# EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. FÜÜSIKA \* MATEMAATIKA ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ФИЗИКА \* МАТЕМАТИКА PROCEEDINGS OF THE ACADEMY OF SCIENCES OF THE ESTONIAN SSR. PHYSICS \* MATHEMATICS

1987, 36, 3

УДК 539.12

И. OTC, P. CAAP

# О ЛЕПТОННОМ РАСПАДЕ ТЯЖЕЛОГО ЛЕПТОНА В СЛУЧАЕ БЕЗМАССОВОГО НЕЙТРИНО СО СПИНОМ 3/2

#### (Представил Х. Керес)

# Общие положения

Рассмотрим лептонный распад тяжелого лептона

$$L^- \rightarrow v_L + l^- + v_l$$

в котором соответствующее тяжелому лептону L безмассовое нейтрино  $v_L$  имеет спин 3/2, а все остальные участвующие в реакции частицы являются обычными частицами со спином 1/2. При описании частицы со спином 3/2 можно пользоваться вектор-спинором Рариты-Швингера  $\Psi_{\alpha}$  или тензорным формализмом, т. н. формализмом спин-ротатора  $\Psi_{\alpha\beta} = -\partial_{\alpha}\Psi_{\beta} - \partial_{\beta}\Psi_{\alpha}$ . В случае спин-ротаторного нейтрино данный распад рассмотрен в [<sup>1</sup>], здесь проанализируем вектор-спинорный случай. Находим угловое и энергетическое распределение конечных *l*-лептонов от распада поляризованных тяжелых *L*-лептонов в системе покоя последних. При этом антинейтрино  $v_l$  считаем также безмассовой частицей, а массой конечного *l*-лептона пренебрегаем. В работе используем обозначения и представления Бьеркена—Дрелла [<sup>2</sup>].

#### Вид взаимодействия

Рассмотрим реакцию (1) в приближении контактного четырехфермионного взаимодействия. Как известно, такое приближение работает хорошо в случае, когда масса сущетвующего в этой теории промежуточного бозона намного больше массы начального тяжелого лептона. Считаем, что в ток-токовой схеме взаимодействия обычный лептонный ток (ток *l*-частицы) имеет  $V \pm A$ -форму. Тогда ток, содержащий частицу со спином 3/2, может быть дан только в виде

$$\Psi_L(1-a\gamma_5)\Psi_{\alpha},\tag{2}$$

(1)

и матричный элемент реакции (1) выражается как

$$M = \frac{G}{\sqrt{2}} \,\overline{u}_{\alpha}(q) \left(1 + a\gamma_5\right) u_L(p) \,\overline{u}_l(k) \gamma^{\alpha} \left(1 - b\gamma_5\right) u_{\widetilde{\gamma}}(\omega), \tag{3}$$

где через  $\bar{u}_{\alpha}$  обозначен сопряженный вектор-спинор, описывающий *L*-нейтрино, а волновые функции остальных частиц отмечены соответствующими индексами. Параметры *a* и *b* определяют спиральность безмассовых частиц, участвующих во взаимодействии. Если a=b=1, то

294

все безмассовые частицы левовинтовые, а античастицы правовинтовые. При других значениях *а* или *b* в реакции принимают участие частицы, имеющие аномальные спиральности.

# О виде проекционного оператора безмассовой частицы со спином 3/2

Дифференциальная вероятность распада (1), выраженная через амплитуду М, имеет вид [<sup>3</sup>]

$$dW = \frac{|M|^2 dk dq d\omega \,\delta^4 (m_L - q - \omega - k)}{16 \,(2\pi)^5 m_L}, \qquad (4)$$

где через  $m_L$  обозначена масса L-лептона, а через k, q и  $\omega$  — импульсы конечных l-лептонов, нейтрино  $v_L$  и антинейтрино  $v_l$  соответственно.

Если нас не интересуют спиновые состояния конечных частиц, то в выражение для  $|M|^2$  входят суммированные по спиновым состояниям проекционные операторы этих частиц. Проекционный оператор безмассовой частицы со спином 3/2 дается обычно формулой [<sup>4</sup>]

$$P^{ij} = \hat{q} \left( \delta^{il} - \frac{q^{i}q^{l}}{|\vec{q}|^{2}} \right) \left( \delta^{lm} + \frac{1}{2} \gamma^{l} \gamma^{m} \right) \left( \delta^{mj} - \frac{q^{m}q^{j}}{|\vec{q}|^{2}} \right) =$$

$$= \hat{q} \left[ \delta^{ij} - \frac{1}{2} \frac{q^{i}q^{j}}{|\vec{q}|^{2}} + \frac{1}{2} \gamma^{i} \gamma^{j} + \frac{1}{2} \frac{\tilde{q} \left( q^{i} \gamma^{j} - q^{j} \gamma^{i} \right)}{|\vec{q}|^{2}} \right], \quad (5)$$

где  $q = q_{\alpha} \gamma^{\alpha}$  и  $\tilde{q} = q_l \gamma^l$ ,  $\alpha = 0, 1, 2, 3; l = 1, 2, 3$ .

