EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED.
FÜÜSIKA * MATEMAATIKA
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ФИЗИКА * МАТЕМАТИКА
PROCEEDINGS OF THE ACADEMY OF SCIENCES OF THE ESTONIAN SSR.
PHYSICS * MATHEMATICS
1984, 33, 3

https://doi.org/10.3176/phys.math.1984.3.14

УДК 513.013

В. КИРИЧЕНКО

ОБОБЩЕННАЯ ЭРМИТОВА ГЕОМЕТРИЯ В КАСАТЕЛЬНОМ РАССЛОЕНИИ

(Представил И. Эпик)

Геометрия касательного расслоения представляет существенный интерес не только с чисто геометрической стороны, но и с точки зрения ее приложений в современной механике (см., например, [1]). Объектом исследования в настоящей работе служила почти антикватернионная структура, естественно возникающая на пространстве касательного расслоения с инфинитезимальной связностью, главным образом, риманова многообразия. Нашей целью было доказать, что задание почти антикватернионной структуры на любом римановом многообразии равносильно заданию на нем почти эрмитовой структуры гиперболического типа, или почти параэрмитовой структуры [2]. Это позволяет внутренним образом определить почти параэрмитову структуру на декартовом квадрате риманова многообразия, на многообразии три-ткани и т. д. В частности, такая структура соответствует канонической почти антикватернионной структуре касательного пучка над римановым многообразием. Мы рассматриваем ее как обобщенную почти эрмитову структуру ($GA\mathcal{H}$-структуру) ранга 1 [3]. Она оказывается метаэрмитовой и почти келеровой. Ее фундаментальная форма определяет каноническую симплектическую структуру на пространстве расслоения. При этом оператор римановой кривизны совпадает с композиционным тензором присоединенной Q-алгебры упомянутой $GA\mathcal{H}$-структуры и, значит, риманова геометрия интерпретируется как геометрия некоторой $GA\mathcal{H}$-структуры на пространстве касательного расслоения. В качестве такой интерпретации рассмотрена классическая теорема Де-Рама [4]. Найден критерий квазикелеровости почти эрмитовых структур гиперболического типа в терминах собственных распределений структурного оператора и получены некоторые его приложения. Наконец, с использованием разработанного аппарата впервые построены нетривиальные примеры обобщенных почти эрмитовых структур высших рангов.

§ 1. Почти антикватернионные структуры. Пусть M — (псевдо)риманово многообразие с метрикой $(\cdot\,,\cdot)$, $\mathfrak{X}(M)$ — модуль гладких векторных полей на M, TM — касательный пучок M. Все многообразия, тензорные поля и т. п. объекты предполагаются имеющими класс гладкости C^∞.

Определение. *Почти антикватернионной структурой на гладком многообразии M называется пара $\{I, J\}$ линейных операторов на M, таких, что $I^2 = J^2 = \mathrm{id}$, $IJ + JI = 0$.*

Обозначим $K = IJ$. Очевидно, что $K^2 = -\mathrm{id}$, т. е. K — оператор почти комплексной структуры, причем $IK = -KI = J$, $KJ = -JK = I$.

Теорема 1. *Пусть M — риманово многообразие. Задание на M почти антикватернионной структуры равносильно заданию на M почти параэрмитовой структуры.*

Доказательство. 1. Пусть $\{I, J\}$ — почти антикватернионная структура на M. Построим на M риманову метрику $g(X, Y) = (X, Y) + (IX, IY) + (JX, JY) + (KX, KY)$. Положим $\langle X, Y\rangle = g(X, IY)$. Очевидно, пара $\{J, \langle\cdot , \cdot\rangle\}$ является почти параэрмитовой структурой ([2], см. также § 2).

Замечание. Легко проверить, что пары $\{I, h\}$ и $\{K, g\}$, где $h(X, Y) = g(X, JY)$; $X, Y \in \mathfrak{X}(M)$ являются почти параэрмитовой и почти эрмитовой структурами соответственно, причем $-h(X, IY) = g(X, KY) = \langle X, JY\rangle$; $X, Y \in \mathfrak{X}(M)$, т. е. фундаментальные формы всех трех структур совпадают (с точностью до знака).

