

УДК 681.142.2 : 519.711.2

Хенн САЛУМ

## СТРУКТУРНАЯ СЛОЖНОСТЬ ИЕРАРХИЧЕСКИХ СИСТЕМ

(Представил Ю. Яаксоо)

В [1] введена положительная, монотонная и аддитивная мера оценки структурной сложности (СС) из 4 возможных моделей описания дискретных структур. В настоящей работе дается максимальная оценочная мера СС (МСС) модели по связям и рассматривается случай иерархической системы.

В [1] для оценки СС модели по связям была дана формула

$$L_C = \left( \sum_{i=1}^k \gamma n_{1i} \right) \log_2 \sum_{i=1}^k n_{1i} + \left( \sum_{i=1}^k n_{2i} \right) \log_2 \sum_{i=1}^k n_{2i},$$

где  $\gamma$  — коэффициент относительной сложности реализации входа по отношению к реализации выхода,  $n_{1i}$  — количество входов подсистемы  $i$ ,  $n_{2i}$  — количество выходов подсистемы,  $k$  — количество подсистем в системе.

МСС является предельным случаем и может быть использована для оценки того, насколько проще предельного удалось реализовать схему. В случае  $(m, n)$ -полюсника можно образовать максимально  $K = (2^m - 1)(2^n - 1)$  вложенных в него  $(i, j)$ -полюсников с неупорядоченными полюсами при  $i \leq m, j \leq n$  (рис. 1) или  $K' = (En(m!e) - 1) \times (En(n!e) - 1)$  для  $(i, j)$ -полюсников с упорядоченными полюсами. В случае неупорядоченных полюсов система может иметь максимально  $I_{\max} = m2^{m-1}(2^n - 1)$  входов и  $J_{\max} = n2^{n-1}(2^m - 1)$  выходов. В случае упорядоченных полюсов, когда важен и порядок подключения,

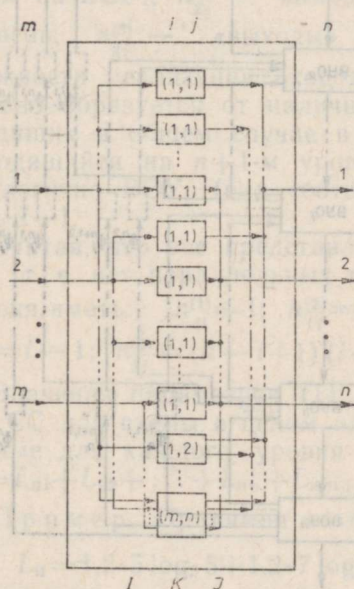


Рис. 1. Однослойная система.

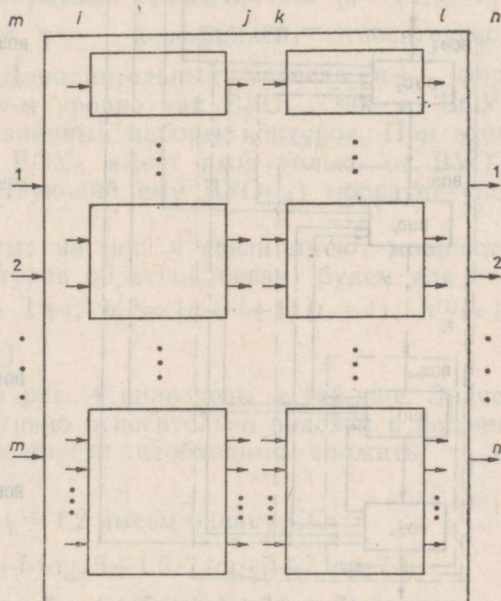


Рис. 2. Многослойная система.

число входов возрастает до  $I'_{\max} = [En(m!(m-1)e+1)][En(n!e)-1]$  и выходов до  $J'_{\max} = [En(n!(n-1)e+1)][En(m!e)-1]$ . Отношение реально полученной сложности к МСС дает простоту решения, равную  $\lambda = L_C / \text{МСС}$ .

Для однослойного случая (рис. 1) более сложной схемы образовать невозможно, т. к. повторное разбиение дает подсистемы, совпадающие с полученными ранее. В то же время возможно многослойное разбиение, где входы внешнего  $(m, n)$ -полюсника и выходы слоя  $s$  являются входами слоя  $s+1$  (рис. 2). При такой схеме в каждом слое можно образовать для неупорядоченного случая максимально  $K$  подполюсников и общее число внутренних подполюсников  $K'' \leq K^p$ , где  $p$  количество слоев в системе.

