Изв. АН Эстонии. Физ. Матем., 1992, 41, 3, 199—266
https://doi.org/10.3176/phys.math.1992.3.03

УДК 519.718

*Андрей ТИМОШКИН**

О НЕКОТОРЫХ КЛАССАХ СТРУКТУРНЫХ АВТОМАТОВ, ТЕСТИРУЕМЫХ ДВУМЯ ВХОДНЫМИ НАБОРАМИ

(Представил Ю. Энгельбрехт)

1. Введение

Задача разработки последовательных схем, в которых обнаружение неисправностей производится тестом минимального объема, является одной из наиболее сложных и малоисследованных задач тестопригодного проектирования [1, 2]. В работах [3–5] затрагивается проблема проверяемости константных неисправностей входных и выходных переменных конечных автоматов двумя тест-векторами. Основное внимание при этом уделяется определенному способу преобразования произвольного автомата в автомат с длиной теста, обнаруживающего константные неисправности входных и выходных полюсов, равной двум входным векторам. Однако проблема исследования условий тестируемости различных классов структурных автоматов двумя тест-векторами не находит должного отражения в литературе.

Целью настоящей работы является исследование условий тестируемости двумя входными векторами определенных классов структурных автоматов.

Обобщение этих условий в дальнейшем позволит сформулировать необходимые условия тестируемости структурных автоматов двумя входными наборами.

2. Основные определения

Пусть, как и в [6], имеется автомат $Q=(\{0,1\}^n, \{0,1\}^m, \{0,1\}, \varphi, \psi)$ с функциями переходов φ и выхода ψ такими,что для произвольного входного набора $(\beta_1, \ldots, \beta_n)$, $\beta_i \in \{0, 1\}$ и набора внутреннего состояния $(\alpha_1, \ldots, \alpha_m)$, $\alpha_i \in \{0,1\}$ определены набор внутреннего состояния $(\alpha'_1, \ldots, \alpha'_m)$, в которое перейдет Q из $(\alpha_1, \ldots, \alpha_m)$ под действием входного набора $(\beta_1, \ldots, \beta_n)$, и выходное значение $\gamma \in \{0,1\}$:

$$\varphi((\alpha_1, \ldots, \alpha_m), (\beta_1, \ldots, \beta_n)) = (\alpha'_1, \ldots, \alpha'_m);$$

$$\psi((\alpha_1, \ldots, \alpha_m), (\beta_1, \ldots, \beta_n)) = \gamma.$$

* Днепропетровское СКБ автоматизированного проектирования. Адрес автора: Днепропетровск, Левобережный 3, ул. Щербины 25—19.

Отображение φ можно представить как систему из m функций $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_m$ так, что $\varphi_i(\alpha_1, \ldots, \alpha_m, \beta_1, \ldots, \beta_n) = \alpha'_i$ для $i = \overline{1,m}$. При этом поведение автомата Q описывается системой уравнений:

$$\begin{aligned} q_1 &= \varphi_1(q_1, \ldots, q_m, x_1, \ldots, x_n) \\ &\vdots \\ q_m &= \varphi_m(q_1, \ldots, q_m, x_1, \ldots, x_n), \\ z &= \psi\,(q_1, \ldots, q_m, x_1, \ldots, x_n), \end{aligned} \tag{1}$$

где z — выходная переменная, $x_1, \ldots, x_n$ — входные, $q_1, \ldots, q_m$ — внутренние переменные.

Определение 1. *Автомат Q назовем тестируемым двумя входными наборами $b_1 = (\beta_1^1, \ldots, \beta_n^1)$ и $b_2 = (\beta_1^2, \ldots, \beta_n^2)$ относительно одиночных константных неисправностей, если константная неисправность $\delta \in \{\equiv 0, \equiv 1\}$ произвольной линии автомата Q, соответствующей входной, внутренней или выходной переменной системы* (1), *обнаруживается одним из наборов множества $\{b_1, b_2\}$.*

Определение 2. *Автомат Q назовем полностью тестируемым двумя входными наборами $b_1 = (\beta_1^1, \ldots, \beta^1_n)$ и $b_2 = (\beta_1^2, \ldots, \beta_n^2)$ относительно одиночных константных неисправностей, если константная неисправность $\delta \in \{\equiv 0, \equiv 1\}$ произвольной линии автомата Q, соответствующей входной, внутренней или выходной переменной системы* (1), *либо инверсии одной из этих переменных, обнаруживается одним из наборов множества $\{b_1, b_2\}$.*

Очевидно, что отображение ψ разбивает решетку $B^{m+n} = B^m \times B^n$, где B^m — решетка двоичных векторов внутренних состояний, B^n — решетка двоичных входных векторов, на два непересекающихся подмножества A^1 и A^0 таких, что $\psi(A^1) = 1$ и $\psi(A^0) = 0$.