2. Наоборот, пусть $\{J, \langle\cdot , \cdot\rangle\}$ — почти параэрмитова структура на M. Определим на M риманову метрику α и оператор $\mathfrak{J}$ соотношениями $\alpha(X, Y) = (X, Y) + (JX, JY)$ и $\alpha(X, \mathfrak{J}Y) = \langle X, Y\rangle$; $X, Y \in \mathfrak{X}(M)$. Очевидно, $\alpha(X, \mathfrak{J}Y) = \alpha(\mathfrak{J}X, Y)$; $\mathfrak{J}J + J\mathfrak{J} = 0$. Следовательно, $TM = \bigoplus_{i=1}^{r} (S_{\lambda_i} \oplus S_{-\lambda_i})$, где S_{λ_i} — собственное распределение эрмитова оператора $\mathfrak{J}$ с собственным значением λ_i, причем распределение $S_{\lambda_i} \oplus S_{-\lambda_i}$ инвариантно относительно оператора J. Положим $I = \bigoplus_{i=1}^{r} I_{\lambda_i}$, где $I_{\lambda_i} = |\lambda_i|^{-1}\mathfrak{J}|S_{\lambda_i} \oplus S_{-\lambda_i}$ $(i = 1, \ldots, r)$. Очевидно, $\{I, J\}$ — почти антикватернионная структура, которой соответствует исходная почти параэрмитова структура. Теорема доказана.

Рассмотрим примеры почти антикватернионных структур.

1. Пусть M — риманово многообразие. Тогда $T(M \times M) = S_1 \oplus S_2$, где S_i — касательный пучок i-го экземпляра многообразия M $(i = 1, 2)$. Пусть $\tau : S_1 \to S_2$ — оператор отождествления. Положим $I = \tau \oplus \tau^{-1}$, $J = \mathrm{id}_{S_1} \oplus (-\mathrm{id})_{S_2}$. Очевидно, пара $\{I, J\}$ задает почти антикватернионную структуру на многообразии $M \times M$.

2. Пусть M — гладкое многообразие, TM — его касательный пучок, ∇ — инфинитезимальная связность в TM, $\mathcal{H}$ и $\mathcal{V}$ — горизонтальное и вертикальное распределения соответственно, $\pi : TM \to M$ — естественная проекция, π_* — ее дифференциал. Заметим, что $\forall p \in M$ слой над p — линейное пространство $T_p(M)$, и касательное пространство над ним в любой его точке естественно отождествляется с самим слоем. Зафиксируем $\alpha = (p, x) \in TM$. Тогда $T_\alpha(TM) = \mathcal{V}_\alpha \oplus \mathcal{H}_\alpha$, причем $\mathcal{V}_\alpha$ отождествим с $T_p(M)$ и рассмотрим $\pi_* : \mathcal{H}_\alpha \to T_p(M)$. Очевидно, это отображение биективно, и с учетом указанного отождествления можно определить канонический изоморфизм $\tau_\alpha : \mathcal{H}_\alpha \to \mathcal{V}_\alpha$ [7]. Определим операторы I и J на TM соотношениями $I|\mathcal{H} = \tau$; $I|\mathcal{V} = \tau^{-1}$; $J|\mathcal{V} = \mathrm{id}$; $J|\mathcal{H} = -\mathrm{id}$ соответственно. Очевидно, пара $\{I, J\}$ — почти антикватернионная структура на TM.

3. Пусть M — многообразие три-ткани $W(3, r)$, $\dim M = 2r$. На нем определены три r-мерных инволютивных попарно дополнительных распределения D_1, D_2 и D_3. Фиксируем любую пару этих распределений. Как и выше, их можно рассматривать как собственные распределения некоторого инволютивного оператора J. Далее, с помощью проекторов одного из этих распределений на другое вдоль третьего легко определить инволютивный оператор I, антикоммутирующий с J. Значит, пара $\{I, J\}$ задает почти антикватернионную структуру на M.