В [2] была предложена методика описания иерархической системы, пригодной как для систем описания и проектирования вычислительных систем, так и для программ и других блок-схем. Ниже показано, что предлагаемую в [2] систему описания структур желательно расширить.

Иерархическая система может быть чистым деревом или же иметь связи между ветвями и циклы. Из принятых в [2] конструкций — декларация, обращение, селективное следование и циклическое следование — последняя является наиболее интересной, т. к. позволяет явно выделять контуры управления и обратной связи, не вводя дополнительных средств.

Рассмотрим циклическое вложение как последовательность виртуальных управляющих объектов (ВУО) и виртуальных объектов управления (ВОУ) [2] без разветвлений (рис. 3). Каждый ВУО управляет своим(и) ВОУ, который, в свою очередь, может состоять из ВУО и ВОУ. Иерархическое управление «сверху вниз», как правило, проходит все уровни декомпозиции, а обратные связи с нижних уровней могут быть, по мере необходимости, поданы на любой верхний ВУО.

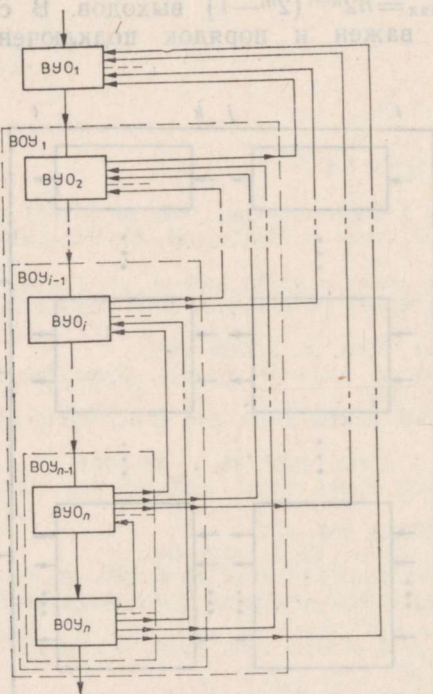


Рис. 3. Вертикальная декомпозиция с максимальным количеством контуров.

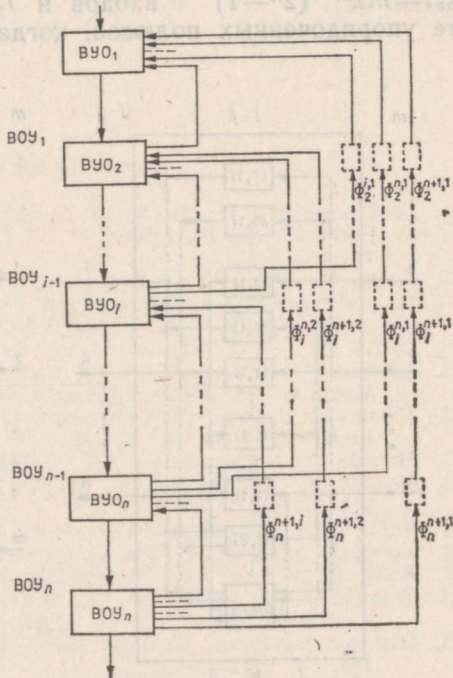


Рис. 4. Учет обратных связей при вертикальной декомпозиции.



При декомпозиции системы на  $n$  уровней ВУО можно образовать максимум  $n(n+1)/2$  контуров с обратными связями как от своих ВОУ, так и от ВОУ более низких уровней. При этом каждый  $j$ -й виртуальный объект управления (ВОУ $_j$ ) может выдавать максимально  $j$  обратных связей и каждый  $i$ -й виртуальный управляющий объект (ВУО $_i$ ) может получать  $n-i+1$  обратных связей. При этом считается, что каждая пара ВУО $_i$  и ВОУ $_j$  (при  $i \leq j$ ) может быть охвачена только одним контуром. Таким образом, вне рассмотрения остаются параллельные контуры, возникающие вследствие кодирования или по причинам физической реализации. Кроме того, в иерархической системе могут существовать связи другого типа (передачи ресурсов и т. п.), которые в данный момент также не будут учитываться.

