EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. 30. KOIDE
FÜÜSIKA * MATEMAATIKA. 1981, NR. 3

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ 30
ФИЗИКА * МАТЕМАТИКА. 1981, № 3

https://doi.org/10.3176/phys.math.1981.3.05

УДК 519.251.9

Эбу ТАММ

О РАЗРЕШИМОСТИ ЗАДАЧИ НЕЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ СО СЛУЧАЙНЫМ ПАРАМЕТРОМ

(Представил Н. Алумяэ)

Рассматривается задача нелинейного программирования, зависящая от случайного вектор-параметра. Оцениваются вероятность разрешимости этой задачи и вероятность, что точка решения находится от определенной точки на меньшем расстоянии, чем заданное положительное число. Эти вопросы изучались автором ранее для экстремальных задач без ограничений и с ограничениями типа равенств в работе [1]. На результаты [1] существенно опирается и настоящая статья.

Пусть требуется оценить вероятность разрешимости задачи

$$\min_{x}\{f(x,\xi)\,|\,g^{1\cdots m}(x,\xi)\leqslant 0\},\tag{1}$$

где $f:R^n\times R^s\to R^1$, $g^{1\cdots m}=(g_1\dots g_m)^{\mathrm{T}}:R^n\times R^s\to R^m$, параметр $\xi\in R^s$ случайный, $f(x,\xi)$ и $g^{1\dots m}(x,\xi)$ измеримы по ξ при любом $x\in R^n$, и получить некоторую информацию о распределении ее точки решения. Под точкой решения (или решением) везде далее будем подразумевать точку локального минимума. Наряду с задачей (1) рассмотрим задачу

$$\min\{Ef(x,\xi)\,|\,Eg^{1\cdots m}(x,\xi)\leqslant 0\},\tag{2}$$

где E обозначает математическое ожидание по ξ при фиксированном x. Допустим, что задача (2) имеет решение x^*, т. е. $Eg^{1\dots m}(x^*,\xi)\leqslant 0$ и для некоторого $\delta>0$ выполняется $Ef(x^*,\xi)\leqslant Ef(x,\xi)$, если $\|x-x^*\|\leqslant\delta$ и $Eg^{1\dots m}(x,\xi)\leqslant 0$. Не ограничивая общности, будем считать, что $Eg_i(x^*,\xi)=0$ при $i=1,\dots,m_1$ и $Eg_i(x^*,\xi)<0$ при $i=m_1+1,\dots$ $\dots,m$. В таком случае x^* является также решением задачи

$$\min\{Ef(x,\xi)\,|\,Eg^{1\cdots m_1}(x,\xi)=0\}.\tag{3}$$

Введем следующие предположения:

1. Функция $Eg^{1\dots m}(x,\xi)$ дифференцируема, функции $Ef(x,\xi)$ и $Eg^{1,\dots m_1}(x,\xi)$ дважды дифференцируемы в точке x^* и ранг матрицы $(Ef'_x(x^*,\xi)Eg_{1x}'(x^*,\xi)\dots Eg_{m_1x}'(x^*,\xi))$ равен m_1.

Это предположение достаточно для существования вектора $\lambda^*=(\lambda_1^*\dots\lambda_{m_1}^*)^{\mathrm{T}}$ такого, что $L'_x(x^*,\lambda^*)=0$, где

$L(x,\lambda)=Ef(x,\xi)+\sum_{i=1}^{m_1}\lambda_iEg_i(x,\xi)$, и постоянной $\varrho>0$ такой, что $\|[Eg^{1\dots m_1\prime}_{x}(x^*,\xi)]^{\mathrm{T}}v\|\geqslant\varrho\|v\|$ для каждого $v\in R^{m_1}$ [2].

2. Матрица $L''_{xx}(x^*, \lambda^*) = Ef''_{xx}(x^*, \xi) + \sum_{i=1}^{m_1} \lambda_i^* Eg_{ixx}''(x^*, \xi)$ положительно определена, т. е. для некоторого $M > 0$ и для всех $u \in R^n$ выполняется $u^{\mathrm{T}} L_{xx}''(x^*, \lambda^*) u \geqslant M\|u\|^2$.

