Изв. АН Эстонии. Физ. Матем., 1992, 41, 3, 211—214
https://doi.org/10.3176/phys.math.1992.3.05

УДК 530.145; 535.14

*Владимир ХИЖНЯКОВ**

# КВАНТОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ СРЕДЫ С ИЗМЕНЯЮЩИМСЯ ВО ВРЕМЕНИ ПОКАЗАТЕЛЕМ ПРЕЛОМЛЕНИЯ

В данном сообщении рассматривается квантовое излучение среды, показатель преломления $n$ которой претерпевает быстрое изменение во времени. Это излучение является нестационарной разновидностью эффекта Казимира [1] (см. также [2–6]), возникающего в ограниченных областях пространства и в пространствах с нетривиальной топологией вследствие искажения спектра нулевых колебаний квантовых полей. В простейшем варианте этот эффект проявляется в виде силы притяжения между близко расположенными пластинками; происхождение силы связано с зависимостью нулевой энергии мод поля от объема квантования. В нестационарном случае, когда, например, нулевое состояние электромагнитного поля изменяется со временем $t$ вследствие зависимости $n$ от $t$, часть нулевой энергии выделяется в виде реальных фотонов. Возникающее излучение по своей природе аналогично космологическому рождению частиц в расширяющейся (сжимающейся) вселенной [3, 7] (см. ниже).

Возможность рождения фотонов в среде с изменяющимся во времени показателем преломления отмечалась в ряде работ [2, 8]. В [8] показано, что указанное излучение может возникать в полупроводниках при их возбуждении коротким электронным или световым пучком; в этом случае изменение показателя преломления обусловлено импульсно создаваемой фотопроводимостью (реальной либо виртуальной). Автор [8] проводит параллель между рассматриваемым излучением и тепловым излучением, регистрируемым фотодетектором, движущимся в вакууме с ускорением (излучением Унру—Дэвиса—Фуллинга—де Витта), а также аналогичным излучением черных дыр (излучением Хокинга). Приведенные в [8] оценки свидетельствуют о возможности экспериментального обнаружения такого излучения. Это, безусловно, стимулирует дальнейшее изучение данного явления.

Ниже указанное излучение анализируется в рамках точно решаемой модели, аналогичной космологической модели Бернарда и Дункана [7]. В качестве причины зависимости $n$ от $t$ рассматривается нелинейная поляризуемость среды, возбуждаемой лазерным импульсом. Показано, что названное излучение не является тепловым и, следовательно, отличается от излучений Унру и Хокинга. Причина этого различия — отсутствие в рассмотренной модели горизонта событий, характерного для эффектов Унру и Хокинга.

---

* Eesti Teaduste Akadeemia Füüsika Instituut (Институт физики Академии наук Эстонии). EE2400 Tartu, Riia 142. Estonia.

Возьмем тонкую диэлектрическую пластинку, равномерно возбуждаемую извне световым импульсом с коротким передним или задним фронтом (как известно [9], именно такие, почти прямоугольные импульсы с фемтосекундными фронтами формируются в световодах из пикосекундных импульсов вследствие самомодуляции). Электромагнитные моды, распространяющиеся в направлении $x$ вдоль такой пластинки, удовлетворяют уравнению

$$\left(-\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{1}{c_1^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)E(t,x)=-\frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}P^{(n_l)}(t,x), \quad (1)$$

где $E(t, x)$ — напряженность поля, $c_0$ и $c_1=c_0/n_1$ — скорость света в вакууме и в среде соответственно, $n_1$ — линейный показатель преломления, $P^{(nl)}(t, x)=n_1{}^2\eta(t)\,E(t,x)$ — нелинейная поляризация, $\eta(t)$ — восприимчивость, наведенная световым импульсом. В случае не слишком большой интенсивности $I(t)$ импульса $\eta(t)\sim\chi^{(3)}I(t)$, где $\chi^{(3)}$-восприимчивость третьего порядка.

Решение уравнения (1) имеет вид плоских волн

$$E(t,x)=\sum_k e^{ikx}E_k(t)+cc, \quad (2)$$

где коэффициенты $E_k(t)$ удовлетворяют уравнению

$$\left[\left(1+\eta(t)\right)\frac{\partial^2}{\partial t^2}+2\eta'(t)\frac{\partial}{\partial t}+\eta''(t)+c_1^2k^2\right]E_k(t)=0. \quad (3)$$

Квантование электромагнитного поля в рассматриваемой пластинке может быть осуществлено таким же образом, как и квантование поля в пространстве с нетривиальной топологией [3]. Амплитудам поля $E(t,x)$ сопоставляются линейные операторы

$$\hat{E}(t,x)=\sum_k\left(a_kE_k(t)^{ikx}+a_k^+E_k^*(t)e^{-ikx}\right). \quad (4)$$