На массовой поверхности |q|=q0 и формула (5) может быть приведена к виду

$$P^{ij} = \hat{q} \left[ \delta^{ij} + \frac{1}{2} \gamma^{i} \gamma^{j} - \frac{1}{2} \frac{q^{i} q^{j}}{q_{0}^{2}} - \frac{1}{2} \frac{\gamma_{0} (q^{i} \gamma^{j} - q^{j} \gamma^{i})}{q_{0}} \right].$$
(6)

Но используя алгебру γ-матриц Дирака, можно показать, что этот проекционный оператор эквивалентен оператору

$$P^{ij} = \frac{1}{2} \hat{q} \left( \delta^{ij} - \frac{q^i q^j}{q_0^2} + \frac{i \varepsilon^{0ijl} q_l \gamma_5}{q_0} \right). \tag{7}$$

Проекционный оператор (7) для безмассовых частиц со спином 3/2 был найден уже в конце семидесятых годов М. Кыйвом и Р. Сааром, но до сих пор нигде не опубликован. Такой вид более удобен для практических вычислений, чем виды (5) и (6). Дело в том, что в таком представлении проекционный оператор содержит наименьшее число ү-матриц, а это облегчает вычисление следов в выражении квадрата матричного элемента.

# Распределение конечных *l*-лептонов

Из самых общих соображений распределение конечных *l*-лептонов может быть дано в виде

$$\frac{dW}{d\Omega \, dx} = A \left[ F_0(x; a, b) + \vec{k_1 \eta} F_1(x; a, b) \right], \tag{8}$$

295

где A некоторая постоянная, а через  $F_0(x; a, b)$  и  $F_1(x; a, b)$  обозначены инвариантные по отношению к трехмерным вращениям функции распределения. Последние зависят от энергетического безразмерного переменного  $x = k_0/m_L$  и от параметров a и b, определяющих спиральность частиц, участвующих в реакции. Через  $\vec{k_1}$  обозначен единичный вектор в направлении вылета l-лептона, а через  $\vec{\eta}$  — вектор поляризации начального тяжелого лептона в системе его покоя.

Явные выражения постоянной A и функций распределения получаются после вычисления квадрата матричного элемента (3) и интегрирования дифференциальной вероятности распада L-лептона (4) по импульсам обоих нейтрино.

Вычисления дают:

$$A = G^2 m_r^5 / 64 \pi^4, \tag{9}$$

$$F_0(x; a, b) = (1+a^2) (1+b^2) x^2 \left[ -\frac{1}{2x} + \frac{7}{4} - \frac{4x}{3} - \left(\frac{1}{2x} - 1\right)^2 \times \right]$$
(10)

$$\times \ln(1-2x) \left[ +4abx^2\left(-\frac{1}{4}+\frac{2x}{3}\right) \right]$$

$$F_{1}(x; a, b) = 2b(1+a^{2})x^{2} \left[ -\frac{1}{2x^{2}} + \frac{3}{2x} - \frac{7}{12} - \frac{2x}{3} - \frac{1}{x} \left( \frac{1}{2x} - 1 \right)^{2} \right] \times$$

$$\times \ln(1-2x) \left] + 2a(1+b^2)x^2 \left[ -\frac{3}{2x^2} + \frac{6}{x} - \frac{79}{12} + \frac{4x}{3} + (11) \right] \\ + 3\left(1 - \frac{1}{x}\right) \left(\frac{1}{2x} - 1\right)^2 \ln(1-2x) \left].$$

Из выражений (10) и (11) видно, что

$$F_0(x; a, b) = F_0(x; -a, -b),$$

$$F_1(x; a, b) = -F_1(x; -a, -b).$$
<sup>(12)</sup>

Инвариантные функции для разных значений *а* и *b* изображены на рисунке.