§ 2. Канонические $GA\mathcal{H}$-структуры в касательном расслоении к риманову многообразию. Напомним, что почти эрмитовы структуры классического (эллиптического) и гиперболического типа, которые определяются как пары $\{J, \langle\cdot , \cdot\rangle\}$, где J — линейный оператор на многообразии $M, J^2 = -\varepsilon\,\mathrm{id}$, называемый структурным аффинором, $\langle\cdot , \cdot\rangle$ —

псевдориманова метрика на M такая, что $\langle JX, JY\rangle = \varepsilon\langle X, Y\rangle$, $X, Y \in \mathfrak{X}(M)$, где $\varepsilon = \pm 1$ в эллиптическом (соответственно, гиперболическом) случае, могут быть рассмотрены с единой точки зрения как обобщенные почти эрмитовы структуры ($GA\mathcal{H}$-структуры) ранга 1, присоединенная Q-алгебра $\mathfrak{V}_p$, $p \in M$, которых определена над полем комплексных чисел либо над кольцом двойных чисел соответственно [3]. Используя [3], стр. 797, нетрудно проверить, что операция композиции «$\ast$» в присоединенной Q-алгебре $\mathfrak{V}$ определена по формуле $X \ast Y = -\frac{1}{4}\{\nabla_{J^3X}(J)Y + \nabla_X(J)(J^3Y)\}$, где ∇ — риманова связность.

Q-алгебра $\mathfrak{V}$ называется абелевой, если $\mathfrak{V} \ast \mathfrak{V} = \{0\}$, метабелевой, если $\mathfrak{V} \ast \mathfrak{V} \ast \mathfrak{V} = \{0\}$, полупростой, если она не содержит ненулевых абелевых идеалов, правильной, если каждый ее левый идеал является двусторонним идеалом, и редуктивной, если она правильна и распадается в прямую сумму абелева идеала и полупростого идеала [3]. $GA\mathcal{H}$-структура называется эрмитовой (метаэрмитовой), если ее присоединенная Q-алгебра абелева (соответственно, метабелева).

Теорема 2. *Пусть M — почти эрмитово многообразие гиперболического типа и пусть $\mathfrak{P}_1$ и $\mathfrak{P}_{-1}$ — собственные распределения его структурного аффинора с собственными значениями 1 и —1 соответственно. Если хотя бы одно из этих распределений инволютивно, то присоединенная Q-алгебра $\mathfrak{V}$ метабелева. При этом она абелева тогда и только тогда, когда оба эти распределения инволютивны.*

Доказательство. Используя тождество $\nabla_X(JY) = \nabla_X(J)Y + J\nabla_X Y$, из определения $\mathfrak{P}_1$ и $\mathfrak{P}_{-1}$ нетрудно доказать, что $\mathfrak{V} \ast \mathfrak{P}_1 \subset \mathfrak{P}_{-1}$, $\mathfrak{V} \ast \mathfrak{P}_{-1} \subset \mathfrak{P}_1$, $\mathfrak{P}_1 \ast \mathfrak{P}_{-1} = \mathfrak{P}_{-1} \ast \mathfrak{P}_1 = \{0\}$. Если, к примеру, $\mathfrak{P}_1$ инволютивно, то подобного рода рассуждения показывают, что $\mathfrak{V} \ast \mathfrak{P}_1 = \mathfrak{P}_1 \ast \mathfrak{V} = \{0\}$, т. е. $\mathfrak{V} \ast \mathfrak{V} \subset \mathfrak{P}_1 \subset \mathrm{Ann}\,(\mathfrak{V})$. Если $\mathfrak{P}_{-1}$ также инволютивно, то $\mathfrak{V} \ast \mathfrak{V} \subset \mathfrak{P}_1 \cap \mathfrak{P}_{-1} = \{0\}$. Наоборот, если $\mathfrak{V} \ast \mathfrak{V} = \{0\}$, то с помощью того же тождества легко установить инволютивность $\mathfrak{P}_1$ и $\mathfrak{P}_{-1}$. Теорема доказана.

Следствие 1. *В предположениях теоремы 2 в неабелевом случае Q-алгебра $\mathfrak{V}$ не является редуктивной, т. к. $\mathfrak{V} \ast \mathfrak{V} \subset \mathrm{Ann}\,(\mathfrak{V})$, и будучи метабелевой, имеет нулевой постоянный тип* [5].