Для определения СС по связям необходимо подсчитать количество входов и выходов на каждом уровне и суммировать получаемые для каждого уровня значения сложности их. При этом важно учесть фактор, что контуры различной глубины различно влияют на структуру. В качестве первого приближения для учета влияния глубины контуров можно на каждом уровне  $i$  образовать фиктивные элементы  $\Phi_i^{j,k}$  в проходящих «мимо» уровня  $i$  от уровня  $j$  к уровню  $k$  связях (рис. 4) и учитывать входы и выходы этих фиктивных элементов при подсчете количества связанных с данным уровнем  $i$  входов и выходов. В таком случае сохраняется общая структура предложенной в [1] формулы оценки СС. Если анализируемая схема имеет более двух уровней и фиктивные элементы  $\Phi$  введены в цепи обратных связей, то формула для подсчета СС примет вид

$$L_{\Pi} = \sum_{i=1}^{n+1} (\gamma n_{1i} \log_2 n_{1i} + n_{2i} \log_2 n_{2i}), \quad (1)$$

где  $n_{1i} = n_{1i}^{(1)} + n_{1i}^{(2)} + n_{1i}^{(3)}$ , а  $n_{1i}^{(1)}$  — входы ВОУ $_i$  от ВУО $_{i-1}$ , т. е. от прямого управления с  $i-1$ -го уровня;  $n_{1i}^{(2)}$  — входы от обратных связей с  $j$ -х ( $j = [i+1, n+1]$ ) уровней;  $n_{1i}^{(3)}$  — «входы» фиктивных элементов  $\Phi_i^{j,k}$ . Аналогично  $n_{2i} = n_{2i}^{(1)} + n_{2i}^{(2)} + n_{2i}^{(3)}$ , а  $n_{2i}^{(1)}$  — выходы ВУО $_i$  на ВОУ $_i$ ;  $n_{2i}^{(2)}$  — выходы обратных связей на  $k$ -й ( $k = [1, i-1]$ ) уровень;  $n_{2i}^{(3)}$  — «выходы»  $\Phi_i^{j,k}$ ,  $\gamma$  — коэффициент относительной сложности реализации входов. Дополнительный уровень  $n+1$  формально образуется от наличия  $n$ -м уровне как ВУО $_n$ , так и ВОУ $_n$  входящих в общем случае в различные наборы контуров. При этом находящийся на  $n+1$ -м уровне ВОУ $_n$  имеет вход только от ВУО $_n$ . Аналогично ВОУ $_i$  (или соответствующий ему ВУО $_{i+1}$ ) образует уровень  $i+1$ .

Считая, что все представленные на рис. 4 связи имеют мощность «1» (т. е. нет параллельных контуров обратной связи) будем для  $i$ -го уровня иметь:  $n_{1i}^{(1)} = 1$ ;  $n_{1i}^{(2)} = n - 1 + i$ ;  $n_{1i}^{(3)} = (n - i + 1)(i - 1)$ ;  $n_{2i}^{(1)} = 1$ ;  $n_{2i}^{(2)} = i - 1$ ;  $n_{2i}^{(3)} = (n - i + 1)(i - 1)$ .

Значения параметров (1) для рис. 4 приведены в таблице. Значение СС для схемы в целом аддитивно относительно подсхем и подсчитанные для каждого уровня сложности необходимо сложить, т. е.  $L_{\Pi} = L_{\Pi 1} + L_{\Pi 2} + \dots + L_{\Pi n} + L_{\Pi(n+1)}$ .

Пример. Принимая  $n=4$  и  $\gamma=1,2$  имеем оценку СС

$$\begin{aligned} L_{\Pi} &= 1,2 \cdot 5 \log_2 5 + 1,2 \cdot 7 \log_2 7 + 5 \log_2 5 + 1,2 \cdot 7 \log_2 7 + 7 \log_2 7 + \\ &+ 1,2 \cdot 5 \log_2 5 + 7 \log_2 7 + 5 \log_2 5 = 4,4 (5 \log_2 5 + 7 \log_2 7) = \\ &= 51,1 + 86,6 = 137,7 \text{ единиц.} \end{aligned}$$



$i$	$n_{1i}^{(1)}$	$n_{1i}^{(2)}$	$n_{1i}^{(3)}$	$n_{2i}^{(1)}$	$n_{2i}^{(2)}$	$n_{2i}^{(3)}$	$n_{1i}$	$n_{2i}$
1	1	$n$	0	1	0	0	$n+1$	1
2	1	$n-1$	$n-1$	1	1	$n-1$	$2(n-1)+1$	$n+1$
3	1	$n-2$	$2(n-2)$	1	2	$2(n-2)$	$3(n-2)+1$	$2(n-1)+1$
4	1	$n-3$	$3(n-3)$	1	3	$3(n-3)$	$4(n-3)+1$	$3(n-2)+1$
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
$i$	1	$n-i+1$	$(i-1) \times$ $\times(n-i+1)$	1	$i-1$	$(i-1) \times$ $\times(n-i+1)$	$i(n-i+1)+$ $+1$	$(i-1) \times$ $\times(n-i+2)+1$
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
$n-1$	1	2	$2(n-2)$	1	$n-2$	$(n-2) \cdot 2$	$(n-1) \times$ $\times 2 + 1$	$(n-2) \cdot 3 + 1$
$n$	1	1	$n-1$	1	$n-1$	$n-1$	$n+1$	$(n-1) \cdot 2 + 1$
$n+1$	1	0	0	1	$n$	0	1	$n+1$