Элемент b решетки B будем считать ε-отделимым от $X \subset B$, если открытый шар радиуса ε в метрике Хемминга h [7] с центром в b не содержит элементов X.

Определение 3. *Пару наборов внутренних состояний автомата Q $a_1 = (\alpha_1^1, \ldots, \alpha^1_m)$ и $a_2 = (\alpha_1^2, \ldots, \alpha^2_m)$ назовем парой проверочных состояний автомата Q по отношению к паре входных наборов b_1 и b_2, если:*

$$\begin{array}{lcl} \varphi(a_1, b_1) = a_1; & & \varphi(a_1, b_2) = a_1; \\ \varphi(a_1, b_2) = a_2; & & \varphi(a_1, b_1) = a_2; \\ \varphi(a_2, b_1) = a_1; & \text{или} & \varphi(a_2, b_2) = a_1; \\ \varphi(a_2, b_2) = a_2; & & \varphi(a_2, b_1) = a_2; \\ \{(a_1, b_1),\ (a_2, b_2)\} \not\subset A^k & & \{(a_1, b_2),\ (a_2, b_1)\} \not\subset A^k. \\ k = \overline{0,1} & & k = \overline{0,1} \end{array}$$

3. Исследование условий тестируемости структурных автоматов двумя входными наборами

Пусть $\mathfrak{Y}^S$-множество структурных автоматов, обладающих хотя бы одной парой проверочных состояний. Рассмотрим множество $\mathfrak{Y}^{S1} \subset \mathfrak{Y}^S$ структурных автоматов таких, что для произвольного автомата $Q \in \mathfrak{Y}^{S1}$ выполняются соотношения:

1. $\varphi(a_1, \overline{K}_1^{b_1} \backslash b_1) = a_1, \qquad \varphi(a_1, \overline{K}_1^{b_2} \backslash b_2) = a_1,$

$\varphi(a_1, \overline{K}_1^{b_2} \backslash b_2) = a_2, \qquad \varphi(a_1, \overline{K}_1^{b_1} \backslash b_1) = a_2,$

или

$\varphi(a_2, \overline{K}_1^{b_1} \backslash b_1) = a_1, \qquad \varphi(a_2, \overline{K}_1^{b_2} \backslash b_2) = a_1,$

$\varphi(a_2, \overline{K}_1^{b_2} \backslash b_2) = a_2. \qquad \varphi(a_2, \overline{K}_1^{b_1} \backslash b_1) = a_2,$

где $\{a_1, a_2\}$ — пара проверочных состояний автомата Q, $\overline{K}_1{}^{b1}$ и $\overline{K}_1{}^{b2}$ — замкнутые шары с центрами в b_1 и b_2 радиуса 1 по отношению к метрике Хемминга h.

2. $((a_i, b_j) \in A^k) \Leftrightarrow ((a_i, b_j)$ 2-отделим от $A^k \backslash (a_i, b_j))$, где $i = \overline{1, 2}$; $j = \overline{1, 2}$; $k = \overline{0, 1}$;
при этом $i = j$, либо $i \neq j$.

Справедлива следующая теорема.

Теорема 1. *Автомат Q тестируем двумя входными наборами b_1 и b_2, если выполняются следующие условия:*

$$Q \in \mathfrak{Y}^{S1}, \tag{1.1}$$

$\varphi(a, \overline{K}_1{}^{bi}) \subset \{a'_1, a'_2\}$ — для произвольного состояния a автомата Q, где $i = \overline{1, 2}$ и $\{a'_1, a'_2\}$ — некоторая пара проверочных состояний автомата Q; (1.2)

$$a'_1 \vee a'_2 = I_m \quad \text{и} \quad b_1 \vee b_2 = I_n, \tag{1.3}$$

где I_m и I_n — наибольшие элементы решеток B^m и B^n соответственно.

