EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. 29. KÖIDE
FÜÜSIKA * MATEMAATIKA. 1980, NR. 3

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ 29
ФИЗИКА * МАТЕМАТИКА. 1980, № 3

https://doi.org/10.3176/phys.math.1980.3.12

УДК 681.3.519.872.5

Т. СЕМЕНОВА

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК СЕТИ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С ОГРАНИЧЕННЫМ ВХОДНЫМ ПОТОКОМ

T. SEMJONOVA. JÄRJEKORDADE VÕRGU KARAKTERISTIKUTE MÄÄRAMINE PIIRATUD SISENDVOO KORRAL

T. SEMYONOVA. PERFORMANCE ANALYSIS OF QUEUEING NETWORK WITH RESTRICTED ARRIVALS

(*Представил Н. Алумяэ*)

При проектировании Государственной сети вычислительных центров в качестве основного способа коммутации в подсети связи для ЭВМ выбрана коммутация пакетов [1]. Для эффективного функционирования сети связи признано необходимым применять процедуры управления потоками и регулирования нагрузки [1–4], которые заключаются в ограничении объема поступающей в сеть нагрузки. Для количества пакетов во всей сети либо в ее подсистемах устанавливаются пороговые значения, являющиеся параметрами отдельных схем регулирования нагрузки. При этом возникает задача выбора эффективного метода регулирования нагрузки и оценки параметров, обеспечивающих требуемое качество функционирования сети связи в условиях возрастания интенсивности поступающих потоков информации [5].

В настоящей работе анализируется сеть связи с коммутацией пакетов и общим регулированием нагрузки, т. е. с ограничением на число пакетов во всей сети. Для определения характеристик функционирования данной сети и оценки параметров схемы общего регулирования нагрузки рассматривается вероятностная модель — сеть массового обслуживания, состоящая из систем с очередью, соединенных между собой произвольным образом исходя из топологии сети связи. Системы, составляющие сеть массового обслуживания, — каналы связи, процесс обслуживания — передача пакета по каналу связи.

Рассмотрим сеть массового обслуживания, состоящую из m систем, имеющих экспоненциальное распределение времени обслуживания с параметрами μ_i, $i=1, 2, \ldots, m$. Источник генерирует входной пуассоновский поток пакетов с интенсивностью $\lambda(L)$, где L — общее число пакетов в сети, находящихся в очередях и на обслуживании в системах, т. е.

$$L=\sum_{i=1}^{m} n_i.$$

Длина очереди в отдельных системах не ограничивается. Циркуляция пакетов в сети описывается матрицей переходных вероятностей

$$P = \|p_{ij}\|_{m \times m},$$

где p_{ij} — вероятность поступления пакета в систему j по окончании его обслуживания в системе i.

Кроме того, задаются: а) p_{0i} — вероятность поступления пакета в систему i из источника, $i = 1, 2, \ldots, m$; б) p_{j0} — вероятность выхода пакета из сети по окончании его обслуживания в системе j, при этом выполняется условие

$$p_{j0} = 1 - \sum_{i=1}^{m} p_{ji}.$$

Цепь Маркова, описывающая процесс циркуляции, предполагается неразложимой. Поступление пакетов из источника в сеть, когда в ней находятся N пакетов, не допускается (действует система отказа).

Тогда интенсивность $\lambda(L)$ можно задать следующим соотношением:

$$\lambda(L) = \begin{cases} \lambda, & L < N, \\ 0, & L \geqslant N. \end{cases}$$

Для рассматриваемой сети существует совместное стационарное распределение вероятностей количества пакетов в системах $1, 2, \ldots, m$ [6], которое в нашем случае записывается в следующем виде:

$$p(n_1, n_2, \ldots, n_m) = G^{-1}(N) \prod_{i=1}^{m} (\lambda y_i/\mu_i)^{n_i}, \tag{1}$$

где n_i — количество пакетов в системе i, $i = 1, 2, \ldots, m$; $G(N)$ — константа нормализации, определяемая из условия

$$\sum_{\bar{n} \in S(N)} p(n_1, n_2, \ldots, n_m) = 1,$$

где суммирование производится по всем наборам $\bar{n} = (n_1, n_2, \ldots, n_m)$ таким, что $\sum_{i=1}^{m} n_i \leqslant N$, $S(N)$ — множество таких наборов. Тогда

$$G(N) = \sum_{\bar{n} \in S(N)} \prod_{i=1}^{m} (\lambda y_i/\mu_i)^{n_i} = \sum_{k=0}^{N} \sum_{\bar{n} \in V(k)} \prod_{i=1}^{m} (\lambda y_i/\mu_i)^{n_i}, \tag{2}$$

где $V(k) = \{\bar{n} = (n_1, n_2, \ldots, n_m) / \sum_{i=1}^{m} n_i = k\}$.