Следствие 2. *Структура $\{J, \langle\cdot\,,\cdot\rangle\}$, соответствующая канонической почти антикватернионной структуре многообразия $M \times M$, келерова.*

Напомним [6], что почти эрмитова структура называется квазикелеровой, если $\nabla_{JX}(J)Y = \nabla_X(J)(JY)$; $X, Y \in \mathfrak{X}(M)$. Это равносильно тому, что $X \ast Y = \frac{1}{2}J^3\nabla_X(J)Y$, или, что то же самое, $\nabla_X J + T_X(J) = 0$; $X, Y \in \mathfrak{X}(M)$, где $T(X, Y) = X \ast Y$ — композиционный тензор [3].

Теорема 3. *Почти эрмитова структура гиперболического типа квазикелерова тогда и только тогда, когда каждое из собственных распределений структурного оператора параллельно вдоль векторов дополнительного собственного распределения.*

Доказательство близко к доказательству теоремы 2.

Пусть M — гладкое многообразие, TM — его касательный пучок с фиксированной инфинитезимальной связностью ∇ и римановой метрикой $(\cdot\,,\cdot)$. Согласно теореме 1, каноническая почти антикватернионная структура, построенная в примере 2, индуцирует на многообразии TM почти эрмитовы структуры $\{J, \langle\cdot\,,\cdot\rangle\}$, $\{I, h\}$ и $\{K, g\}$. Структура $\{J, \langle\cdot\,,\cdot\rangle\}$, которую мы назовем основной, в качестве собственных распределений структурного аффинора имеет распределения $\mathcal{V}$ и $\mathcal{H}$, и поскольку $\mathcal{V}$ — инволютивное распределение, ее присоединенная

Q-алгебра метабелева по теореме 2, причем ее абелевость равносильна инволютивности горизонтального распределения. Получаем:

Теорема 4. *Основная $GA\mathcal{H}$-структура, ассоциированная инфинитезимальной связности в касательном пучке с фиксированной римановой метрикой к многообразию, метаэрмитова. Эрмитовой она будет тогда и только тогда, когда кривизна связности равна нулю.*

Пусть теперь M — риманово многообразие с метрикой $(\cdot,\cdot)$. Тогда в качестве метрики g касательного пучка естественно взять метрику Сасаки [7]: $g|\mathcal{V}=(\cdot,\cdot)$; $g|\mathcal{H}=I^*(\cdot,\cdot)$; $\mathcal{V}\perp\mathcal{H}$. В этом случае метрика $\langle\cdot,\cdot\rangle$, построенная выше, совпадает с метрикой Яно-Кобаяси — полным лифтом метрики $(\cdot,\cdot)$. Более того, риманова связность ∇ метрики $\langle.,.\rangle$ совпадает с полным лифтом римановой связности $\overset{\circ}{\nabla}$ метрики $(\cdot,\cdot)$ [8]. Пусть $X,Y\in\mathfrak{X}(TM)$. Тогда $X=IX_1+X_2$, $Y=IY_1+Y_2$, где X_i, Y_i — слоевые векторы на M, и

$$\nabla_XY=I\{\overset{\circ}{\nabla}_{X_1}Y_1+D_{X_2}Y_1\}+\{\overset{\circ}{\nabla}_{X_1}Y_2+D_{X_2}Y_2+R(x,X_1)Y_1\},\tag{1}$$

где D_X — оператор слоевого дифференцирования в направлении вертикального векторного поля X, R — тензор кривизны связности $\overset{\circ}{\nabla}$, $x\in TM$ — точка, в которой справедливо написанное соотношение. Из (1) и теоремы 3 следует, что $\{J,\langle\cdot,\cdot\rangle\}$ — квазикелерова структура. С учетом (1) легко подсчитать, что $(X\ast Y)_x=-R(x,\pi_*X)\pi_*Y$; $x\in TM$; $X,Y\in T_x(TM)$. Из стандартных свойств тензора римановой кривизны вытекает, что в присоединенной Q-алгебре $\mathfrak{V}$ справедливо тождество $\langle X\ast Y,Z\rangle+\langle Y\ast Z,X\rangle+\langle Z\ast X,Y\rangle=0$, т. е. $\mathfrak{V}$ — A-алгебра.