3. Функции $f(x, \xi)$ и $g^{1\ldots m_1}(x, \xi)$ дважды дифференцируемы по x для почти всех ξ, причем

$$\|f''_{xx}(x^1, \xi) - f''_{xx}(x^2, \xi)\| \leqslant C_1(\xi)\|x^1 - x^2\|,$$

$$\|g^{1\ldots m_1}{}''_{xx}(x^1, \xi) - g^{1\ldots m_1}{}''_{xx}((x^2, \xi)\| \leqslant C_2(\xi)\|x^1 - x^2\|,$$

$$\|g^{1\ldots m_1}{}''_{xx}(x, \xi)\| \leqslant R(\xi)$$

при любых $x, x^1, x^2 \in R^n$.

4. $EC_1(\xi)$, $EC_2(\xi)$, $ER(\xi)$ и дисперсии $\sigma^2[C_1(\xi)]$, $\sigma^2[C_2(\xi)]$, $\sigma^2[R(\xi)]$ конечны.

5. $E\|g^{1\ldots m_1}{}'_x(x^*, \xi) - Eg^{1\ldots m_1}{}'_x(x^*, \xi)\|^2$, $E\|g^{1\ldots m_1}{}''_{xx}(x^*, \xi) - Eg^{1\ldots m_1}{}''_{xx}(x^*, \xi)\|^2$, $E\|f''_{xx}(x^*, \xi) - Ef''_{xx}(x^*, \xi)\|^2$, $\sigma^2[f'_{x_i}(x^*, \xi)]$, $\sigma^2[g_j(x^*, \xi)]$, $i = 1, \ldots, n$, $j = 1, \ldots, m$, конечны.

6. Для почти всех ξ имеет место $\|g^{m_1+1\ldots m}(x^1, \xi) - g^{m_1+1\ldots m}(x^2, \xi)\| \leqslant \leqslant K\|x^1 - x^2\|$ при x^1, x^2, $\|x^1 - x^*\| \leqslant \delta$, $\|x^2 - x^*\| \leqslant \delta$, и $g^{m_1+1\ldots m}(x, \xi)$ дифференцируема по x.

Введем следующие обозначения:

$$D_1 = [\sqrt{E\|f''_{xx}(x^*, \xi) - Ef''_{xx}(x^*, \xi)\|^2} + \|\lambda^*\|\sqrt{E\|g^{1\ldots m_1}{}''_{xx}(x^*, \xi) - Eg^{1\ldots m_1}{}''_{xx}(x^*, \xi)\|^2}]^2,$$

$$D_2 = E\|g^{1\ldots m_1}{}'_x(x^*, \xi) - Eg^{1\ldots m_1}{}'_x(x^*, \xi)\|^2,$$

$$D_3 = \sum_{i=1}^{n} \sigma^2[f'_{x_i}(x^*, \xi)], \quad D_4 = \sum_{j=1}^{m_1} \sigma^2[g_j(x^*, \xi)],$$

$$\psi_1 = \sigma^2[C_1(\xi)], \quad \psi_2 = \sigma^2[C_2(\xi)], \quad \psi_3 = \sigma^2[R(\xi)].$$

Теорема. *Пусть найдутся постоянные* $\gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_6$, $0 < \gamma_1 < M$, $0 < \gamma_2 < \varrho$, $\gamma_3 > 0$, $\gamma_4 > 0$, $\gamma_5 > 0$, $0 < \gamma_6 < 1$ *такие, что выражение*

$$q(\gamma_1, \ldots, \gamma_6) = 1 - \Bigg[\frac{D_1}{\gamma_1^2} + \frac{D_2}{\gamma_2^2} + \frac{\psi_1}{\gamma_3^2} + \frac{\psi_2}{\gamma_4^2} + \frac{\psi_3}{\gamma_5^2} + \frac{\sum_{i=m_1+1}^{m} \sigma^2[g_i(x^*, \xi)]}{(1-\gamma_6)^2 |\max_{i=m_1+1,\ldots,m} Eg_i(x^*, \xi)|^2}\Bigg] - \tag{4}$$

$$- \frac{c_1(\sqrt[3]{D_3} + \sqrt[3]{\|\lambda^*\|^2 D_2} + \sqrt[3]{D_4})^3}{\{\min[\gamma_6|Eg_i(x^*, \xi)|/K,\ i = m_1+1, \ldots, m,\ \lambda_j^*,\ j = 1, \ldots, m_1,\ 1/(4c_1c_2)]\}^2},$$