Доказательство. Пусть выполняются условия (1.1)—(1.3) и пусть на i-той входной линии имеется константная неисправность δ. При подаче произвольного набора b_l из множества $\{b_1, b_2\}$ на входы автомата Q произойдет установка Q в одно из проверочных состояний, так как $\{(\beta^1_1, \ldots, \delta_i, \ldots, \beta^1_n), (\beta^2_1, \ldots, \delta_i, \ldots, \beta^2_n)\} \subset \overline{K}_1^{b_1} \cup \overline{K}_1^{b_2}$.

Установившееся полное [8] состояние $(\alpha^j_1, \ldots, \alpha^j_m, \beta^l_1, \ldots, \delta_i \ldots, \beta^l_n)$ либо совпадает с одним из полных проверочных состояний $((a_1, b_1), (a_2, b_2), (a_1, b_2), (a_2, b_1))$, либо принадлежит сфере радиуса 1 с центром в этом полном проверочном состоянии. В первом случае неисправность δ выявляется при подаче второго набора из множества $\{b_1, b_2\}$, поскольку автомат Q устанавливается при этом в полное состояние, принадлежащее сфере радиуса 1 с центром в другом полном проверочном состоянии, и (a_i, b_j) 2-отделимо от $A^k \backslash (a_i, b_j))$. Во втором случае выявление неисправности δ происходит на наборе b_l. Пусть теперь на произвольной линии, соответствующей внутренней переменной, имеется константная неисправность δ. При подаче произвольного набора b_1 из $\{b_1, b_2\}$ на входы автомата Q произойдет установка Q либо в полное проверочное состояние, либо в одно из состояний сферы радиуса 1 с центром в этом полном проверочном состоянии. В первом случае неисправность δ выявляется при подаче второго набора из $\{b_1, b_2\}$, а во втором — на наборе b_l. Теорема доказана.

Примером автомата из класса $\mathfrak{Y}^{S1}$, тестируемого двумя наборами $b_1=(0, 1, 0, 1)$ и $b_2=(1, 0, 1, 0)$, может служить автомат Q_1, определяемый графом на рис. 1. В данном случае состояние a_1 кодируется логической 1, а состояние a_2 — логическим 0. Этот автомат описывается системой уравнений:

$$q=q(x_2x_4 \vee \bar{x}_1\bar{x}_3 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2x_4 \vee x_2\bar{x}_3\bar{x}_4 \vee \bar{x}_1x_2x_3 \vee x_1\bar{x}_3x_4) \vee$$
$$\vee \bar{q}(x_2\bar{x}_3x_4 \vee \bar{x}_1x_2x_4 \vee \bar{x}_1\bar{x}_3x_4 \vee \bar{x}_1x_2\bar{x}_3),$$
$$z=q(\bar{x}_1x_2\bar{x}_3x_4 \vee x_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4) \vee \bar{q}(x_1x_2 \vee x_3x_4 \vee \bar{x}_2\bar{x}_3 \vee \bar{x}_1\bar{x}_4).$$

На рис. 2 показана функциональная схема этого автомата.

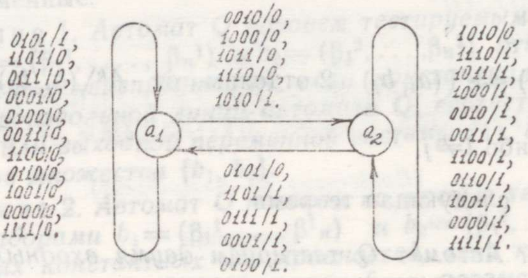

Рис. 1. Автомат Q_1.

