем сечении и устье.

Примем распределение избыточных температур по сечению в виде:

$$\Delta T / \Delta T_m = \sqrt{V^* / V_m^*} = [1 - (\eta/b_1)^{1.5}] [1 - (\xi/b_2)^{1.5}]. \quad (10)$$

Перепишем (9) с учетом (10) и, полагая $\rho \approx \rho_1$, получим

$$\Delta \bar{T}_m \bar{V}_m b_1 b_2 \int_0^1 \int_0^1 [1 - (\eta/b_1)^{1.5}]^3 [1 - (\xi/b_2)^{1.5}]^3 d\eta/b_1 \cdot d\xi/b_2 +$$

$$+ \sin \phi \Delta T_m b_1 b_2 / m \int_0^1 \int_0^1 [1 - (\eta/b_1)^{1.5}] [1 - (\xi/b_2)^{1.5}] d\eta/b_1 \cdot d\xi/b_2 = \frac{\pi d^2 n \tau}{16 \cdot \rho_1 / \rho_2}.$$

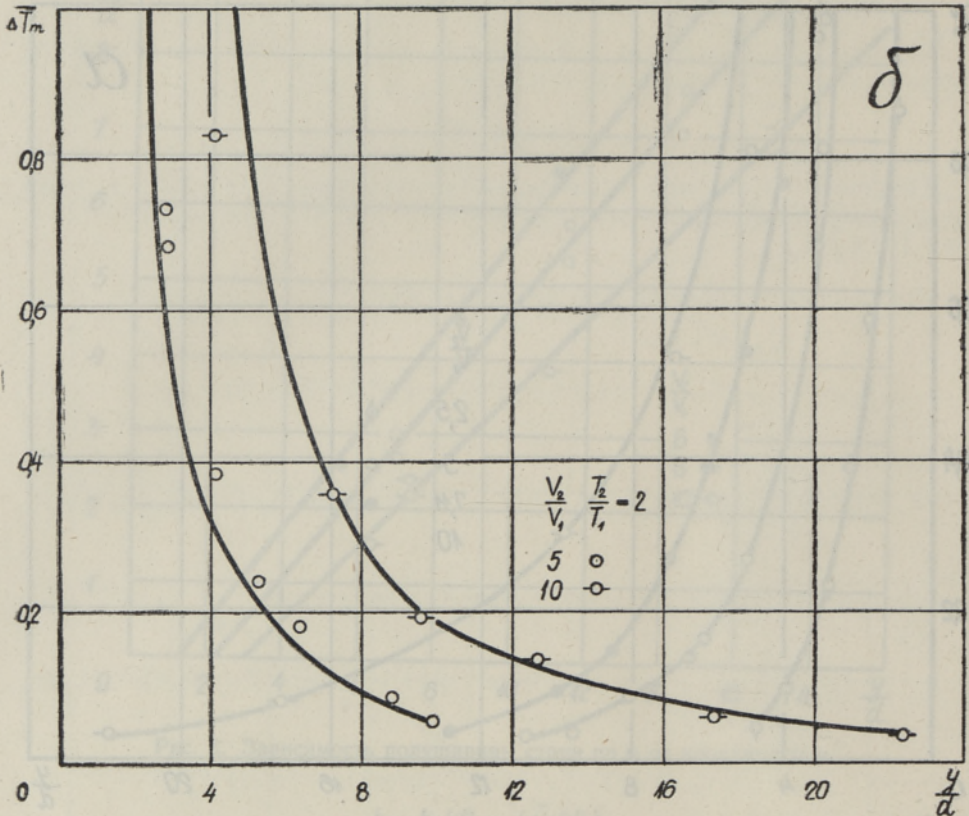


Рис. 46. Сравнение расчета затухания избыточной температуры на оси струи с экспериментом.

Здесь

$$n_T = \int_0^1 Q_0/Q_2 \cdot \Delta T_0/\Delta T_{0m} \cdot V_0/V_2 \cdot c_{P_0}/c_{P_{0m}} \cdot dF_0/F_0, \quad \Delta \bar{T}_m = \Delta T_m/\Delta T_{0m},$$

где ΔT_{0m} и $c_{P_{0m}}$ — максимальные значения избыточной температуры и теплоемкости в устье.

Подставляя значения интегралов и используя (7а) и (7б), после некоторых упрощений получим

$$\Delta \bar{T}_m (1,36 \bar{V}_m^* + 3,6 \sin \varphi/m) = \frac{1,96 n_T}{(cy/d)^2} \quad (11)$$

или

$$\Delta \bar{T}_m = \frac{1,96 n_T}{(1,36 \bar{V}_m^* + 3,6 \sin \varphi/m) \cdot (cy/d)^2}$$

На рис. 4а и 4б приведено сравнение полученных зависимостей (8) и (11) с экспериментальными данными работы [1] по затуханию осевых скоростей и температур. Сплошными линиями даны расчетные кривые.

ЛИТЕРАТУРА

1. Иванов Ю. В., Эффективное сжигание надслойных горючих газов в топках паровых котлов, Таллин, Эстгосиздат, 1959.
2. Шандоров Г. С., Истечение из канала в неподвижную и движущуюся среду, ЖТФ, 27, вып. 1 (1957).
3. Keffer I. F., Baines W. D., J. Fluid Mech., 15, 481 (1962).
4. Patric M. A., J. Inst. Fuel, 60, No. 320, 46 (1967).
5. Палатник И. Б., Темирбаев Д. Ж., Закономерности распространения осесимметричной воздушной струи в сносящем однородном потоке, Сб. Проблемы теплоэнергетики и прикладной теплофизики, вып. 4, 1967, с. 198—216.
6. Эпштейн А., Изв. АН ЭССР, Сер. физ.-матем. и техн. наук, 15, № 2, 196 (1966).

Институт термофизики и электрофизики
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию
5/V 1968

V. HENDRIKSON

SEGUNEMISPROTSESSID RISTVOOLUSES LEVIVAS ÜMARAS JOAS

Esitatakse kiiruse ja temperatuuri kustumisseaduspärasused ristvooluses levivas ümaras joas.

Näidatakse, et selle kustumise määravateks parameetriteks on $\frac{V_2}{V_1}$ ja $\sqrt{\frac{Q_2}{Q_1}}$.

Lahend baseerub liikumishulga ja soojusesisalduse jäävuse võrranditel, kiirus- ja temperatuuriväljade sarnasusel.

V. HENDRIKSON

MIXING PROCESSES IN AN AXISYMMETRICAL JET IN CROSS-WIND

The laws of the decay of the excess velocity and temperature in an axisymmetrical jet in cross-wind have been derived.

The decay is shown to be dependent on two parameters, $\frac{V_2}{V_1}$ and $\sqrt{\frac{Q_2}{Q_1}}$. The results were obtained by solving the equations of momentum and heat conservation for the jet with the assumption of similarity for excess velocity and temperature.