где

$$c_1 = \max[\alpha_1 + \alpha_1^2\alpha_2^2\alpha_3, \alpha_3] + \alpha_1\alpha_2\alpha_3,$$

$$\alpha_1 = 1/(M - \gamma_1), \quad \alpha_2 = \|Eg^{1\ldots m_1}{}'_x(x^*, \xi)\| + \gamma_2,$$

$$\alpha_3 = (\|L''_{xx}(x^*, \lambda^*)\| + \gamma_1)/(\varrho - \gamma_2)^2,$$
$$c_2 = EC_1(\xi) + \|\lambda^*\| EC_2(\xi) + 3ER(\xi) + \gamma_3 + \|\lambda^*\|\gamma_4 + 3\gamma_5,$$

положительно. Тогда существует множество $\mathfrak{V}(\gamma_1, \ldots, \gamma_6) \subset R^s$ *такое, что*

1) *если* $\xi \in \mathfrak{V}(\gamma_1, \ldots, \gamma_6)$, *то задача* (1) *имеет решение* $x^*(\xi)$,

2) *вероятность*

$$P[\xi \in \mathfrak{V}(\gamma_1, \ldots, \gamma_6)] \geqslant q(\gamma_1, \ldots, \gamma_6), \tag{5}$$

3) *вероятность*

$$P[\xi \in \{\xi : \|x^*(\xi) - x^*\| < \varepsilon\} \cap \mathfrak{V}(\gamma_1, \ldots, \gamma_6)] \geqslant$$
$$\geqslant 1 - \left[\frac{D_1}{\gamma_1^2} + \frac{D_2}{\gamma_2^2} + \frac{\psi_1}{\gamma_3^2} + \frac{\psi_2}{\gamma_4^2} + \frac{\psi_3}{\gamma_5^2} + \right. \tag{6}$$
$$\left. + \frac{\sum\limits_{i=m_1+1}^{m} \sigma^2[g_i(x^*, \xi)]}{(1-\gamma_6)^2 |\max\limits_{i=m_1+1, \ldots, m} Eg_i(x^*, \xi)|^2}\right] - \frac{c_1^2}{\varepsilon^2}(\sqrt[3]{D_3} + \sqrt[3]{\|\lambda^*\|^2 D_2} + \sqrt[3]{D_4})^3$$

для любого ε,

$$0 < \varepsilon \leqslant \min[\gamma_6 |Eg_i(x^*, \xi)|/K, \ i = m_1+1, \ldots, m, \ \lambda_j^*,$$
$$j = 1, \ldots, m_1, \ 1/(4c_1c_2)].$$

Доказательство. Рассмотрим систему

$$\begin{gathered} g_i(x, \xi) = 0, \\ f'_x(x, \xi) + \sum_{i=1}^{m_1} \lambda_i g_{ix}'(x, \xi) = 0 \end{gathered} \tag{7}$$

относительно $x = (x_1 \ldots x_n)^{\mathrm{T}}$ и $\lambda = (\lambda_1 \ldots \lambda_{m_1})^{\mathrm{T}}$. В теореме 3 [1] приведены условия, при выполнении которых система (7) имеет в случае предположений 1—5 решение $x^*(\xi) = (x_1^*(\xi) \ldots x_n^*(\xi))^{\mathrm{T}}$, $\lambda^*(\xi) = (\lambda_1^*(\xi) \ldots \lambda_{m_1}^*(\xi))^{\mathrm{T}}$ с положительной вероятностью, не меньшей числа

$$p(\gamma_1, \ldots, \gamma_5) = 1 - \left[\frac{D_1}{\gamma_1^2} + \frac{D_2}{\gamma_2^2} + \frac{\psi_1}{\gamma_3^2} + \frac{\psi_2}{\gamma_4^2} + \frac{\psi_3}{\gamma_5^2} + \right. \tag{8}$$
$$\left. + 144\tilde{c}_1^4 c_2^2 (D_3 + \|\lambda^*\|^2 D_2 + D_4)\right].$$

Другими словами, в [1] указано такое множество $\mathfrak{U}(\gamma_1, \ldots, \gamma_5) \subset R^s$, что при каждом $\xi \in \mathfrak{U}(\gamma_1, \ldots, \gamma_5)$ существует решение $x^*(\xi)$, $\lambda^*(\xi)$ системы (7),

$$P[\xi \in \mathfrak{U}(\gamma_1, \ldots, \gamma_5)] \geqslant p(\gamma_1, \ldots, \gamma_5) \tag{9}$$