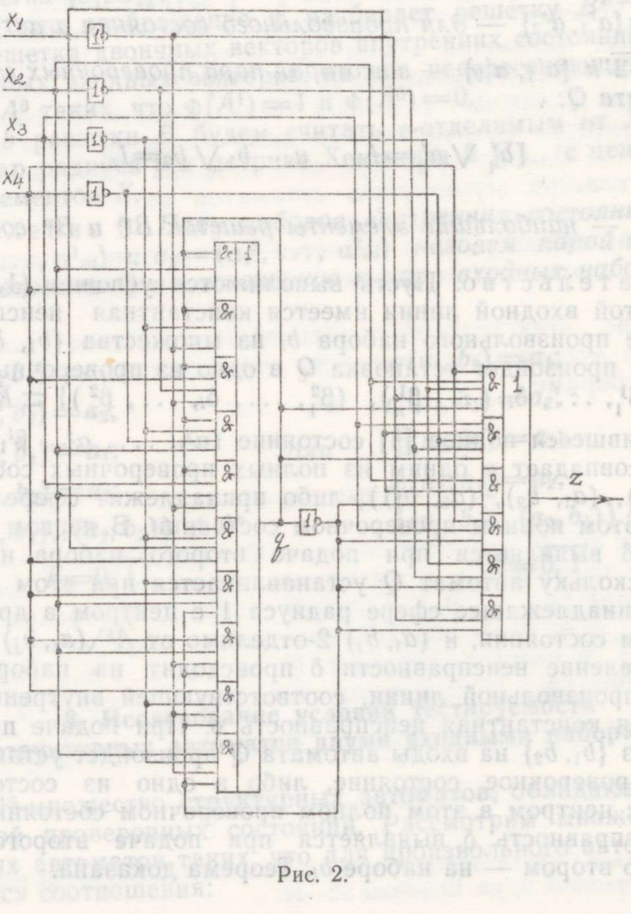

Рис. 2.

Рассмотрим теперь множество $\mathfrak{Y}^{S2} \subset \mathfrak{Y}^S$ структурных автоматов таких, что для произвольного автомата $Q \in \mathfrak{Y}^{S2}$ выполняются соотношения:

1. $\varphi(a_1, \overline{K}_1^{b_1} \backslash b_1) = a_1,$

   $\varphi(a_1, \overline{K}_1^{b_2} \backslash b_2) = a_1,$

   $\varphi(a_2, \overline{K}_1^{b_2} \backslash b_2) = a_2,$

   $\varphi(a_2, \overline{K}_1^{b_1} \backslash b_1) = a_2.$

2. $((a_i, b_j) \in A^k) \Leftrightarrow ((a_i, b_j)$ 2-отделим от $A^k \backslash (a_i, b_j))$, где $i = \overline{1, 2}$; $j = \overline{1, 2}$; $k = \overline{0, 1}$; при этом $i = j$, либо $i \neq j$.

3. $\begin{cases} \psi(a_1, \overline{K}_1^{b_2} \backslash b_2) \neq \psi(a_2, b_2), \\ \psi(a_2, \overline{K}_1^{b_1} \backslash b_1) \neq \psi(a_1, b_1). \end{cases}$ или $\begin{cases} \psi(a_1, \overline{K}_1^{b_1} \backslash b_1) \neq \psi(a_2, b_1), \\ \psi(a_2, \overline{K}_1^{b_2} \backslash b_2) \neq \psi(a_1, b_2). \end{cases}$

Справедлива следующая теорема.

Теорема 2. *Автомат Q тестируем двумя входными наборами b_1 и b_2, если выполняются следующие условия:*

$$Q \in \mathfrak{Y}^{S2} \tag{2.1}$$

$$\varphi(a, \overline{K}_1^{b_i}) \subset \{a'_1, a'_2\}$$

для произвольного состояния a автомата Q, где $i = \overline{1{,}2}$ и $\{a'_1, a'_2\}$ — некоторая пара проверочных состояний автомата Q, (2.2)

$a'_1 \vee a'_2 = I_m$ и $b_1 \vee b_2 = I_n$, где I_m и I_n — наибольшие элементы решеток B^m и B^n соответственно. (2.3)

Доказательство. Пусть на i-той входной линии имеется константная неисправность δ. При подаче произвольного набора b_l из множества $\{b_1, b_2\}$ на входы автомата Q произойдет установка Q в одно из проверочных состояний. Установившееся полное состояние $(\alpha^j{}_1, \ldots, \alpha^j{}_m, \beta^l{}_1, \ldots, \delta_i, \ldots, \beta^l{}_n)$ либо совпадает с одним из полных проверочных состояний, либо принадлежит сфере радиуса 1 с центром в этом полном проверочном состоянии. В первом случае неисправность δ выявляется при подаче второго набора из множества $\{b_1, b_2\}$ в силу того, что для автомата $Q \in \mathfrak{Y}^{S2}$ выполняются соотношения 3. Во втором случае выявление неисправности δ происходит на наборе b_l, так как в этом случае выявление неисправности δ обеспечивают соотношения 2. Если константная неисправность δ имеется на произвольной линии, соответствующей внутренней переменной, то при подаче произвольного набора b_l из $\{b_1, b_2\}$ на входы автомата Q произойдет установка Q либо в полное проверочное состояние, либо в одно из состояний сферы радиуса 1 с центром в этом полном проверочном состоянии. В первом случае неисправность δ выявляется при подаче второго набора из $\{b_1, b_2\}$, а во втором — на наборе b_l согласно соотношениям 2.