Из полученных результатов следует

Теорема 5. *$GA\mathcal{H}$-структуры в касательном пучке риманова многообразия, порожденные канонической почти антикватернионной структурой, являются почти келеровыми, т. е. имеют замкнутую (общую) фундаментальную форму. Эта форма определяет симплектическую структуру в касательном пучке риманова многообразия.*

Определим на многообразии касательного пучка риманова многообразия каноническую $GA\mathcal{H}$-структуру нулевого ранга. Пусть $X,Y\in\mathfrak{X}(TM)$. Положим $X\cdot Y=I(X)\ast I(Y)$. Непосредственно проверяется, что тем самым в модуле $\mathfrak{X}(TM)$ вводится структура A-алгебры $\mathfrak{D}$ ранга 0 с метрикой g, распадающейся в прямое произведение идеалов $\mathcal{V}$ и $\mathcal{H}$, причем $\mathcal{H}$ — абелев идеал. Из общих соображений нетрудно доказать, что A-алгебра со строго невырожденной метрикой [3] редуктивна. В частности, ввиду знакоопределенности метрики g, $\mathfrak{D}$ и ее идеал $\mathcal{V}$ — редуктивные A-алгебры. Нетрудно проверить, что каноническому разложению $\mathcal{V}$ [9] соответствует разложение касательного пучка TM в прямую сумму распределений, инвариантных относительно действия ограниченной группы голономии римановой связности на M, откуда стандартным рассуждением следует классическая теорема Де-Рама о разложении риманова многообразия.

Пусть M — двумерное риманово многообразие с почти антикватернионной структурой $\{I_1,J_1\}$, и пусть $\{I_2,J_2\}$ — каноническая почти антикватернионная структура его касательного пучка. Тогда M параллелизуемо, и его касательный пучок распадается в прямую сумму $\mathfrak{P}_1\oplus\mathfrak{P}_{-1}$ собственных распределений оператора J_1. Определим нильпотентный оператор $\mathfrak{n}$ на M, переводящий единичный вектор распределения $\mathfrak{P}_{-1}$ в единичный вектор распределения $\mathfrak{P}_1$. Рассмотрим многообразие $TM\times M$. Пусть π_1 и π_2 — естественные проекции на первый и второй сомножители соответственно, $(\pi_1)_*$ и $(\pi_2)_*$ — их дифференциалы. Определим на $TM\times M$ операторы I и J соотношениями

$$I=\frac{1}{2}\{(\mathrm{id}+\mathrm{n})(\mathrm{id}+J_2)+(-\mathrm{id}+\mathrm{n})(\mathrm{id}-J_2)\}(\pi_1)_*+J_1(\pi_2)_*;$$

$$J=\frac{1}{2}\{(-\mathrm{id}+\mathrm{n})(\mathrm{id}+J_2)+(\mathrm{id}+\mathrm{n})(\mathrm{id}-J_2)\}(\pi_1)_*-J_1(\pi_2)_*.$$

Непосредственно проверяется, что: 1) $IJ=JI=-I^2-J^2+\mathrm{id}$; 2) $I^3=2I+J$; 3) $J^3=I+2J$; 4) $I^2J=-I$; 5) $J^2I=-J$. Выберем базис модуля $\mathfrak{X}(TM\times M)$ следующим образом. В качестве векторов e_1 и e_2 выберем единичные векторы распределений $\mathfrak{P}_1$ и $\mathfrak{P}_{-1}$, рассматривая их как элементы вертикального распределения $\mathfrak{V}$. Положим $e_3=I(e_1)$, $e_4=I(e_2)$. Наконец, положим $e_5=e_1$ и $e_6=e_2$, рассматривая их уже как элементы модуля $\mathfrak{X}(M)$. Тогда очевидно, что в построенном базисе операторы I и J будут задаваться матрицами

$$(I)=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix};\qquad (J)=\begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