и

$$\begin{gathered} P[\xi \in \{\xi : \|x^*(\xi) - x^*\| < \varepsilon\} \cap \mathfrak{U}(\gamma_1, \ldots, \gamma_5)] \geqslant \\ \geqslant p(\gamma_1, \ldots, \gamma_5) - (9\tilde{c}_1^2 (D_3 + \|\lambda^*\|^2 D_2 + D_4))/\varepsilon^2 \end{gathered} \tag{10}$$

для любого $\varepsilon > 0$. Здесь $\tilde{c}_1 = \alpha_1 + \alpha_1^2\alpha_2^2\alpha_3 + 2\alpha_1\alpha_2\alpha_3 + \alpha_3$. В настоящей работе использованы вместо оценок (8), (9) улучшенные оценки

$$P[\xi\in\mathfrak{U}(\gamma_1,\ \dots,\ \gamma_5)]\geqslant 1-\Big[\frac{D_1}{\gamma_1^2}+\frac{D_2}{\gamma_2^2}+\frac{\psi_1}{\gamma_3^2}+\frac{\psi_2}{\gamma_4^2}+\frac{\psi_3}{\gamma_5^2}+$$

$$+16c_1^4c_2^2(\sqrt[3]{D_3}+\sqrt[3]{\|\lambda^*\|^2D_2}+\sqrt[3]{D_4})^3\Big] \tag{11}$$

и

$$P[\xi\in\{\xi:\|x^*(\xi)-x^*,\lambda^*(\xi)-\lambda^*\|<\varepsilon\}\cap\mathfrak{U}(\gamma_1,\ \dots,\ \gamma_5)]\geqslant$$

$$\geqslant 1-\Big[\frac{D_1}{\gamma_1^2}+\frac{D_2}{\gamma_2^2}+\frac{\psi_1}{\gamma_3^2}+\frac{\psi_2}{\gamma_4^2}+\frac{\psi_3}{\gamma_5^2}+\frac{c_1^2}{\varepsilon^2}(\sqrt[3]{D_3}+\sqrt[3]{\|\lambda^*\|^2D_2}+\sqrt[3]{D_4})^3\Big] \tag{12}$$

для любого ε, $0<\varepsilon\leqslant 1/(4c_1c_2)$, которые получены аналогичным [1] способом (их вывод здесь опускаем). Кроме того, вместо входящей в (8) и (10) постоянной $\tilde{c}_1$ в (11) и (12) использована постоянная c_1, полученная из более точной оценки нормы блочной матрицы

$$\left\|\begin{pmatrix} l''_{xx}(x^*,\lambda^*,\xi) & [g_x^{1\dots m_1\prime}(x^*,\xi)]^{\mathrm{T}} \\ g_x^{1\dots m_1\prime}(x^*,\xi) & 0\end{pmatrix}\right\|=\left\|\begin{pmatrix}\mathfrak{L}_{11}(\xi) & \mathfrak{L}_{12}(\xi)\\ \mathfrak{L}_{12}^{\mathrm{T}}(\xi) & \mathfrak{L}_{22}(\xi)\end{pmatrix}\right\|\leqslant$$

$$\leqslant c_1=\max[\|\mathfrak{L}_{11}(\xi)\|,\ \|\mathfrak{L}_{22}(\xi)\|]+\|\mathfrak{L}_{12}(\xi)\|\leqslant$$

$$\leqslant\|\mathfrak{L}_{11}(\xi)\|+2\|\mathfrak{L}_{12}(\xi)\|+\|\mathfrak{L}_{22}(\xi)\|=\tilde{c}_1,\qquad l(x,\lambda,\xi)=f(x,\xi)+\sum_{i=1}^{m_1}\lambda_i g_i(x,\xi).$$

Итак, с вероятностью, не меньшей $P[\xi\in\mathfrak{U}(\gamma_1,\ \dots,\ \gamma_5)]$, система (7) имеет решение $x^*(\xi)$, $\lambda^*(\xi)$:

$$g_i(x^*(\xi),\xi)=0,$$
$$f'_x(x^*(\xi),\xi)+\sum_{i=1}^{m_1}\lambda_i^*(\xi)g'_{ix}(x^*(\xi),\xi)=0. \tag{13}$$