Конечно, вся информация о распаде (1) с участием нейтрино со спином 3/2 содержится в формулах (8)-(11), но некоторые особенности этой реакции можно вывести и без знания этих формул. Рассмотрим области малых и больших энергий конечных *l*-лептонов. При очень малых энергиях l-лептонов ( $x \approx 0$ ) нейтрино и антинейтрино вылетают в противоположные стороны. Если у всех конечных частиц спиральности нормальные (a=1, b=1) или аномальные (a=-1, b=-1), то закон сохранения спина запрещает распад в этом случае. Действительно, в вышеприведенной конфигурации общая проекция спинов нейтрино и антинейтрино на направление их вылета равна 2, и удовлетворить закону сохранения проекции спинов никак нельзя. Это означает, что распад тяжелого лептона на малоэнергетические *l*-лептоны при приведенных спиральностях подавлен. Это видно и по рисунку. Такого эффекта не наблюдается в реакции (1) с обычными частицами со спином 1/2 (µ-распад, т-распад). В случае a=-1, b=1 (a=1, b=-1) такой подавленности в начале спектра тоже не существует. L-лептон может распадаться, если L-нейтрино вылетает в направлении (против направления) вектора поляризации начального лептона,

296



Инвариантные функции распределения конечных *l*-лептонов по энергиям для разных спиральностей конечных безмассовых частиц.

Вблизи максимальной допущенной энергии l-лептонов (x=1/2) нейтрино и антинейтрино вылетают в одну сторону, а l-лептон — в противоположную. Анализ спиновых состояний этой конфигурации показывает, что в случаях  $a=\mp 1$ ,  $b=\pm 1$  распад запрещен и тем самым в области больших энергий l-лептонов процесс (1) подавлен (см. рисунок).

В случае a=1, b=1 (a=-1, b=-1) распад на l-лептоны с максимальной энергией (x=1/2) разрешен, если l-лептоны вылетают в направлении (против направления) вектора поляризации начальных лептонов.

В реакции (1) с обычными частицами со спином 1/2 конечные лептоны в этих случаях направлены по отношению к вектору поляризации начальных частиц как раз наоборот.

Итак, в реакции (1) с участием нейтрино со спином 3/2 в случае нормальных спиральностей всех участвующих в реакции частиц высокоэнергетические *l*-лептоны вылетают преимущественно в направлении вектора поляризации начальных лептонов, в то время как в обычных лептонных распадах (µ- и т-распад) конечные лептоны вылетают преимущественно против этого направления.

Наконец заметим, что спектры конечных лептонов реакции (1) в случаях вектор-спинорных и спин-ротаторных нейтрино очень похожие. Это естественно, так как во многом ход спектров определен спиральностями участвующих в реакции частиц.

Авторы благодарны М. Кыйву за обсуждение и ценные замечания.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Отс И. Изв. АН ЭССР. Физ. Матем., 36, № 2, 139—145 (1987). 2. Бьеркен Дж. Д., Дрелл С. Д. Релятивистская квантовая теория. М., «Наука», 1978.
- Окунь Л. Б. Слабое взаимодействие элементарных частиц. М., Гос. изд-во физ.-3. матем. лит., 1963.
- 4. Das, A., Freedman, D. Z. Nucl. Phys., B114, 271-296 (1976).

Институт физики Академии наук Эстонской ССР Поступила в редакцию 16/XII 1986

#### I. OTS. R. SAAR

## **RASKE LEPTONI LEPTONLAGUNEMISEST MASSITU 3/2-SPINNIGA NEUTRIINO KORRAL**

On arvutatud polariseeritud raske leptoni leptonlagunemise spekter, kui üks kolmest lõpposakesest on 3/2-spinniga massitu neutriino, mida kirjeldab Rarita-Schwingeri vektorspiinor, ja näidatud, et spektri kuju on põhiliselt määratud lõpposakeste spiraalsusega.

#### I. OTS, R. SAAR

# ON LEPTONIC DECAY OF A HEAVY LEPTON WITH MASSLESS **SPIN 3/2 NEUTRINO**

The energy-angular distributions of the final leptons of the decay of a polarized heavy lepton into a light lepton, its massless antineutrino and a spin 3/2 massless heavy lepton into a light lepton, its massless antifecturino and a spin o/2 massless neutrino are investigated in the case of various helicity assignments of final particles. The mass of the final light lepton is neglected and the Rarita-Schwinger formalism for the descripton of spin 3/2 particles is used. A new useful representation of massless spin 3/2 particle projection operator is given. It is shown that the forms of energy-angular spectra are mostly determined by the helicities of final particles and do not depend essentially on the variants of describing spin 3/2 zero mass particles.