Величины $y_1, y_2, \ldots, y_m$ определяются решением системы линейных уравнений

$$\bar{y} = (p_{01}, p_{02}, \ldots, p_{0m})' + \bar{y}' P, \tag{3}$$

где $\bar{y}' = (y_1, y_2, \ldots, y_m)$. Существование и единственность решения системы (3) следуют из условия неразложимости исходной цепи Маркова. Тогда y_i определяют количество поступлений одного пакета в систему i в течение периода пребывания в сети.

На основе (1) и (2) получаем следующие выражения для характеристик обслуживания:

вероятность потери поступающего пакета:

$$P_L(\lambda, N) = 1 - G(N-1)/G(N); \tag{4}$$

коэффициент использования для системы i, $i = 1, 2, \ldots, m$:

$$u_i(\lambda, N) = p(n_i \geqslant 1) = (\lambda y_i/\mu_i)\, G(N-1)/G(N); \tag{5}$$

среднее количество пакетов в системе i, $i = 1, 2, \ldots, m$:

$$\bar{n}_i = Mn_i = \sum_{j=1}^{N} (\lambda y_i/\mu_i)^j G(N-j)/G(N); \tag{6}$$

среднее время пребывания пакета в сети:

$$T(\lambda, N) = (G(N)/\lambda G(N-1)) \sum_{i=1}^{m} \bar{n}_i; \tag{7}$$

среднее число пакетов, завершивших обслуживание в единицу времени (производительность сети):

$$Tr(\lambda, N) = \lambda G(N-1)/G(N). \tag{8}$$

Известно, что если ограничение на количество пакетов в сети отсутствует, т. е. если сеть открыта, то стационарное распределение вероятностей $p(n_1, n_2, \ldots, n_m)$ существует лишь при выполнении условия

$$\lambda < \min_i (\mu_i/y_i), \qquad i = 1, 2, \ldots, m.$$

В рассматриваемой модели $p(n_1, n_2, \ldots, n_m)$ существует при любом значении интенсивности входного потока λ, поскольку $G(N)$ конечна. Таким образом, сеть сохраняет устойчивость при любом увеличении λ. Однако это сохранение необходимого качества обслуживания достигается за счет возрастания количества пакетов, получающих отказ, так как $\lim\limits_{\lambda\to\infty} G(N-1)/G(N) = 0$ и $P_L(\lambda, N) \to 1$ с увеличением λ. Производительность сети при возрастании λ ограничена, т. е.

$$\lim_{\lambda\to\infty} Tr(\lambda, N) = C(N-1)/C(N),$$

где $C(N) = \sum\limits_{\bar{n}\in V(N)} \prod\limits_{i=1}^{m} (y_i/\mu_i)^{n_i}$, $V(N) = \{\bar{n} = (n_1, n_2, \ldots, n_m) / \sum\limits_{i=1}^{m} n_i = N\}$.

Очевидно, $C(N)$ совпадает с константой нормализации для замкнутой сети, в которой циркулирует постоянное количество пакетов, равное N. Таким образом, при достаточно большой интенсивности входного потока производительность рассматриваемой сети ограничивается производительностью замкнутой сети для данного N. Характеристики обслуживания для замкнутой сети определяются аналогично выражениям (5)—(8) и имеют вид [7]

$$u_i^{(c)}(N) = y_i C(N-1)/\mu_i C(N), \tag{5a}$$

$$\bar{n}_i^{(c)} = Mn_i^{(c)} = \sum_{j=1}^{N} (y_i/\mu_i)^j C(N-j)/C(N), \tag{6a}$$

$$T_c(N) = NC(N)/C(N-1), \tag{7a}$$

$$Tr_c(N) = C(N-1)/C(N). \tag{8a}$$

Отметим, что характеристики (5а)—(8а) зависят уже не от интенсивности входного потока λ, а только от структуры сети и порогового значения N — параметра схемы общего регулирования нагрузки.

Таким образом, представленная модель позволяет изучать функционирование сетей, в которых применяется общее регулирование нагрузки, и выбирать значения параметров, обеспечивающие заданное качество обслуживания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сети ЭВМ (под ред. Глушкова В. М.), М., «Связь», 1977.
2. Дэвис Д., Барбер Д., Сети связи для вычислительных машин, М., «Мир», 1976.
3. Kahn, R., Crowther, W., IEEE Trans. Commun., **20**, № 3, 546—550 (1972).
4. Pouzin, L., In: Proc. 3rd Int. Conf. Comput. Commun., Toronto, 1976, p. 467—474.
5. Семенова Т. А., В сб.: Вычислительные сети коммутации пакетов (тезисы докл. Всесоюз. конф.), Рига, «Зинатне», 1979, с. 215—217.
6. Jackson, J. R., Manag. Sci., **10**, № 1, 131—142 (1963).
7. Buzen, J., Communs ACM, **16**, № 9, 527—531 (1973).

Институт кибернетики
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию
17/XII 1979