В предположении, что $g^{1\dots m_1}(x^*(\xi),\xi)$ имеет полный ранг, условия (13) необходимы для того, чтобы $x^*(\xi)$ было решением задачи

$$\min_x\{f(x,\xi)\,|\,g^{1\dots m_1}(x,\xi)=0\}. \tag{14}$$

В доказательстве теоремы 3 [1] показано, что само строение множества $\mathfrak{U}(\gamma_1,\ \dots,\ \gamma_5)$ обеспечивает матрице $g^{1\dots m_1}(x^*(\xi),\xi)$ действительно полный ранг. Кроме того, в точке $x^*(\xi)$ выполняются достаточные условия для решения задачи (14) и $x^*(\xi)$, $\lambda^*(\xi)$ является седловой точкой функции $l(x,\lambda,\xi)=f(x,\xi)+\sum_{i=1}^{m_1}\lambda_i g_i(x,\xi)$. Легко видеть [3], что если $\lambda_i^*(\xi)\geqslant 0$, $i=1,\ \dots,\ m_1$, то $x^*(\xi)$, $\lambda^*(\xi)$ — седловая точка функции Лагранжа задачи

$$\min_x\{f(x,\xi)\,|\,g^{1\dots m_1}(x,\xi)\leqslant 0\}$$

и, следовательно, $x^*(\xi)$ есть ее решение. Таким образом, $x^*(\xi)$ является решением задачи (1), если

1) $\lambda_i^*(\xi)\geqslant 0,\quad i=1,\ \dots,\ m_1,$

2) $g_i(x^*(\xi),\xi)\leqslant 0,\quad i=m_1+1,\ \dots,\ m.$

Для того чтобы все $\lambda_i^*(\xi)$, $i=1,\dots,m_1$, были неотрицательными, достаточно, чтобы $\|\lambda^* - \lambda^*(\xi)\| \leqslant \min_{i=1,\ldots,m_1} \lambda_i^*$. Предположением 1 гарантировано, что $\min_{i=1,\ldots,m_1} \lambda_i^* > 0$. Аналогично, для того чтобы $g_i(x^*(\xi),\xi) \leqslant 0$, $i = m_1 + 1, \ldots, m$, достаточно, чтобы

$$\|g^{m_1+1\ldots m}(x^*(\xi),\xi) - Eg^{m_1+1\ldots m}(x^*,\xi)\| \leqslant |\max_{i=m_1+1,\ldots,m} Eg_i(x^*,\xi)|. \quad (15)$$

Поскольку

$$\|g^{m_1+1\ldots m}(x^*(\xi),\xi) - Eg^{m_1+1\ldots m}(x^*,\xi)\| \leqslant$$
$$\leqslant \|g^{m_1+1\ldots m}(x^*(\xi),\xi) - g^{m_1+1\ldots m}(x^*,\xi)\| + \|g^{m_1+1\ldots m}(x^*,\xi) -$$
$$- Eg^{m_1+1\ldots m}(x^*,\xi)\| \leqslant K\|x^*(\xi) - x^*\| + \|g^{m_1+1\ldots m}(x^*,\xi) - Eg^{m_1+1\ldots m}(x^*,\xi)\|,$$

то (15) выполняется, если $\|x^*(\xi) - x^*\| \leqslant \gamma_6 |\max_{i=m_1+1,\ldots,m} Eg_i(x^*,\xi)|/K$

и $\|g^{m_1+1\ldots m}(x^*,\xi) - Eg^{m_1+1\ldots m}(x^*,\xi)\| \leqslant (1-\gamma_6)|\max_{i=m_1+1,\ldots,m} Eg_i(x^*,\xi)|$

для некоторого γ_6, $0 < \gamma_6 < 1$. Следовательно, для того чтобы задача (1) имела решение, достаточно, чтобы одновременно:

1) $\xi \in \mathfrak{U}(\gamma_1, \ldots, \gamma_5)$; это обеспечивает существование решения $x^*(\xi)$, $\lambda^*(\xi)$ системы (7),

2) $\|\lambda^* - \lambda^*(\xi)\| \leqslant \min_{i=1,\ldots,m_1} \lambda_i^*$,

3) $\|x^*(\xi) - x^*\| \leqslant \gamma_6 |\max_{i=m_1+1,\ldots,m} Eg_i(x^*,\xi)|/K$,

4) $\|g^{m_1+1\ldots m}(x^*,\xi) - Eg^{m_1+1\ldots m}(x^*,\xi)\| \leqslant (1-\gamma_6)|\max_{i=m_1+1\ldots m} Eg_i(x^*,\xi)|$.