Здесь амплитуды $E_k(t)$ удовлетворяют уравнению (5), $a_k$ и $a_k^+$-линейные операторы со следующими коммутационными соотношениями:

$$[a_k, a_{k'}]=[a_k^+, a_{k'}^+]=0, \quad [a_k, a_{k'}^+]=\delta_{kk'}.$$

Амплитуды поля выбираются таким образом, чтобы в пределе $t\to-\infty$ функции $E_k(t)$ были положительно частотными: $E_k(t)\sim e^{-i\omega_k t}$, $t\to-\infty$, $\omega_k=c_1k>0$. В указанном пределе $a_{k'}$, очевидно, имеют смысл операторов уничтожения, а $a_k^+$ — операторов рождения фотона, а не имеющее фотонов нулевое состояние (in-vacuum) удовлетворяет условию

$$a_k|in, 0\rangle=0, \quad t\to-\infty. \quad (5)$$

Выбранные таким образом функции $E_k(t)$ при других $t$, вообще говоря, не остаются целиком положительно частотными, а операторы $a_k$ не остаются чистыми операторами уничтожения. Поэтому состояние $|in, 0\rangle$ при $t\neq\infty$ может содержать фотоны. Эти фотоны будут выходить из пластинки и могут регистрироваться. Спектр регистрируемых фотонов будет зависеть от времени (определение зависящего от времени спектра фотонов с учетом процедуры измерения см. в [10]. В данной работе эта зависимость исследоваться не будет. Здесь мы рассмотрим более простую задачу о спектре возникающих в пластинке фотонов при больших временах ($t\to\infty$), когда начальное и конечное значения показателя преломления различаются.

Выберем для определенности фигурирующую в уравнении (3) функцию $\eta(t)$ в виде

$$\eta(t)=\eta/(1+(1+\eta)e^{-2\Omega t}), \tag{6}$$

где $\eta$ определяет относительную амплитуду, а $\Omega$ — скорость изменения показателя преломления. Нас интересуют решения уравнения (3) для больших $|t|$. В этом случае слагаемые $\sim\eta'(t)$ и $\eta''(t)$ малы и уравнение (3) принимает вид волнового уравнения с зависящим от времени показателем преломления $n(t)$:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}+k^2c_0^2n^{-2}(t)\right)E_k(t)=0. \tag{7}$$

Здесь

$$n(t)=\sqrt{2}\,n_1n_2\left(n_1^2+n_2^2+(n_1^2-n_2^2)\,th(\Omega t)\right)^{-1/2} \tag{8}$$

$n_1$ и $n_2=n_1(1+\eta)^{1/2}$ — начальное ($t\to-\infty$) и конечное ($t\to\infty$) значения $n$. Положительно частотное при $t\to-\infty$ решение этого уравнения имеет вид [3, 7]

$$E_k^{in}(t)=(4\pi\omega_{1k})^{-1/2}\exp\left[-i\omega_k^{(+)}t-(i\omega_k^{(-)}/\Omega)\ln(2ch(\Omega t))\right]\times$$

$$\times{}_2F_1\left(1+i(\omega_k^{(-)}/\Omega),\ i\omega_k^{(-)}/\Omega,\ 1-(i\omega_{1k}/\Omega);\ \frac{1}{2}(1+th(\Omega t))\right) \tag{9}$$

(${}_2F_1$ — гипергеометрическая функция), причем $E_k{}^{in}(t)\to(4\pi\omega_{1k})^{1/2}\times\times\exp(-i\omega_{1k}t)$ при $t\to-\infty$. Здесь и в дальнейшем $\omega_{1,2k}=c_0k/n_{1,2}$, $\omega_k{}^{(\pm)}=(\omega_{1k}\pm\omega_{2k})/2$. При $t\to\infty$ решение (9) содержит, кроме положительно частотной, и отрицательно частотную компоненту [3, 7]:

$$E_k^{in}(t)\to(4\pi\omega_{2k})^{-1/2}\left[\alpha_k^{(+)}e^{-i\omega_{2k}t}+\alpha_k^{(-)}e^{i\omega_{2k}t}\right], \tag{10}$$

где

$$\alpha_k^{(\pm)}=sh(\pi\omega_k^{(\pm)}/\Omega)/(sh(\pi\omega_{1k}/\Omega)\,sh(\pi\omega_{2k}/\Omega))^{1/2}. \tag{11}$$

Поэтому оператор $a_k$, являющийся оператором уничтожения фотонов при $t\to-\infty$, не является таковым при $t\to\infty$; он выражается линейной комбинацией как оператора рождения ($b_k$), так и оператора уничтожения ($b^+_{-k}$) при $t\to\infty$:

$$a_k=\alpha_k^{(+)}b_k+\alpha_k^{(-)}b^+_{-k}. \tag{12}$$

Так как $b_k|0,in\rangle\neq0$, то при $t\to\infty$ имеются фотоны. Их число определяется по формуле

$$n(\omega_{2k})=\langle0,in|\,b_k^+b_k\,|0,in\rangle=|\alpha_k^{(-)}|^2. \tag{13}$$