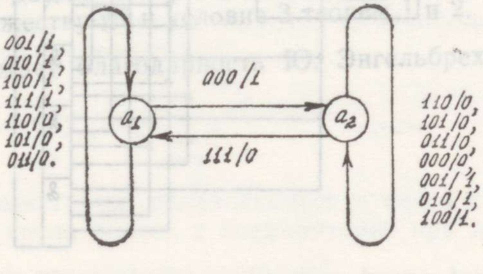

Рис. 3. Автомат Q_2.

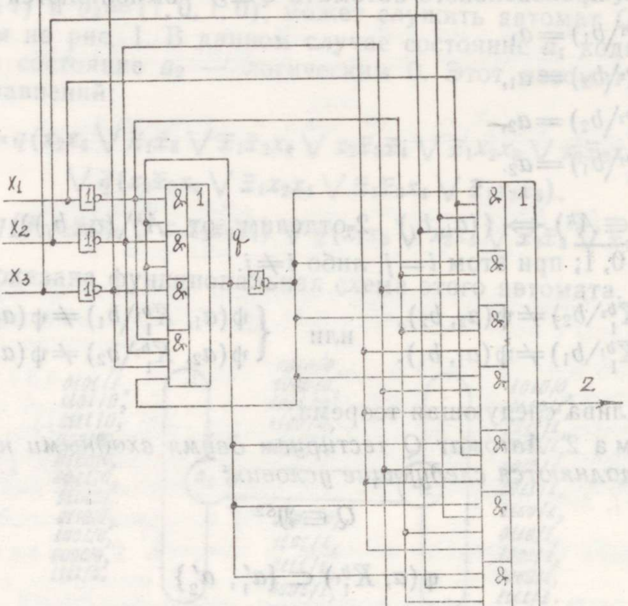

Рис. 4.

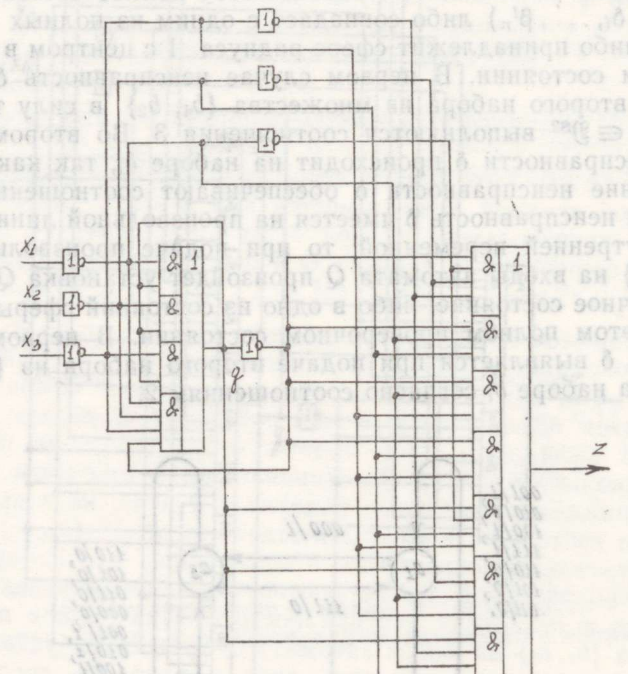

Рис. 5

Примером автомата из класса $\mathfrak{Y}^{S2}$, тестируемого двумя наборами (0,0,0) и (1,1,1), может служить автомат Q_2, определяемый графом на рис. 3. Состояние a_1 кодируется логическим 0, а состояние a_2 — логической 1. Этот автомат описывается системой уравнений:

$$q = q(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3) \vee \bar{q}\bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3;$$
$$z = \bar{q}(\bar{x}_1\bar{x}_2 \vee \bar{x}_1\bar{x}_3 \vee \bar{x}_2\bar{x}_3 \vee x_1x_2x_3) \vee q(x_1\bar{x}_2\bar{x}_3 \vee \bar{x}_1x_2\bar{x}_3 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3).$$

Функциональная схема данного автомата показана на рис. 4.