Приведенные в таблице значения для количества входов и выходов на различных уровнях декомпозиции и пример являются максимальными возможными предельными значениями, которые в реальности могут быть не достигнуты, но не могут быть превзойдены при вышеприведенных условиях составления схемы.

Иерархическое описание структуры ЭВМ [2], блок-схемы программ или структуры процесса переработки информации в ЭВМ [3] обычно имеют более сложные связи, чем представленная на рис. 3 структура, но при сравнении их вариантов можно использовать ту же методику подсчета СС по связям, какая была описана выше для простой вертикальной иерархии. Для простого дерева, например, целесообразно суммирование входов и выходов по уровням и для описания ее достаточно простой селекции на одну из ветвей. При добавлении горизонтальных связей, методика принципиально не изменяется. Структурная сложность не изменяет своего характера и при необходимости параллельной передачи управления одновременно на несколько ВОУ, но при этом средства алгоритмического описания функционирования схемы необходимо дополнить конструкцией типа неселективного разветвления (напр., FORK [4, 5] или INITIATION [6]).

МСС по связям является довольно грубой экспресс-оценкой при быстром сравнении вариантов одного уровня декомпозиции на этапах уточнения технического задания и эскизного проектирования. Попытка разработать систему мер оценок, учитывающих больше характеристик схемы, была предпринята в [7] для процессоров ЭВМ. Полученные формулы требовали расчета на ЭВМ, что не всегда удобно.

Автор выражает благодарность В. Ольману за помощь в математической обработке формул для оценки МСС вложенных многополюсников.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Салун Х. Л. // Кибернетика, 1986, № 4, 8—12.
2. Ткаченко С. Н., Козий С. П. // АСУ и приборы автоматки, 1986, вып. 79, 45—49.
3. Рабинович З. Л. // Кибернетика, 1983, № 4, 46—53.
4. Su, S. Y. H., Huang, C.-L., Fu, P. Y. K. // Computer Hardware Description Languages and Their Applications. Proc. IFIP TC 10 5-th Int. Conf., 7—9 Sept. 1981. Amsterdam, North Holland Publ. Comp., 1981, 155—169.
5. Takeuchi, A. // Computer Hardware Description Languages and Their Applications. Proc. IFIP TC-10 5-th Int. Conf., 7—9 Sept. 1981. Amsterdam, North Holland Publ. Comp., 1981, 197—210.

6. Язык программирования Ада (предварительное описание). М., Финансы и статистика, 1981.
7. Салум Х. Л. // Методы и средства преобразования информации: Микропроцессорные системы контроля и управления. Рига, Зинатне, 1986, вып. 5, 71—75.

Институт кибернетики  
Академии наук Эстонии

Поступила в редакцию  
19/XII 1989

Henn SALUM

## HIERARHILISTE SÜSTEEMIDE KEERUKUS

Töös [1] oli põhjendatud nelja mudeli (seoste järgi hinnatava, elementide järgi hinnatava, staatilise ja dünaamilise mudeli) struktuurse keerukuse hinnang. Hinnangut on otstarbekas kasutada projekteerimise algstaadiumis sama nivoo süsteemide keerukuse võrdlemisel. On toodud maksimaalsed võimalikud hinnangud seoste järgi hinnatavale mudelile ning näidatud, et hinnangut võib rakendada ka hierarhilistele juhtudele. Parallelselt töötavate süsteemide puhul on vajalik laiendada uurimuses [2] pakutud keelt FORK [4,5] või INITIATION [6] tüüpi käsuga.

Henn SALUM

## COMPLEXITY OF HIERARCHICAL SYSTEMS

In [1] the estimations of complexity for 4 models — by connections, by elements, static, and dynamic — have been given. The method is good for rude estimation of the project in its early stages. In this paper the maximum values for the model by connections are given. It is shown that estimation by connection can be used for hierarchical systems. For parallel systems the description ability of the language proposed in [2] has to be enlarged by the command similar to FORK [4,5] or INITIATION [6].