Спектральная плотность энергии возникших фотонов равна

$$W(\omega)\,d\omega=\frac{\hbar\omega^2\,d\omega}{\pi c_2^2}sh^2\left(\frac{\pi\eta\omega}{2\Omega}\right)\Big/\,sh\left(\frac{\pi\omega}{\Omega}\right)sh\left(\frac{\pi\omega n_1}{\Omega n_2}\right) \tag{14}$$

($\omega\equiv\omega_{2k}$, $c_2=c_0/n_2$). В наиболее актуальном случае малого изменения показателя преломления ($\eta=(n_2-n_1)/n_1\ll1$)

$$W(\omega)\,d\omega\simeq(\hbar\pi\eta^2/2\Omega^2c^2)\,\omega^4(ch(2\pi\omega/\Omega)-1)^{-1}\,d\omega.$$

Эти распределения отличаются от теплового (Планка, Хокинга, Унру)

$$W_T(\omega)\,d\omega=(\hbar/\pi^2c_2^2)\,\omega^2(e^{\hbar\omega/kT}-1)^{-1}\,d\omega$$

(в двухмерном случае). Кроме того, данное состояние поля является чистым, в то время как тепловое состояние — смешанным. Причина последнего, как известно [3,4], наличие в эффектах Хокинга и Унру горизонта событий. Поэтому в отмеченных эффектах поле в наблюдаемой части пространства является подсистемой всей системы, соответствующей полю в полном пространстве-времени. Подсистема же описывается смешанным состоянием. В настоящей задаче горизонта событий нет, вследствие чего нет и потери информации об областях за горизонтом; тем самым нет причины возникновения смешанного состояния.

В заключение отметим, что рассмотренное здесь квантовое излучение имеет тесную аналогию с космологическим рождением частиц в моделях расширяющегося (сжимающегося) пространства-времени без горизонта событий [3–6]. Несмотря на отмеченные выше различия оно также близко по своей природе к излучениям Унру и Хокинга. В частности, интенсивность этого излучения можно также оценить с помощью эффективной температуры, которая равна $T_{ef}=\hbar\Omega/4\pi k$. Так, если причиной изменения показателя преломления является световой импульс с фемтосекундным фронтом, то $T_{ef}\sim 1000$ K. В этом случае максимум излучения приходится на инфракрасную область.

## ЛИТЕРАТУРА


1. *Casimir, H. B. G.* Proc. Kon. Nederl. Akad. Wet, 1948, **51**, 793—796.
2. *Гинзбург В. Л., Фролов В. П.* УФН, 1987, **153**, 633—674.
3. *Бирелл Н., Девис П.* Квантовые поля в искривленном пространстве-времени. Москва, Мир, 1984.
4. *Мостепаненко В. М., Трунов Н. Н.* УФН, 1988, **156**, 385—426; Эффект Казимира и его приложения. Москва, Энергоиздат, 1990.
5. *Plunien, G., Müller, B., Greiner, W.* Phys. Rep., 1986, **134**, 87—103.
6. *Гриб А. А., Мамаев С. Г., Мостепаненко В. М.* Вакуумные квантовые эффекты в сильных полях, Москва, Энергоиздат, 1988.
7. *Bernard, C., Duncan, A.* Ann. Phys. (USA), 1978, **107**, 201—212.
8. *Yablonovich, E.* Phys. Rev. Lett., 1989, **62**, 1742—1745; *Yablonovich, E.* In: Laser Optics of Condensed Matter (eds. E. Garmire, A. A. Maradudin, K. K. Rebane). New York, Plenum Press, 1991, 2, 325—338.
9. *Grischkowsky, D., Balant, A. C.* Appl. Phys. Lett., 1982, **41**, 1—3.
10. *Хижняков В. В., Ребане И. К.* ЖЭТФ, 1978, 885—896.



Поступила в редакцию
13/II 1992



*Vladimir HIZNJAKOV*


**AJAS MUUTUVA MURDUMISNÄITAJAGA KESKKONNA KVANTKIIRGUS**


On uuritud uut kvantoptilist nähtust — footonite teket keskkonnas, mille murdumisnäitaja sõltub ajast. Nähtus on tingitud kvantvälja nullseisundi aegsõltuvusest ja on Casimiri efekti mittestatsionaarne analoog. On saadud selle ülesande mudeltäpne lahend ning arutatud nähtuse analoogiat Hawkingi ja Unruh' kiirgusega ning osakeste kosmoloogilise tekkega.



*Vladimir HIZHNYAKOV*


**QUANTUM EMISSION OF THE MEDIUM WITH TIME-DEPENDENT REFRACTIVE INDEX**


A new quantum effect — creation of photons in the medium with time-dependent refractive index is considered. This effect is caused by time-dependence of the zeroth quantum state of the field and it is a nonstationary analog of the Casimir effect. A model-exact solution of the problem is obtained. The analogy of the effect with the Hawking and the Unruh radiation as well as the cosmological creation of particles is discussed.