Определим в этом базисе метрику $\langle\cdot,\cdot\rangle=g$ матрицей

$$(g)=\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}.$$

Непосредственно проверяется, что построенная совокупность тензоров удовлетворяет всем аксиомам $GA\mathcal{K}$-структуры [3, 9] и допускает в качестве композиционного тензора такой и только такой тензор $T(X,Y)=X\ast Y$, который определяется в данном базисе таблицей умножения $e_2\ast e_2=\alpha e_6$; $e_2\ast e_5=\alpha e_3$; $e_5\ast e_2=\beta e_6$; $e_5\ast e_5=\beta e_3$; $e_4\ast e_4=\gamma e_5$; $e_4\ast e_6=-\gamma e_1$; $e_6\ast e_4=\delta e_5$; $e_6\ast e_6=-\delta e_1$; $e_i\ast e_j=0$ в остальных случаях, где $\alpha,\beta,\gamma,\delta\in C^\infty(TM\times M)$. Таким образом, четверка $\{\langle\cdot,\cdot\rangle, I, J, T\}$ определяет на многообразии $TM\times M$ $GA\mathcal{K}$-структуру ранга 2. Аналогичным образом на многообразии вида $TM\times M$, где M — r-мерное параллелизуемое многообразие (например, группа Ли), может быть построена $GA\mathcal{K}$-структура ранга r с неабелевой присоединенной Q-алгеброй.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Klein, J.* Ann. Inst. Fourier, **12**, 1—124 (1962).
2. *Prvanovič, M,* Math. balcan., **1**, 195—213 (1971).
3. *Кириченко В. Ф.* Докл. АН СССР, **260**, № 4, 795—799 (1981).
4. *Кобаяси Ш., Номидзу К.* Основы дифференциальной геометрии, I. М., «Наука», 1981.
5. *Кириченко В. Ф.* Докл. АН СССР, **259**, № 6, 1293—1297 (1981).
6. *Gray, A.* Trans. Amer. Math. Soc., **141**, 465—504 (1969).

7. *Sasaki, S.* Tôhoku Math. J., **10**, 338—354 (1958).
8. *Yano, K., Kobayashi, S.* J. Math. Soc. Jap., **18**, № 2, 194—210 (1966).
9. *Кириченко Б. Ф.* Докл. АН СССР, 265, № 2, 287—291 (1982).

Московский энергетический институт

Поступила в редакцию 4/III 1983

V. KIRITSENKO

ÜLDISTATUD HERMITE'I GEOMEETRIA PUUTUJAVEKTORKONNAS

On tõestatud, et hüperboolse peaaegu Hermite'i struktuuri andmine Riemanni muutkonnal M on samaväärne peaaegu antikvaternioonse struktuuri andmisega muutkonnal M. Näidetest on huvipakkuvaimad Riemanni muutkonna puutujavektorkonnas tekkivad struktuurid; tegemist on meta-Hermite'i ja peaaegu Kähleri struktuuriga, millele vastava Q-algebra kompositsioonitensor ühtib Riemanni kõverusoperaatoriga. On esitatud mõned kõrgema astakuga üldistatud Hermite'i struktuuride mittetriviaalsed näited.

V. KIRITCHENKO

GENERALIZED HERMITIAN GEOMETRY IN TANGENT BUNDLE

It is proved that the assignment of hyperbolic almost Hermitian structure on Riemannian manifold M is equivalent to the assignment of almost antiquaternion structure on M. Some examples of such structures are considered. The most interesting among them is almost antiquaternion structure in tangent bundle of Riemannian manifold. Corresponding hyperbolic almost Hermitian structure is considered as generalized almost Hermitian structure of rank 1. This structure is proved to be meta-Hermitian and almost Kaehlerian. It is proved that the operators of Riemannian curvature coincides with the composition tensor of associated Q-algebra of this structure. Therefore Riemannian geometry of a manifold M is interpreted as generalized Hermitian geometry in the tangent bundle of M. Some examples of such interpretation are considered. Some nontrivial examples of generalized Hermitian structures of higher rank have been found.