Поскольку в силу (12)

$$P[\xi \in \mathfrak{U}_1(\gamma_6)] = P[\xi \in \{\xi : \|x^*(\xi) - x^*, \lambda^*(\xi) - \lambda^*\| \leqslant$$
$$\leqslant \min[\gamma_6 |\max_{i=m_1+1,\ldots,m} Eg_i(x^*,\xi)|/K, \min_{i=1,\ldots,m_1} \lambda_i^*, 1/(4c_1c_2)]\} \cap$$
$$\cap\, \mathfrak{U}(\gamma_1, \ldots, \gamma_5)] \geqslant 1 - \Big[\frac{D_1}{\gamma_1^2} + \frac{D_2}{\gamma_2^2} + \frac{\psi_1}{\gamma_3^2} + \frac{\psi_2}{\gamma_4^2} + \frac{\psi_3}{\gamma_5^2} +$$
$$+ \frac{c_1^2 (\sqrt[3]{D_3} + \sqrt[3]{\|\lambda^*\|^2 D_2} + \sqrt[3]{D_4})^3}{\{\min[\gamma_6 |\max_{i=m_1+1,\ldots,m} Eg_i(x^*,\xi)|/K, \min_{i=1,\ldots,m_1} \lambda_i^*, 1/(4c_1c_2)]\}^2},$$

а в силу предположения 5 и леммы 1 [1]

$$P[\mathfrak{U}_2(\gamma_6)] = P[\xi \in \{\xi : \|g^{m_1+1\ldots m}(x^*,\xi) - Eg^{m_1+1\ldots m}(x^*,\xi)\| \leqslant$$
$$\leqslant (1-\gamma_6)|\max_{i=m_1+1,\ldots,m} Eg_i(x^*,\xi)|\}] \geqslant$$
$$\geqslant 1 - \frac{\sum_{i=m_1+1}^{m} \sigma^2[g_i(x^*,\xi)]}{(1-\gamma_6)^2[\max_{i=m_1+1,\ldots,m} Eg_i(x^*,\xi)]^2}$$

то по лемме 4 [1] для вероятности того, что ξ принадлежит множеству $\mathfrak{W}(\gamma_1, \ldots, \gamma_6) = \mathfrak{U}(\gamma_1, \ldots, \gamma_5) \cap \mathfrak{U}_1(\gamma_6) \cap \mathfrak{U}_2(\gamma_6)$, получим оценку (4)—(5). Оценка (6) непосредственно следует из (12).

ЛИТЕРАТУРА

1. Tamm, E., Math. Operationsforsch. Statist., Ser. Optimization, **11**, № 3, 487—497 (1980).
2. Иоффе А. Д., Тихомиров В. М., Теория экстремальных задач, М., «Наука», 1974.
3. Зангвилл У. И., Нелинейное программирование, М., «Сов. радио», 1973.

Институт кибернетики
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию
16/III 1981

Ebu TAMM

JUHUSLIKUST PARAMEETRIST SOLTUVA MITTELINEAARSE PLANEERIMISÜLESANDE LAHENDUVUSEST

Käsitletavat ülesannet on vaadeldud koos niisuguse determineeritud ülesandega, mille sihifunktsioon ja kitsendused on esimese ülesande sihifunktsiooni ja kitsenduste matemaatilised ootused ja millel eeldatakse olevat lahend. On näidatud tingimused, millal juhuslikust parameetrist sõltuv ülesanne on lahenduv positiivse tõenäosusega, ning leitud selle tõenäosuse alumine tõke ja vaadeldud ülesannete lahendite vahelise kauguse tõenäosuslik hinnang.

Ebu TAMM

ON SOLVABILITY OF THE NONLINEAR PROGRAMMING PROBLEM WITH A RANDOM PARAMETER

In this article the nonlinear programming problem depending on a random vector-parameter ξ is considered. It is treated in connection with another, deterministic problem, in which the goal function and restrictions are mathematical expectations of those in the first one. Existence of a solution x^* of this deterministic problem is assumed. The conditions laid on the goal and restrictions of both problems require mainly some differentiability properties of these functions. The distribution of ξ is restricted only by the existence of some second-order moments of some functions of ξ. A theorem that establishes the conditions under which the first problem has a solution $x^*(\xi)$ with positive probability, is proved. Besides, for the distance between x^* and $x^*(\xi)$ a probabilistic estimate is found. The article is essentially based on the author's earlier paper [1].