Автоматы Q_1 и Q_2 не являются полностью тестируемыми входными наборами b_1 и b_2, поскольку в них не обеспечивается выявление фиксаций константами инверсных переменных. Вопрос о полной тестируемости структурных автоматов двумя наборами частично освещает следующая теорема.

Теорема 3. *Автомат Q полностью тестируем двумя наборами b_1 и b_2, если выполняются следующие условия:*
Q тестируем наборами b_1 и b_2, (3.1)
структура Q такова, что вход произвольной прямой переменной элемента, реализующего функцию ψ, соединен через инвертор с входом соответствующей инверсной переменной. (3.2)

Доказательство. Пусть на входе инверсной переменной $\bar{x}_i(\bar{q}_j)$ имеется константная неисправность δ. Тогда на входе соответствующей прямой переменной $x_i(q_j)$ элемента, реализующего функцию ψ, установится логическая константа $\bar{\delta}$, которая по условию (3.1) данной теоремы обнаруживается одним из наборов множества $\{b_1, b_2\}$. Следовательно, неисправность δ на входе инверсной переменной $\bar{x}_i(\bar{q}_j)$ обнаруживается множеством $\{b_1, b_2\}$. Теорема доказана. Примером полностью тестируемого автомата может служить автомат Q'_2, функциональная схема которого показана на рис. 5.

4. Основные выводы

1. В работе исследованы два важных класса структурных автоматов $\mathfrak{Y}^{S1}$ и $\mathfrak{Y}^{S2}$, тестируемых двумя входными наборами.

2. Сформулированы достаточные условия полной тестируемости структурных автоматов двумя наборами.

3. Полученные результаты позволяют вплотную подойти к формулировке необходимых условий тестируемости структурных автоматов двумя входными наборами. Следует отметить, что к необходимым условиям тестируемости двумя наборами относятся условие принадлежности автомата Q множеству $\mathfrak{Y}^{S}$ и условие 3 теорем 1 и 2.

Автор выражает благодарность Ю. Энгельбрехту за полезные советы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Беннетс Р. Дж.* Проектирование тестопригодных логических схем. Москва, Радио и связь, 1990.
2. Электроника СБИС. Проектирование микроструктуры (под ред. Н. Айнспрука). Москва, Мир, 1989.
3. *Горяшко А. П.* Техн. киберн., 1982, № 2, 139—150.
4. *Горяшко А. П.* Автоматика и телемеханика, 1982, № 7, 123—127.
5. *Горяшко А. П.* Синтез диагностируемых схем вычислительных устройств. Москва, Наука, 1987.
6. *Кудрявцев В. Б., Алешин С. В., Подколзин А. С.* Введение в теорию автоматов. Москва, Наука, 1985.
7. *Бохманн Д., Постхоф Х.* Двоичные динамические системы. Москва, Энергоатомиздат, 1986.
8. *Ангер С.* Асинхронные последовательностные схемы. Москва, Наука. 1977.

Поступила в редакцию
26/VI 1991
Переработанный вариант
19/II 1992

Andrei TIMOŠKIN

KAHE TESTVEKTORIGA KONTROLLITAVATEST STRUKTUURAUTOMAATIDE KLASSIDEST

On uuritud kahte olulist struktuurautomaatide klassi, mille kontroll toimub kahe testvektoriga. On defineeritud struktuurautomaadi katseseisundite paar ja esitatud piisavad tingimused struktuurautomaatide täielikuks kontrolliks kahe testvektori abil. On toodud mitmeid näiteid.

Andrei TIMOŠKIN

ÜBER EINE KLASSE DER MIT ZWEI EINGANGSSÄTZEN TESTBAREN STRUKTURELLEN AUTOMATEN

Zwei Klassen der strukturellen Automaten wurden geforscht, die mit zwei Testvektoren völlig testbar sind. Dafür wurde der Begriff von Testzustandspaaren eingeführt und die genügenden Bedingungen formuliert. Die Resultate sind durch Beispiele illustriert.